



仁和中学 2023—2024 学年度第一学期期中考试

初二年级数学试卷

2023.11.

一.选择题.本大题共 10 个小题,每个小题 2 分,共 20 分.在每小题所给的四个选项中,只有一个是符合题意的,请将正确答案填涂在答题卡相应的位置.

1. 在代数式 $\frac{2}{3}x, \frac{1}{x}, \frac{2}{3}xy^2, \frac{3}{x+4}, \frac{2x^2+5}{2x}, x^2 - \frac{2}{3}$ 中, 分式共有().

- A. 2 个
- B. 3 个
- C. 4 个
- D. 5 个

2. 下列各组线段能组成三角形的是().

- (A)3cm、3cm、6cm
- (B)2cm、3cm、6cm
- (C)5cm、8cm、12cm
- (D)4cm、7cm、11cm

3. 下列分式中 x 取任何实数时一定有意义的是().

- A. $\frac{x-1}{x^2+1}$
- B. $\frac{x+1}{x^2}$
- C. $\frac{x^2+1}{x^2-1}$
- D. $\frac{x^2}{x+1}$

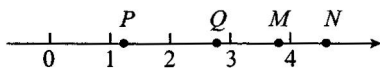
4. 下列各式的计算中, 正确的是().

- A. $\sqrt{(-4) \times (-9)} = \sqrt{-4} \times \sqrt{-9} = 6$
- B. $\sqrt{3^2 + 4^2} = 3 + 4 = 7$
- C. $\sqrt{41^2 - 40^2} = \sqrt{81} \times \sqrt{1} = 9$
- D. $3\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2}$

5. 下列说法正确的是().

- A. 三角形的中线是由顶点出发平分对边的射线;
- B. 三角形的角平分线就是三角形的内角平分线;
- C. 三角形的高就是顶点到对边的垂线;
- D. 三角形的中线, 角平分线, 高线都是线段.

6. 如图, 在数轴上表示实数 $\sqrt{15}$ 的点可能是().



- A. P 点
- B. Q 点
- C. M 点
- D. N 点

7. 下列各组二次根式(字母均为正数)化成最简二次根式后的被开方数完全相同的是().

- A. \sqrt{ab} 与 $\sqrt{ab^2}$
- B. \sqrt{mn} 与 $\sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}$



C. $\sqrt{m^2+n^2}$ 与 $\sqrt{m^2-n^2}$

D. $\sqrt{\frac{8}{9}a^3b^2}$ 与 $\sqrt{\frac{9}{2}a^3b^4}$

8. 若 $\frac{2}{3x^2+4x+7}$ 的值为 $\frac{1}{4}$, 则 $\frac{1}{6x^2+8x-1}$ 的值为().

A. 1

B. -1

C. $-\frac{1}{7}$

D. $\frac{1}{5}$

9. 若 $\sqrt{(a-5)^2} = 5-a$, 则 a 的取值范围是 ()

A. $a > 5$

B. $a < 5$

C. $a \geq 5$

D. $a \leq 5$

10. 当 $\frac{n}{m}, \frac{1}{m+n}, \frac{1}{n}$ 有意义时, 下列等式中永远不成立的是 ()

A. $\frac{1}{m+n} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$

B. $\frac{n}{m} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{m}}$

C. $\frac{n}{m} = \frac{n+2}{m+2}$

D. $\frac{n}{m} = \frac{2m}{3n}$

二. 填空题. 本大题共 10 个小题, 每个小题 2 分, 共 20 分. 请将正确答案填在答题卡的相应位置上.

11. 当 x _____ 时, $\sqrt{x+3}$ 有意义, 当 x _____ 时, $\sqrt{-\frac{2}{x-1}}$ 有意义.

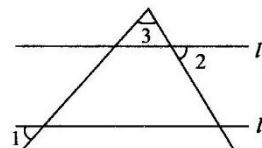
12. 当 x _____ 时, 分式 $\frac{-2}{2x+1}$ 的值为正.

13. 若分式 $\frac{x^2-x}{|x|-1}$ 的值为 0, 则 x 的值为_____.

14. 25 的算术平方根是____; $\sqrt{64}$ 的立方根是_____.

15. 比较大小: (1) $-2\sqrt{3}$ _____ $-3\sqrt{2}$; (2) $\sqrt[3]{-125}$ _____ $-\sqrt{36}$.

16. 如图所示, 直线 $l_1 // l_2$, $\angle 1 = 55^\circ$, $\angle 2 = 65^\circ$, 则 $\angle 3$ 为_____.



17. 已知 $a \neq 0$, $a \neq b$, $x=1$ 是方程 $ax^2 + bx - 10 = 0$ 的一个解, 那么代数式 $\frac{a^2-b^2}{2a-2b}$ 的值是_____.

18. 如果关于 x 的方程 $\frac{2-x}{x-5} = \frac{m}{5-x}$ 无解, 则 m 的值为_____.

19. 在实数范围内分解因式: $x^3 - 5x =$ _____



20. 对于一类特殊的二次根式，它的被开方数由整数与分数的和构成，且将根号内的整数直接移到根号外面，所得的结果不变，我们把反映上述相等关系的式子叫做“和谐等式”。

如 $\sqrt{2+\frac{2}{3}}=2\sqrt{\frac{2}{3}}$ ， $\sqrt{3+\frac{3}{8}}=3\sqrt{\frac{3}{8}}$ ， $\sqrt{4+\frac{4}{15}}=4\sqrt{\frac{4}{15}}$ 等都是“和谐等式”。

请写出第四个“和谐等式”_____；如果 n 为整数，且 $n>1$ ，请用含 n 的式子表示“和谐等式”_____。

三.解答题.本大题共 11 个小题,共 60 分.请把所有的答案答在答题卡上,答在试卷上的答案无效.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

21. 计算：（每题 3 分，共 6 分）

(1) $\frac{x^3-x^2}{x^2-x} - \frac{1-x^2}{x+1}$

(2) $(\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2}) \div \frac{4x}{x-2}$

22. 解方程：（每题 3 分，共 6 分）

(1) $\frac{x+1}{x-1} + \frac{4}{x^2-1} = 1$

(2) $\frac{3}{x-1} - \frac{x+2}{x(x-1)} = 0$

23. 先化简，再求值：（3 分）

$\frac{y^2}{x-2y} \div (xy-2y^2) \cdot \frac{x^2-4xy+4y^2}{2xy}$ ，其中 $x=\sqrt{7}$ 。

24. 计算：（每题 3 分，共 15 分）

(1) $\sqrt{18} + (2-\pi)^0 - \sqrt{2^2+|1-\sqrt{2}|}$

(2) $\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{18}$

(3) $\frac{1}{4}\sqrt{8} \div 2\sqrt{\frac{1}{2}} \times (-2\sqrt{2})$

(4) $(2\sqrt{12} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} + 3\sqrt{48}) \div 2\sqrt{3}$

(5) $(\sqrt{2}+1)^2 - (\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)$

25. （4 分）已知数 a, b, c 在数轴上的位置如图所示：

化简： $\sqrt{a^2} - |a+c| + \sqrt{(c-b)^2} - |-b|$

26. （4 分）已知 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} \neq 0$ ，求代数式 $\frac{5a-2b}{a^2-4b^2} \cdot (a-2b)$ 的值。

27. （4 分）已知 $x=5+2\sqrt{6}, y=5-2\sqrt{6}$ ，求 x^2y-xy^2 的值。

28. 列方程解应用题：（4 分）

某工程队准备修建一条长 1800m 的道路，由于采用新的施工方式，实际每天修建道路的速度比原计划快 20%，结果提前 3 天完成任务。求原计划修建道路的速度。



29. (4分) 若方程 $\frac{2x+a}{x-2} = -1$ 的解是正数, 求 a 的取值范围. 关于这道题, 有位同学做出如下解答:

解: 去分母得, $2x+a = -x+2$. 化简, 得 $3x = 2-a$. 故 $x = \frac{2-a}{3}$.

欲使方程的根为正数, 必须 $\frac{2-a}{3} > 0$, 得 $a < 2$.

所以, 当 $a < 2$ 时, 方程 $\frac{2x+a}{x-2} = -1$ 的解是正数.

上述解法是否有误? 若有错误请说明错误的原因, 并写出正确解答; 若没有错误, 请说出每一步解法的依据.

30. (4分) 有这样一类题目: 将 $\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$ 化简, 如果你能找到两个数 m 、 n , 使 $m^2 + n^2 = a$

且 $mn = \sqrt{b}$, 则将 $a \pm 2\sqrt{b}$ 将变成 $m^2 + n^2 \pm 2mn$, 即变成 $(m \pm n)^2$ 开方, 从而使得 $\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$

化简. 例如, $\because 5 + 2\sqrt{6} = 3 + 2 + 2\sqrt{6} = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$,

$$\therefore \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

请仿照上例解下列问题:

(1) $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$

(2) $\frac{1}{\sqrt{7 - 2\sqrt{10}}}$

31. (6分) 观察下列各等式:

$$(-8.1) - (-9) = (-8.1) \div (-9),$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) - (-1) = \left(-\frac{1}{2}\right) \div (-1),$$

$$4 - 2 = 4 \div 2,$$

$$\frac{9}{2} - 3 = \frac{9}{2} \div 3,$$

根据上面这些等式反映的规律, 解答下列问题:

(1) 上面等式反映的规律用文字语言可描述如下: 存在两个实数, 使得这两个实数的 _____ 等于它们的 _____;

(2) 填空: _____ - 4 = _____ \div 4;

(3) 请你再写两个实数, 使它们具有上述等式的特征:

$$\underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \div \underline{\hspace{2cm}};$$

(4) 如果用 y 表示等式左边第一个实数, 用 x 表示等式左边第二个实数 ($x \neq 0$ 且 $x \neq 1$), x 与 y 之间的关系可以表示为: _____ (用 x 的式子表示 y).