



# 数学试卷

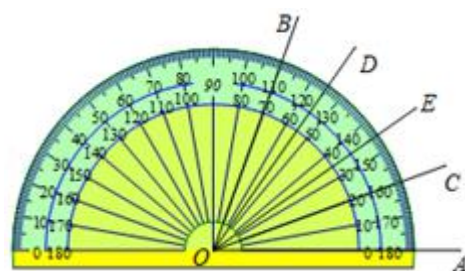
2019 年 4 月

考 生 须 知	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。 2. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 3. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 4. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。
------------------	---

一、选择题（本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 如图， $\angle AOB$  的角平分线是（ ）

- A. 射线  $OB$       B. 射线  $OE$       C. 射线  $OD$



2. 港珠澳大桥是中国第一例集桥、双人工岛、隧道为一体的跨海通道。

其中海底隧道是由 33 个巨型沉管连接而成，沉管排水总量约 76000 吨。将数 76000 用科学记数法表示为（ ）

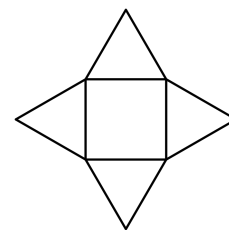
- A.  $7.6 \times 10^4$       B.  $76 \times 10^3$       C.  $0.76 \times 10^5$       D.  $7.6 \times 10^5$

3. 使二次根式  $\sqrt{x-2}$  有意义的  $x$  的取值范围为（ ）

- A.  $x > 2$       B.  $x \geq 2$       C.  $x = 2$       D.  $x \neq 2$

4. 某几何体的平面展开图如图所示，则该几何体是（ ）

- A. 三棱锥      B. 三棱柱      C. 四棱锥      D. 四棱柱



5. 如果  $y = -x + 3$ ，且  $x \neq y$ ，那么代数式  $\frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x}$  的值为（ ）

- A. 3      B. -3      C.  $\frac{1}{3}$       D.  $-\frac{1}{3}$

6. 我国古代数学著作《孙子算经》中有一道题：“今有木，不知长短，引绳度之，余绳四尺五，屈绳量之，不足一尺，问木长几何？”大致意思是：“用一根绳子去量一根木条，绳子剩余 4.5 尺，将绳子对折再量木条，木条剩余 1 尺，问木条长多少尺？”设绳子长  $x$  尺，木条长  $y$  尺，则根据题意所列方程组正确的是（ ）

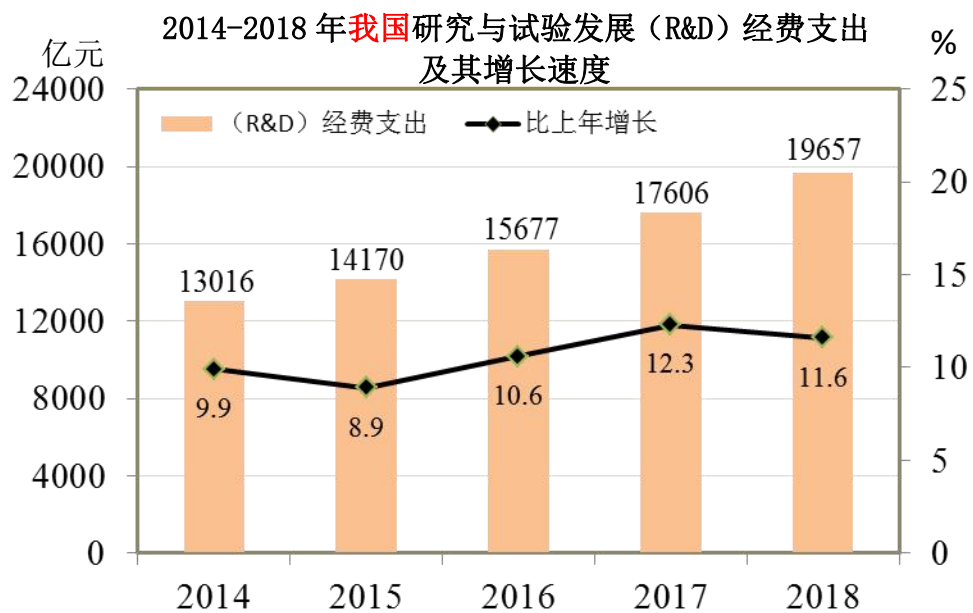
A. 
$$\begin{cases} x - y = 4.5, \\ \frac{1}{2}x - y = 1 \end{cases}$$

B. 
$$\begin{cases} x - y = 4.5, \\ y - \frac{1}{2}x = 1 \end{cases}$$

C. 
$$\begin{cases} x + y = 4.5, \\ y - \frac{1}{2}x = 1 \end{cases}$$

D. 
$$\begin{cases} x - y = 4.5, \\ x - \frac{1}{2}y = 1 \end{cases}$$

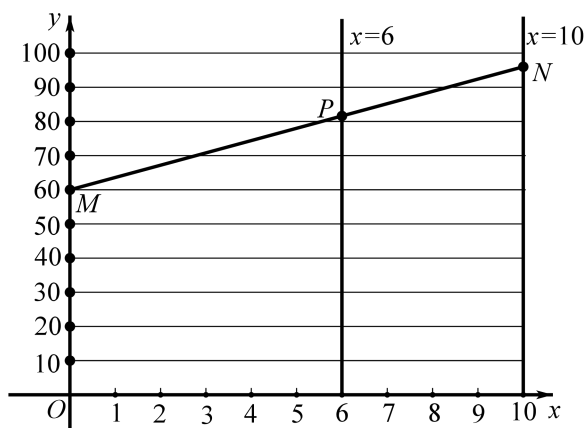
7. 2018 年我国科技实力进一步增强, 嫦娥探月、北斗组网、航母海试、鲲龙击水、港珠澳大桥正式通车……, 这些成就的取得离不开国家对科技研发的大力投入. 下图是 2014 年—2018 年我国研究与试验发展(R&D)经费支出及其增长速度情况. 2018 年我国研究与试验发展(R&D)经费支出为 19657 亿元, 比上年增长 11.6%, 其中基础研究经费 1118 亿元.



根据统计图提供的信息, 下列说法中合理的是 ( )

- A. 2014 年—2018 年, 我国研究与试验发展(R&D)经费支出的增长速度始终在增加
- B. 2014 年—2018 年, 我国研究与试验发展(R&D)经费支出增长速度最快的年份是 2017 年
- C. 2014 年—2018 年, 我国研究与试验发展(R&D)经费支出增长最多的年份是 2017 年
- D. 2018 年, 基础研究经费约占该年研究与试验发展( R&D)经费支出的 10%

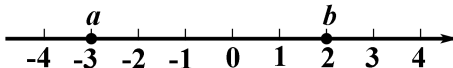
8. 为了迅速算出学生的学期总评成绩, 一位同学创造了一张奇妙的算图. 如图,  $y$  轴上动点  $M$  的纵坐标  $y_m$  表示学生的期中考试成绩, 直线  $x = 10$  上动点  $N$  的纵坐标  $y_n$  表示学生的期末考试成绩, 线段  $MN$  与直线  $x = 6$  的交点为  $P$ , 则点  $P$  的纵坐标  $y_p$  就是这名学生的学期总评成绩. 有下面几种说法: ①若某学生的期中考试成绩为 70 分, 期末考试成绩为 80 分, 则他的学期总评成绩为 75 分; ②甲同学的期中考试成绩比乙同学高 10 分, 但期末考试成绩比乙同学低 10 分, 那么甲的学期总评成绩比乙同学低; ③期中成绩占学期总评成绩的 60%. 结合这张算图进行判断, 其中正确的说法是 ( )



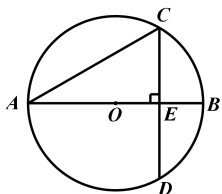
- A. ①③      B. ②③      C. ②      D. ③

二、填空题（本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

9. 实数  $a, b$  在数轴上对应点的位置如图所示，若实数  $c$  满足  $ac > bc$ ，那么请你写出一个符合题意的实数  $c$  的值： $c = \underline{\hspace{2cm}}$ .



10. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径，弦  $CD \perp AB$  于点  $E$ ，如果  $AC = CD$ ，则  $\angle ACD$  的度数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

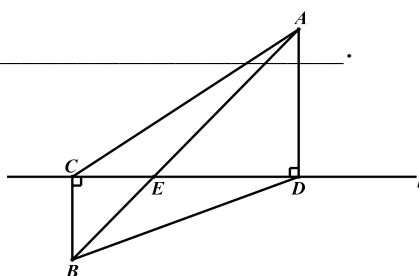


11. 中国人民银行近期下发通知，决定自 2019 年 4 月 30 日停止兑换第四套人民币中菊花 1 角硬币。如图所示，则该硬币边缘镌刻的正多边形的外角的度数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 若多项式  $x^2 + ax + b$  可以写成  $(x + m)^2$  的形式，且  $ab \neq 0$ ，则  $a$  的值可以是  $\underline{\hspace{2cm}}$ ， $b$  的值可以是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 小华同学的身高为 170 cm，测得他站立在阳光下的影长为 85 cm，紧接着他把手臂竖直举起，测得影长为 105 cm，那么小华举起的手臂超出头顶的长度为  $\underline{\hspace{2cm}}$  cm。

14. 如图所示，在一条笔直公路  $l$  的两侧，分别有  $A, B$  两个小区，为了方便居民出行，现要在公路  $l$  上建一个公共自行车存放点，使存放点到  $A, B$  小区的距离之和最小，你认为存放点应该建在  $\underline{\hspace{2cm}}$  处（填“ $C$ ”“ $E$ ”或“ $D$ ”），理由是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



15. 在一个不透明的袋中装有除颜色外其余均相同的  $n$  个小球，其中有 5 个黑球，从袋中随机摸出一球，记下其颜色，这称为一次摸球试验，之后把它放回袋中，搅匀后再继续摸出一球……，以下是利用计算机模拟的摸球试验次数与摸出黑球次数的列表：

摸球试验次数	100	1000	5000	10000	50000	100000
摸出黑球次数	46	487	2506	5008	24996	50007

根据列表，估计出  $n$  的值最有可能的是\_\_\_\_\_.

16. 甲、乙两运动员在长为  $100m$  的直道  $AB$  ( $A, B$  为直道两 endpoint) 上进行匀速往返跑训练，两人同时从  $A$  点起跑，到达  $B$  点后，立即转身跑向  $A$  点，到达  $A$  点后，又立即转身跑向  $B$  点……，若甲跑步的速度为  $5m/s$ ，乙跑步的速度为  $4m/s$ ，则起跑后  $100s$  内，两人相遇的次数为\_\_\_\_\_.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27, 28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 6 \tan 30^\circ - (\sqrt{2} - 1)^0 + \sqrt{12}$ .

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3x + 2 < 4x, \\ \frac{x}{2} - 1 \geq \frac{3}{2}. \end{cases}$$

19. 已知：如图 1，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ .

求作：射线  $CG$ ，使得  $CG \parallel AB$ .



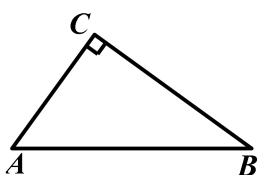


图 1

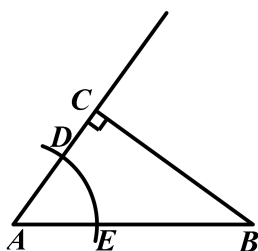


图 2

下面是小东设计的尺规作图过程.

作法: 如,2,

- ①以点  $A$  为圆心, 适当长为半径作弧, 分别交  $AC$ ,  $AB$  于  $D$ ,  $E$  两点;
- ②以点  $C$  为圆心,  $AD$  长为半径作弧, 交  $AC$  的延长线于点  $F$ ;
- ③以点  $F$  为圆心,  $DE$  长为半径作弧, 两弧在  $\angle FCB$  内部交于点  $G$ ;
- ④作射线  $CG$ . 所以射线  $CG$  就是所求作的射线.

根据小东设计的尺规作图过程,

- (1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)
- (2) 完成下面的证明.

证明: 连接  $FG$ 、 $DE$ .

$$\because \triangle ADE \cong \triangle \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\therefore \angle DAE = \angle \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\therefore CG \parallel AB \text{ (} \underline{\hspace{2cm}} \text{)} \text{ (填推理的依据).}$$

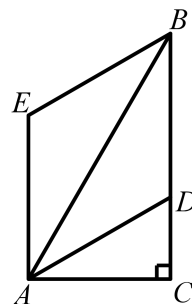
20. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2x - (n-1) = 0$  有两个不相等的实数根.

- (1) 求  $n$  的取值范围;
- (2) 若  $n$  为取值范围内的最小整数, 求此方程的根.

21. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $D$  是  $BC$  边上的一点, 分别过点  $A$ 、 $B$  作  $BD$ 、 $AD$  的平行线交于点

$E$ , 且  $AB$  平分  $\angle EAD$ .

- (1) 求证: 四边形  $EADB$  是菱形;
- (2) 连接  $EC$ , 当  $\angle BAC = 60^\circ$ ,  $BC = 2\sqrt{3}$  时, 求  $\triangle ECB$  的面积.



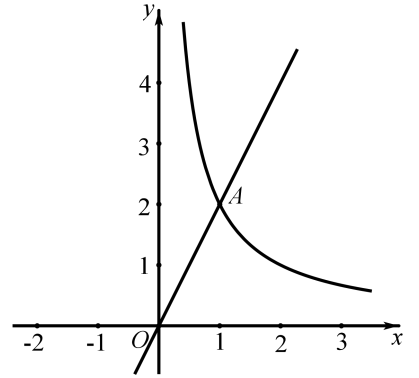


22. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，直线  $y = 2x$  与函数  $y = \frac{m}{x} (x > 0)$  的图象交于点  $A(1, 2)$  .

(1) 求  $m$  的值；

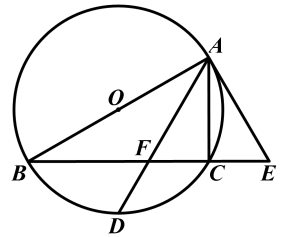
(2) 过点  $A$  作  $x$  轴的平行线  $l$ ，直线  $y = 2x + b$  与直线  $l$  交于点  $B$ ，与函数  $y = \frac{m}{x} (x > 0)$  的图象交于点  $C$ ，与  $x$  轴交于点  $D$  .

- ①当点  $C$  是线段  $BD$  的中点时，求  $b$  的值；
- ②当  $BC > BD$  时，直接写出  $b$  的取值范围.



23. 如图， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ， $AB$  为  $\odot O$  的直径，过点  $A$  作  $\odot O$  的切线交  $BC$  的延长线于点  $E$ ，在弦  $BC$  上取一点  $F$ ，使  $AF = AE$ ，连接  $AF$  并延长交  $\odot O$  于点  $D$  .

- (1) 求证： $\angle B = \angle CAD$ ；
- (2) 若  $CE = 2$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，求  $AD$  的长.



24. 数学活动课上，老师提出问题：如图 1，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 4 \text{ cm}$ ， $AC = 3 \text{ cm}$ ，点  $D$  是  $AB$  的中点，点  $E$  是  $BC$  上一个动点，连接  $AE$ 、 $DE$  . 问  $CE$  的长是多少时， $\triangle AED$  的周长等于  $CE$  长的 3 倍.

设  $CE = x \text{ cm}$ ， $\triangle AED$  的周长为  $y \text{ cm}$ （当点  $E$  与点  $B$  重合时， $y$  的值为 10）.

小牧根据学习函数的经验，对函数  $y$  随自变量  $x$  的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小牧的探究过程，请补充完整：

(1) 通过取点、画图、测量，得到了  $x$  与  $y$  的几组值，如下表：

$x/\text{cm}$	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
$y/\text{cm}$	8.0	7.7	7.5	7.4		8.0	8.6	9.2	10

(说明：补全表格时相关数值保留一位小数)

(2) 建立平面直角坐标系，描出上表中对应值为坐标的点，画出该函数的图象，如图 2；

(3) 结合画出的函数图象，解决问题：

①当  $CE$  的长约为\_\_\_\_\_cm 时， $\triangle AED$  的周长最小；

②当  $CE$  的长约为\_\_\_\_\_cm 时， $\triangle AED$  的周长等于  $CE$  的长的 3 倍.

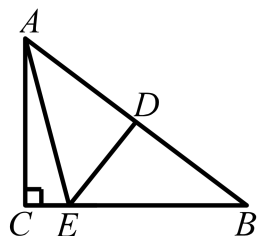
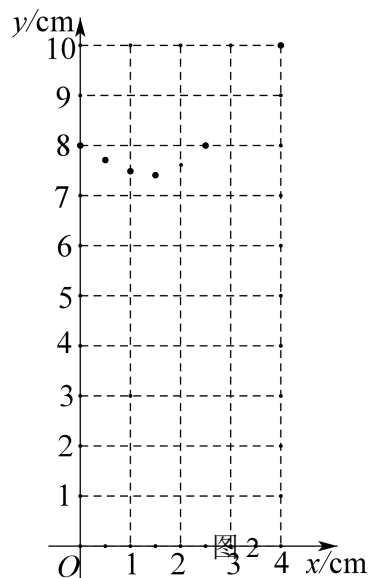
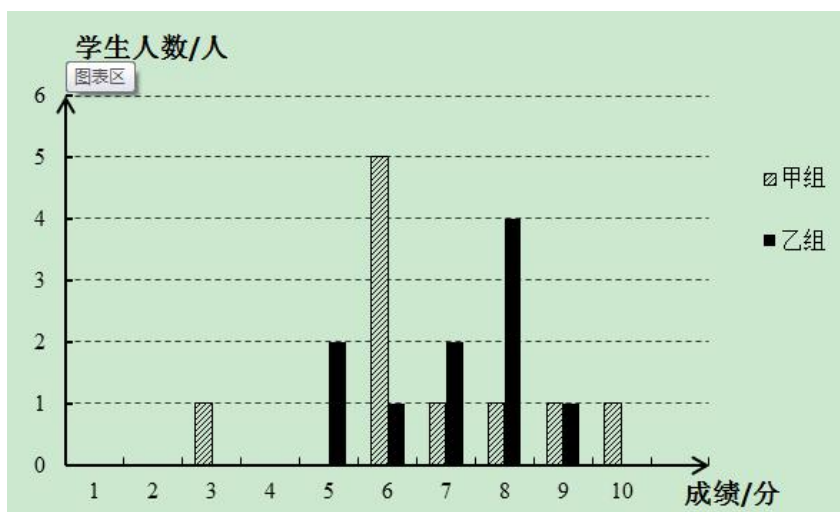


图 1



25. 某校团委举办了一次“中国梦，我的梦”演讲比赛，满分 10 分，学生得分均为整数，成绩达到 6 分及以上为合格，达到 9 分及以上为优秀。这次竞赛中甲、乙两组学生成绩分布的条形统计图如下。



(1) 补充完成下列的成绩统计分析表：

组别	平均分	中位数	方差	合格率	优秀率
甲	6.7		3.41	90%	20%
乙		7.5	1.69	80%	10%

(2) 小明同学说：“这次竞赛我得了 7 分，在我们小组中排名属中游略偏上！”观察上表可知，小明是\_\_\_\_\_组学生；（填“甲”或“乙”）

(3) 如果学校准备推荐其中一个组参加区级比赛，你推荐\_\_\_\_\_参加，请你从两个不同的角度说明推荐理由。



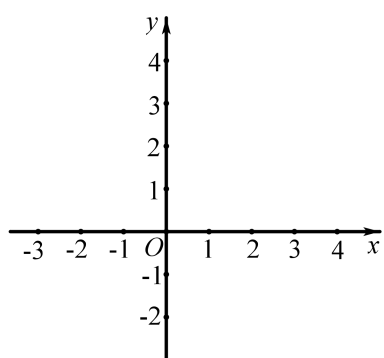
26. 已知二次函数  $y = x^2 - ax + b$  在  $x = 0$  和  $x = 4$  时的函数值相等.

(1) 求二次函数  $y = x^2 - ax + b$  的对称轴;

(2) 过  $P(0, 1)$  作  $x$  轴的平行线与二次函数  $y = x^2 - ax + b$  的图象交于不同的两点  $M$ 、 $N$ .

①当  $MN = 2$  时, 求  $b$  的值;

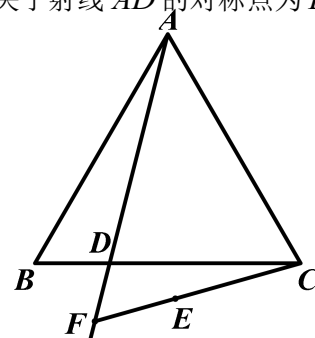
②当  $PM + PN = 4$  时, 请结合函数图象, 直接写出  $b$  的取值范围.



27. 如图, 在等边  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  是线段  $BC$  上一点. 作射线  $AD$ , 点  $B$  关于射线  $AD$  的对称点为  $E$ . 连接  $CE$  并延长, 交射线  $AD$  于点  $F$ .

(1) 设  $\angle BAF = \alpha$ , 用  $\alpha$  表示  $\angle BCF$  的度数;

(2) 用等式表示线段  $AF$ 、 $CF$ 、 $EF$  之间的数量关系, 并证明.







28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知点  $A(0, 2)$ ,  $B(2, 2)$ , 点  $M$  为线段  $AB$  上一点.

(1) 在点  $C(2, 1)$ ,  $D(2, 0)$ ,  $E(1, 2)$  中, 可以与点  $M$  关于直线  $y = x$  对称的点是\_\_\_\_\_;

(2) 若  $x$  轴上存在点  $N$ , 使得点  $N$  与点  $M$  关于直线  $y = x + b$  对称, 求  $b$  的取值范围.

(3) 过点  $O$  作直线  $l$ , 若直线  $y = x$  上存在点  $N$ , 使得点  $N$  与点  $M$  关于直线  $l$  对称 (点  $M$  可以与点  $N$  重合), .

请你直接写出点  $N$  横坐标  $n$  的取值范围.

