2022 北京五中分校初二（下）期中

数　　学

一、选择题（共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 下列四组线段中，可以构成直角三角形的是（　）

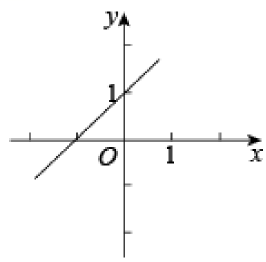
A. 4，5，6　　B. 2，3，4　　C. 5，12，13　　D. 1，$\sqrt{2}$，3

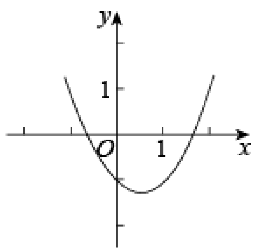
2. 下列计算正确的是（　）

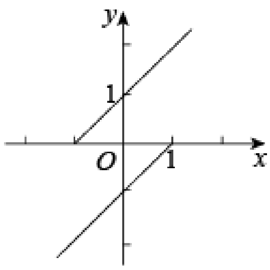
A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　B. $3\sqrt{2}-\sqrt{2}=3$

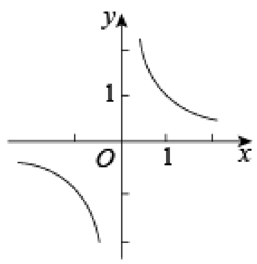
C. $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$　　D. $\sqrt{10}\div\sqrt{5}=2$

3. 下列各曲线中，不表示 y 是 x 的函数的是（　）

A. 

B. 

C. 

D. 

4. 数据 2，4，5，4，3 的中位数和众数分别是（　）.

A. 5 和 4　　B. 4 和 4　　C. 4.5 和 4　　D. 4 和 5

5. 将正比例函数 y=2x 的图象向下平移 2 个单位长度，所得图象对应的函数解析式是（　　）

A. y=2x-1　　B. y=2x+2

C. y=2x-2　　D. y=2x+1

6. 下列二次根式中，是最简二次根式的是（　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$　　C. $\sqrt{\frac{4}{3}}$　　D. $\sqrt{3x^3}$

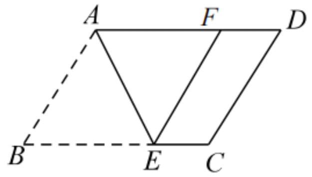
7. 若点 $A(-3，y_1)$，$B(1，y_2)$都在直线 $y=-\frac{1}{2}x+5$ 上，则 y_1 与 y_2 的大小关系是（　）.

A. $y_1<y_2$　　B. $y_1=y_2$　　C. $y_1>y_2$　　D. 无法比较大小

8. 如图，在平面直角坐标系中，点 P 的坐标为(－2，3)，以点 O 为圆心，OP 的长为半径画弧，交 x 轴的负半轴于点 A，则点 A 的横坐标在(　　)

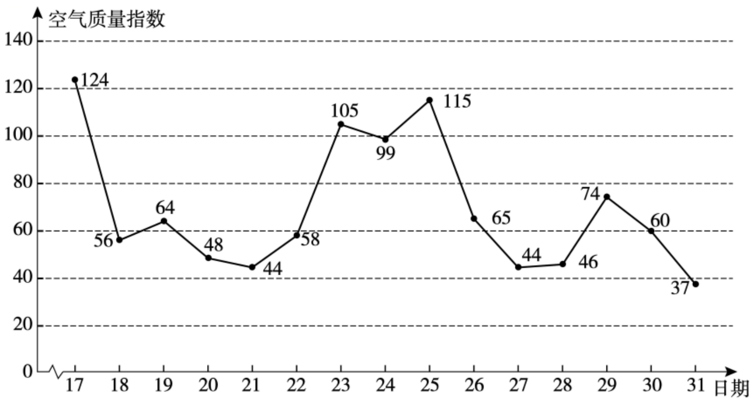
A. −4 和−3 之间　　B. −3 和−2 之间　　C. −5 和−4 之间　　D. −6 和−5 之间

9. 如图，将平行四边形 $ABCD$ 沿 AE 翻折，使点 B 恰好落在 AD 上的点 F 处，则下列结论不一定成立的是（　）.



A. $AB=EF$　　B. $BE=EF$　　C. $BE=AF$　　D. $AE=AF$

10. 北京市空气质量呈现"优增劣减"特征，"蓝天"含金量进一步提高，下图是去年某月 17 日至 31 日的空气质量指数趋势图．说明：空气质量指数为 0−50、51−100、101−150 分别表示空气质量为优、良、轻度污染下述结论中，错误的结论是（　）.



A. 在此次统计中，空气质量为优良的天数占 $\frac{4}{5}$；

B. 在此次统计中，空气质量为优的天数多于轻度污染的天数；

C. 这组数据的中位数是 64；

D. 20，21，22 三日的空气质量指数的方差小于 26，27，28 三日的空气质量指数的方差.

二、填空题（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

11. 函数 y= $\sqrt{x+3}$ 中，自变量 x 的取值范围是____________.

12. 写出一个图象经过二、四象限的一次函数的解析式____________.

13. 八年级(1)班甲、乙两个小组的 10 名学生进行飞镖训练，某次训练成绩如下:

甲组成绩(环)	8	7	8	8	9
乙组成绩(环)	9	8	7	9	7

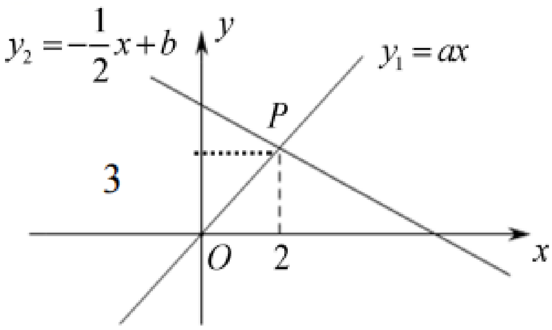
由上表可知，甲、乙两组成绩更稳定的是________组.

14. 已知等边三角形 ABC 的一条中位线的长是 3cm,则△ABC 的周长是______cm

15. 已知一个菱形的边长为 5，其中一条对角线长为 8，则这个菱形的面积为_______.

16. 在正方形 $ABCD$ 中，E 是对角线 AC 上一点，且 $AE=AB$，则$\angle EBC$ 的度数是___________.

17. 如图，函数 $y_1=ax$ 和 $y_2=-\frac{1}{2}x+b$ 的图象交于点 P，则根据图象可得，不等式 $ax>-\frac{1}{2}x+b$ 的解集是________.



18. 如图 1，在平面直角坐标系 xOy 中，▱$ABCD$ 的面积为 10，且边 AB 在 x 轴上．如果将直线 $y=-x$ 沿 x 轴正方向平移，在平移过程中，记该直线在 x 轴上平移的距离为 m，直线被平行四边形的边所截得的线段的长度为 n，且 n 与 m 的对应关系如图 2 所示，那么图 2 中 a 的值是 ___，b 的值是 ___.

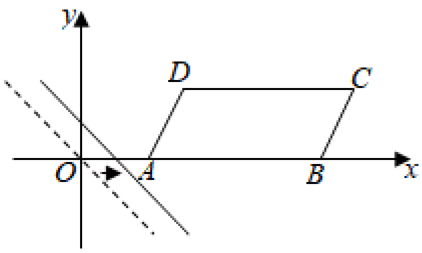


图1

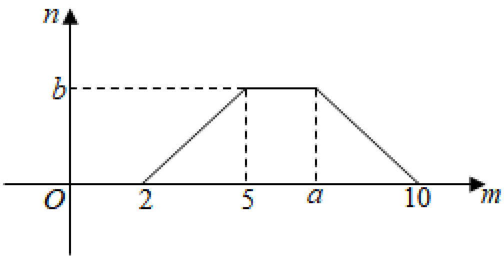


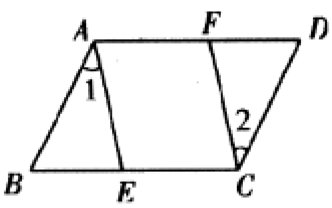
图2

三、解答题（共 54 分）

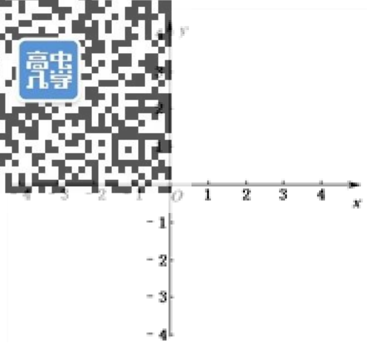
19. （1）$\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{3}+\sqrt{12}$

（2）$\sqrt{6}\times\frac{3}{\sqrt{2}}+(2\sqrt{3}-2)(2\sqrt{3}+2)$

20. 已知:如图，点 E,F 分别为平行四边形 $ABCD$ 的 BC , AD 边上的点，且 $\angle1=\angle2$. 求证 $AE=CF$.



21 已知直线 y=-x+4.



(1)直接写出直线与 x 轴、y 轴的交点 A、B 的坐标；

(2)画出图象；

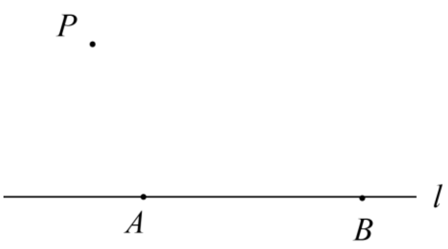
(3)求直线与坐标轴围成的三角形的面积.

22. 下面是小东设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知：直线 l 和直线 l 外一点 P.

求作：直线 PQ，使得 $PQ \mathbin{/\mkern-5mu/} l$.

作法：如图，



①在直线 l 上任取两点 A，B；

②以点 P 为圆心，AB 长为半径画弧，以点 B 为圆心，AP 长为半径画弧，两弧在直线 l 上方相交于点 Q；

③作直线 PQ.

直线 PQ 就是所求作的直线.

根据小东设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

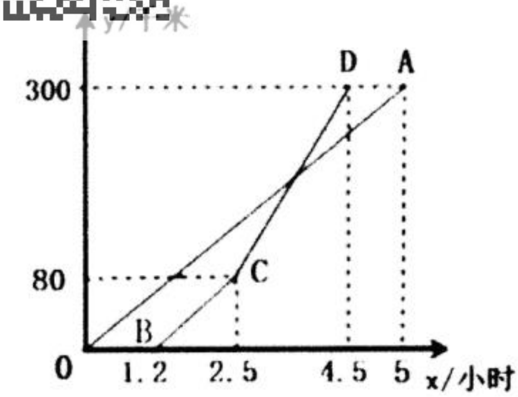
证明：$\because PA = QB, AB = PQ$,

$\therefore$四边形 $PABQ$ 是平行四边形（____________）（填写推理的依据）.

$\therefore PQ \mathbin{/\mkern-5mu/} AB$（______________）（填写推理的依据）.

即 $PQ \mathbin{/\mkern-5mu/} l$

23. 甲、乙两地相距 300 千米，一辆货车和一辆轿车分别从甲地开往乙地（轿车 平均速度大于货车的平均速度），如图，线段 OA、折线 BCD 分别表示两车离甲地的距离 y（单位：千米）与时间 x（单位：小时）之间的函数关系.

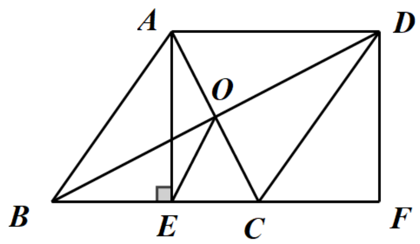


（1）线段 OA 与折线 BCD 中，______（填线段 OA 或折线 BCD）表示货车离甲地的距离 y 与时间 x 之间的函数关系.

（2）求线段 CD 函数关系式（标出自变量 x 取值范围）；

（3）货车出发多长时间两车相遇？

24. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O，过点 A 作 $AE\perp BC$ 于点 E，延长 BC 到点 F，使 $CF=BE$，连接 DF.



（1）求证：四边形 $AEFD$ 是矩形；

（2）连接 OE，若 $AD=5$，$EC=2$，求 OE 的长度.

25. 4 月 23 日 “世界读书日”，向阳中学对在校学生课外阅读情况进行了随机问卷调查，共发放 100 份调查问卷，并全部收回．根据调查问卷，将课外阅读情况整理后，制成表格如下：

月阅读册数（本）	1	2	3	4	5
被调查的学生数（人）	20	50	15	10	5

请你根据以上信息，解答下列问题：

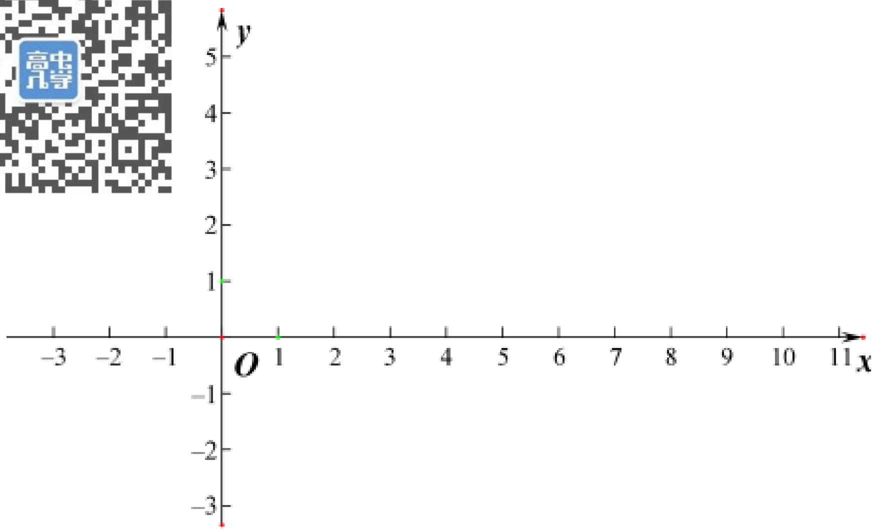
（1）被调查的学生月平均阅读册数为________本；

（2）被调查的学生月阅读册数的中位数是________；

（3）在平均数、中位数这两个统计量中，________更能反映被调查学生月阅读的一般水平；

（4）若向阳中学共有学生 2000 人，用样本平均数估计四月份该校学生共阅读课外书籍多少本？

26. 在一次函数学习中，我们经历了列表、描点、连线画函数图象，结合图象研究函数性质并对其性质进行应用的过程．小红对于某个 y 关于 x 的函数：当 $x<2$ 时，$y=2x-1$；当 $x\geq 2$ 时，$y=3$ 的图象和性质进行了如下探究，请同学们阅读探究过程并解答：



（1）小红列出了如下表格，请写出表格中的 $m=$______，并在平面直角坐标系中画出该函数的图象：

x	…	-1	0	1	2	3	4	5	…
y	…	-3	-1	m	3	3	3	3	…

（2）根据函数图象，以下判断该函数性质的说法，正确的有________（填正确答案的序号）．

①函数图象关于 y 轴对称；

②此函数无最小值；

③当 $x<2$ 时，y 随 x 的增大而增大；当 $x\geq 2$ 时，y 的值不变．

（3）若这个函数　图象与直线 $y=kx+1$ 有两个交点，直接写出 k 的取值范围________．

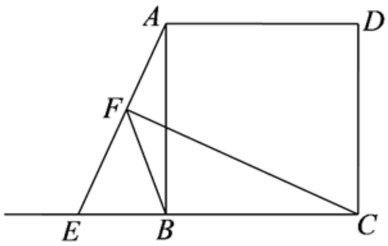
27. 已知正方形 ABCD，点 E 是 CB 延长线上一点，位置如图所示，连接 AE，过点 C 作 CF⊥AE 于点 F，连接 BF．

（1）求证：$\angle FAB=\angle BCF$；

（2）作点 B 关于直线 AE 的对称点 M，连接 BM，FM．

①依据题意补全图形；

②用等式表示线段 CF，AF，BM 之间的数量关系，并证明．



28. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 M 的坐标为 $\left(x_1, y_1\right)$，点 N 的坐标为 (x_2, y_2)，且 $x_1\neq x_2$， $y_1\neq y_2$．给出如下定义：若一个矩形的边均与某条坐标轴平行，且 MN 是它的一条对角线，则称这个矩形是 MN 的“非常矩形”，如图 1，点 $M(1,1)$ 和点 $N(4,2)$，它们的“非常矩形”是矩形 $MPNQ$．

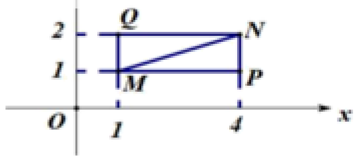
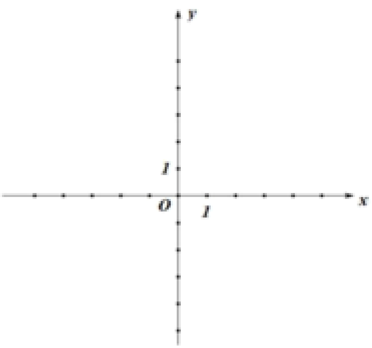


图 1



备用图

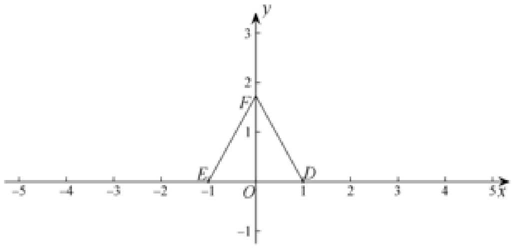


图 2

（1）在点 $A(1,2)$，$B(1,-1)$，$C(-2,2)$ 中，与 O 构成的“非常矩形”的周长是 6 的点是________；

（2）若在第一象限有一点 $T(x,y)$ 与点 O 构成的“非常矩形”，且它的周长是 8，求 x，y 满足的数量关系；

（3）如图 2，等边$\triangle DEF$ 的边 DE 在 x 轴上，顶点 F 在 y 轴的正半轴上，点 D 的坐标为$(1,0)$，点 G 的坐标为$(a,2)$，若在$\triangle DEF$ 的边上存在一点 H，使得点 G，H 的“非常矩形”为正方形，请直接写出这些正方形周长的最小值和 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题（共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 下列四组线段中，可以构成直角三角形的是（　）

A. 4，5，6　　B. 2，3，4　　C. 5，12，13　　D. 1，$\sqrt{2}$，3

【答案】C

【解析】

【分析】根据勾股定理的逆定理，只要验证两小边的平方和等于最长边的平方即可.

【详解】解：A、$4^2+5^2\neq 6^2$，故不是直角三角形；

B、$2^2+3^2\neq 4^2$，故不是直角三角形；

C、$5^2+12^2=13^2$，是直角三角形；

D、$1^2+\left(\sqrt{2}\right)^2\neq 3^2$，故不是直角三角形；

故选：C.

【点睛】本题考查了勾股定理的逆定理，在应用勾股定理的逆定理时，应先认真分析所给边的大小关系，确定最大边后，再验证两条较小边的平方和与最大边的平方之间的关系，进而作出判断是解答此题的关键.

2. 下列计算正确的是（　）

A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　B. $3\sqrt{2}-\sqrt{2}=3$

C. $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$　　D. $\sqrt{10}\div\sqrt{5}=2$

【答案】C

【解析】

【分析】根据二次根式的加减乘除运算法则逐项判断即可得.

【详解】A、$\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式，不可合并，此项错误；

B、$3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，此项错误；

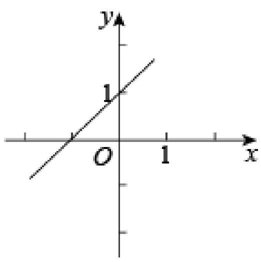
C、$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$，此项正确；

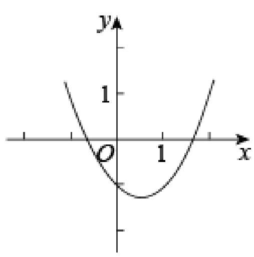
D、$\sqrt{10}\div\sqrt{5}=\sqrt{2}$，此项错误；

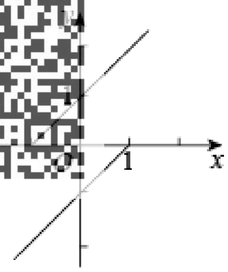
故选：C.

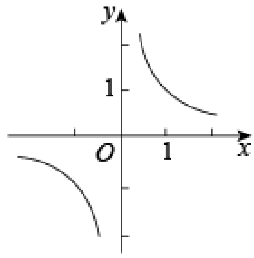
【点睛】本题考查了二次根式的加减乘除运算，熟练掌握二次根式的运算法则是解题关键.

3. 下列各曲线中，不表示 y 是 x 的函数的是（　）

A. 

B. 



D. 

【答案】C

【解析】

【分析】在直角坐标系中，对于 x 的取值范围内的任意一点，通过这点作 x 轴的垂线，则垂线与图形只有一个交点就满足函数定义，否则就不满足.

【详解】解：函数是指：在一个变化过程中，有两个变量 x，y，对于 x 的每一个取值，y 都有唯一确定的值与之对应.

选项 C 中，当 x 在-1 到 1 之间时，过其中某点向 x 轴作垂线，该垂线与图形有两个交点，与函数的概念违背，故选项 C 中表示的不是函数.

选项 A、B、D 都满足函数概念.

故答案为：C.

【点睛】本题考查函数的概念，函数的概念是指：在一个变化过程中，有两个变量 x，y，对于 x 的每一个取值，y 都有唯一确定的值与之对应，则 y 是 x 的函数，x 叫自变量；根据定义即可解答.

4. 数据 2，4，5，4，3 的中位数和众数分别是（　　）.

A. 5 和 4　　　　B. 4 和 4　　　　C. 4.5 和 4　　　　D. 4 和 5

【答案】B

【解析】

【分析】将这五个数按从小到大的顺序排列，中间位置的数即为中位数；找到这五个数中出现次数最多的数，即为众数.

【详解】将这五个数按从小到大的顺序排列为；2，3，4，4，5，

中间位置的数为第三个数 4，

故中位数为 4，

这五个数中，4 出现两次，其他数只出现一次，故众数为 4，

故选：B.

【点睛】本题考查中位数和众数，注意中位数先要按一定顺序排列，然后找中间位置的数，若中间位置有两个数，则取两个数的平均数作为中位数.

5. 将正比例函数 y=2x 的图象向下平移 2 个单位长度，所得图象对应的函数解析式是（　　）

A. y=2x-1　　　　B. y=2x+2

C. y=2x-2　　　　D. y=2x+1

【答案】C

【解析】

【分析】根据“上加下减”的原则求解即可.

【详解】将正比例函数 y=2x 的图象向下平移 2 个单位长度，所得图象对应的函数解析式是 y=2x-2．

故选C．

【点睛】本题考查的是一次函数的图象与几何变换，熟知函数图象变换的法则是解答此题的关键．

6. 下列二次根式中，是最简二次根式的是（　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$　　C. $\sqrt{\frac{4}{3}}$　　D. $\sqrt{3x^3}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据最简二次根式的条件对各选项进行判断即可得出答案．

【详解】A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$是最简二次根式，故符合题意；

B．$\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，故 B 选项不符合题意；

C．$\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，故 C 选项不符合题意；

D．$\sqrt{3x^3}=x\sqrt{3x}$，故 D 选项不符合题意，

故选 A．

【点睛】本题考查了最简二次根式，熟练掌握最简二次根式的条件是解题的关键．最简二次根式的条件：（1）被开方数的因数是整数或字母，因式是整式；（2）被开方数中不含有可化为平方数或平方式的因数或因式．

7. 若点 $A(-3，y_1)$，$B(1，y_2)$都在直线 $y=-\frac{1}{2}x+5$ 上，则 y_1 与 y_2 的大小关系是（　）．

A. $y_1<y_2$　　B. $y_1=y_2$　　C. $y_1>y_2$　　D. 无法比较大小

【答案】C

【解析】

【分析】由一次函数 $y=-\frac{1}{2}x+5$ 可知，$k=-\frac{1}{2}<0$，y 随 x 的增大而减小，由此即可得出答案．

【详解】解：∵一次函数 $y=-\frac{1}{2}x+5$ 可知，$k=-\frac{1}{2}<0$，y 随 x 的增大而减小，

∵-3＜1，

∴$y_1>y_2$．

故选：C．

【点睛】本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点，熟知一次函数 $y=kx+b$（$k\neq0$）中，当 $k<0$ 时 y 随 x 的增大而减小是解答此题的关键．

8. 如图，在平面直角坐标系中，点 P 的坐标为(－2，3)，以点 O 为圆心，OP 的长为半径画弧，交 x 轴的负半轴于点 A，则点 A 的横坐标在(　　)

A. −4 和−3 之间　　　B. −3 和−2 之间　　　C. −5 和−4 之间　　　D. −6 和−5 之间

【答案】A

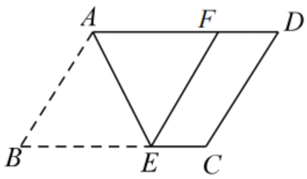
【解析】

【详解】由勾股定理可得 OP＝$\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，而 3<$\sqrt{13}$<4，

所以点 A 的横坐标在−4 和−3 之间.

故选 A.

9. 如图，将平行四边形 $ABCD$ 沿 AE 翻折，使点 B 恰好落在 AD 上的点 F 处，则下列结论不一定成立的是（　）.



A. $AB=EF$　　　B. $BE=EF$　　　C. $BE=AF$　　　D. $AE=AF$

【答案】D

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质及折叠变换进行推理，可知 A、B、C 均成立，只有 D 不成立.

【详解】解：∵平行四边形 $ABCD$ 沿 AE 翻折

∴$\triangle ABE\cong\triangle AFE$，

∴$AB=AF$，$BE=EF$，$\angle AEB=\angle AEF$，

∵$AD\,//\,BC$，

∴$\angle AEB=\angle EAF$，

∴$\angle AEF=\angle EAF$，

∴$AF=EF$，

∴$AF=BE$，

∴四边形 $ABEF$ 为平行四边形，

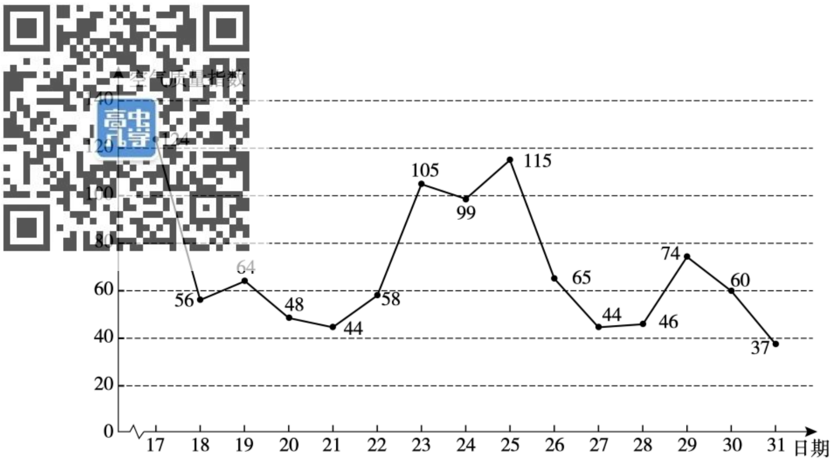
∴$AB=EF=AF=BE$，

∴以上结论中只有 D 不成立.

故选：D.

【点睛】已知折叠问题就是已知图形的全等，折叠是一种对称变换，它属于轴对称，根据轴对称的性质，折叠前后图形的形状和大小不变，只是位置变化.

10. 北京市空气质量呈现“优增劣减”特征，“蓝天”含金量进一步提高，下图是去年某月 17 日至 31 日的空气质量指数趋势图．说明：空气质量指数为 0－50、51－100、101－150 分别表示空气质量为优、良、轻度污染下述结论中，错误的结论是（　）.



A. 在此次统计中，空气质量为优良的天数占$\frac{4}{5}$；

B. 在此次统计中，空气质量为优的天数多于轻度污染的天数；

C. 这组数据的中位数是 64；

D. 20，21，22 三日的空气质量指数的方差小于 26，27，28 三日的空气质量指数的方差.

【答案】C

【解析】

【分析】根据折线统计图的数据，逐一进行分析即可.

【详解】解：A、在此次统计中，空气质量为优良的天数占$\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$；此项正确，不符合题意；

B、在此次统计中，空气质量为优的天数 5 天，多于轻度污染的天数 3 天，此项正确，不符合题意；

C、这组数据的中位数从小到大排列是第 8 个数据，则中位数是 60；此项错误，符合题意；

D、20，21，22 三日的空气质量指数波动范围小于 26，27，28 三日的空气质量指数波动范围，故 20，21，22 三日的空气质量指数的方差小于 26，27，28 三日的空气质量指数的方差，此项正确，不符合题意.

故选：C.

【点睛】本题是折线统计图，要通过坐标轴以及图例等读懂本图，根据图中所示的数量解决问题.

二、填空题（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

11. 函数 y=$\sqrt{x+3}$中，自变量 x 的取值范围是____________.

【答案】$x\ge-3$

【解析】

【详解】解：由题意得，$x+3\ge0$，

解得$x\ge-3$.

12. 写出一个图象经过二、四象限的一次函数的解析式____________.

【答案】$y=-x$（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据一次函数图象经过的象限可得一次函数的一次项系数小于 0，常数项等于 0，由此即可得出答案.

【详解】解：因 一次函数图象经过第二、四象限，

所以这个一次函数的一次项系数小于 0，常数项等于 0，

所以符合条件的一次函数的表达式为 $y=-x$，

故答案为：$y=-x$（答案不唯一）．

【点睛】本题考查了一次函数的图象，熟练掌握一次函数的图象特点是解题关键．

13. 八年级(1)班甲、乙两个小组的 10 名学生进行飞镖训练，某次训练成绩如下:

甲组成绩(环)	8	7	8	8	9
乙组成绩(环)	9	8	7	9	7

由上表可知，甲、乙两组成绩更稳定的是________组.

【答案】甲

【解析】

【分析】根据方差计算公式，进行计算，然后比较方差，小的稳定，在计算方差之前还需先计算平均数.

【详解】$\bar{x}_{甲}=\dfrac{8+7+8+8+9}{5}$=8，$\bar{x}_{乙}=\dfrac{9+8+7+9+7}{5}$=8，

$S_{甲}^{2}=\dfrac{1}{5}$[（8-8）^{2}+（7-8）^{2}+（8-8）^{2}+（8-8）^{2}+（9-8）^{2}]=0.4，

$S_{乙}^{2}=\dfrac{1}{5}$[（9-8）^{2}+（8-8）^{2}+（7-8）^{2}+（9-8）^{2}+（7-8）^{2}]=0.8

∵ $S_{甲}^{2}<S_{乙}^{2}$

∴甲组成绩更稳定.

故答案为甲.

【点睛】考查平均数、方差的计算方法，理解方差是反映一组数据的波动大小的统计量，方差越小，数据越稳定.

14. 已知等边三角形 ABC 的一条中位线的长是 3cm,则△ABC 的周长是______cm

【答案】18

【解析】

【分析】先由中位线求出等边三角形的边长，再求周长即可.

【详解】∵等边三角形 ABC 的一条中位线的长是 3cm,

∴等边三角形 ABC 的边长是 6cm，

∴△ABC 的周长是 6×3=18cm.

故答案为 18.

【点睛】本题考查了三角形的中位线，连接三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线，三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半.

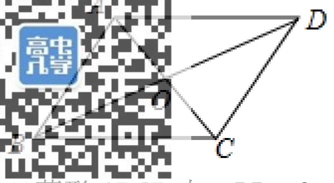
15. 已知一个菱形的边长为 5，其中一条对角线长为 8，则这个菱形的面积为_______.

【答案】24

【解析】

【分析】首先根据题意画出图形，由一个菱形的边长为 5，其中一条对角线长为 8，可利用勾股定理，求得另一菱形的对角线长，继而求得答案.

【详解】解：如图，



∵菱形 $ABCD$ 中，$BD=8$，$AB=5$，

∴$AC\perp BD$，$OB=\frac{1}{2}BD=4$，

∴$OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=3$，

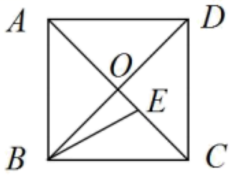
∴$AC=2OA=6$，

∴这个菱形的面积为：$\frac{1}{2}AC\bullet BD=\frac{1}{2}\times6\times8=24$.

故答案为：24.

【点睛】此题考查了菱形的性质以及勾股定理．注意菱形的面积等于其对角线积的一半.

16. 在正方形 $ABCD$ 中，E 是对角线 AC 上一点，且 $AE=AB$，则$\angle EBC$ 的度数是___________.



【答案】22.5°##22.5 度

【解析】

【分析】由 $AB=AE$，在正方形中可知$\angle BAC=45°$，进而求出$\angle ABE$，又知$\angle ABE+\angle EBC=90°$，故能求出$\angle EBC$.

【详解】解：∵正方形 $ABCD$ 中，E 是对角线 AC 上一点，

∴$\angle BAC=45°$，

∵$AB=AE$，

∴$\angle ABE=\angle AEB=67.5°$，

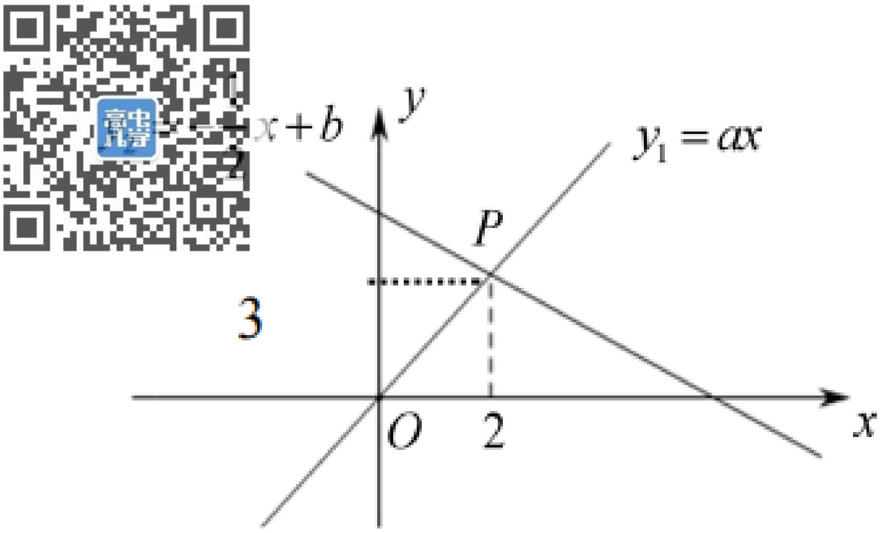
∵$\angle ABE+\angle EBC=90°$，

∴$\angle EBC=22.5°$，

故答案为：22.5°.

【点睛】本题主要考查了正方形　对角线平分对角的性质及等腰三角形的性质，解题的关键是正确求出$\angle ABE$ 的度数.

17. 如图，函数 $y_1=ax$ 和 $y_2=-\frac{1}{2}x+b$ 的图象交于点 P，则根据图象可得，不等式 $ax>-\frac{1}{2}x+b$ 的解集是________.



【答案】$x>2$

【解析】

【分析】利用函数与不等式的关系，不等式可以理解为 x 相同时，$y_1>y_2$，即坐标系中 y_1 图像在 y_2 上方时，写出此时 x 的取值范围，即可得到答案.

【详解】由图，y_1 图像在 y_2 上方时，$x>2$

故答案为：$x>2$

【点睛】本题考查一次函数与不等式的关系，注意以直线交点处作为分界去看.

18. 如图 1，在平面直角坐标系 xOy 中，▱$ABCD$ 的面积为 10，且边 AB 在 x 轴上．如果将直线 $y=-x$ 沿 x 轴正方向平移，在平移过程中，记该直线在 x 轴上平移的距离为 m，直线被平行四边形的边所截得的线段的长度为 n，且 n 与 m 的对应关系如图 2 所示，那么图 2 中 a 的值是___，b 的值是___.

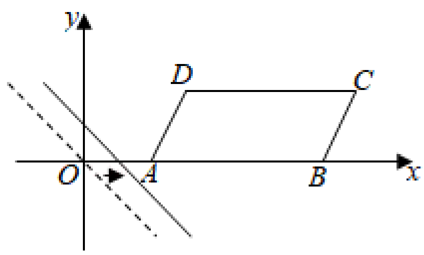


图1

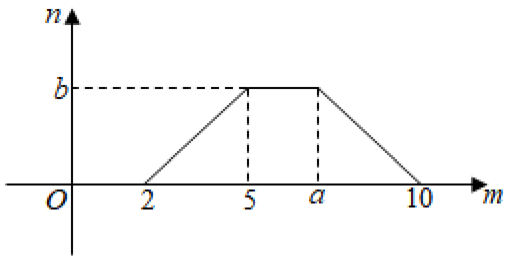


图2

【答案】 ①. 7 ②. $2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】在图 1 中，过点 D，B，C 作直线与已知直线 $y=-x$ 平行，交 x 轴于点 E，F，过 D 作 $DG\perp x$ 轴于 G，在图 2 中，取 A'（2，0），E'（5，b），B'（a，b），F'（10，0），求出 $OA=m=2$，$OE=m=5$，$DE=n=b$，则 $AE=3$，$OF=m=10$，$OB=m=a$，根据▱$ABCD$ 的面积为 10，求出 $DG=2$，得到 DE 即为 b 值.

【详解】解：在图 1 中，过点 D，B，C 作直线与已知直线 $y=-x$ 平行，交 x 轴于点 E，F，过 D 作 $DG\perp x$ 轴于 G，

在图 2 中，取 A'（2，0），E'（5，b），B'（a，b），F'（10，0），

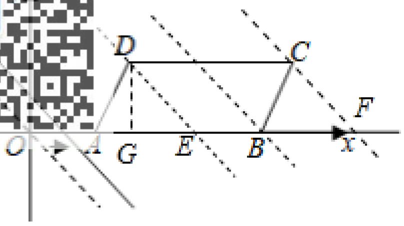


图1

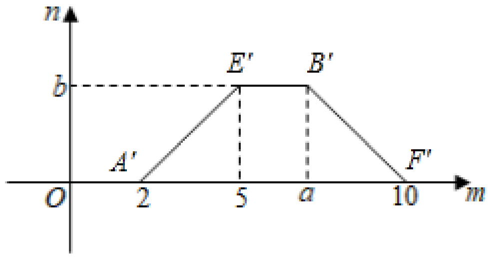


图2

图 1 中点 A 对应图 2 中的点 A'，得出 $OA=m=2$，

图 1 中点 E 对应图 2 中的点 E'，得出 $OE=m=5$，$DE=n=b$，则 $AE=3$，

图 1 中点 F 对应图 2 中的点 F'，得出 $OF=m=10$，

图 1 中点 B 对应图 2 中的点 B'，得出 $OB=m=a$，

∵$a=OB=OF-BF$，$BF=AE=3$，$OF=10$

∴$a=7$，

∵▱$ABCD$ 的面积为 10，$AB=OB-OA=7-2=5$，

∴$DG=2$，

在 Rt△DGE 中，∠$DEG=45°$，

∴$DE=\sqrt{2DG^2}=2\sqrt{2}$，

故答案　：7，$2\sqrt{2}$．

【点睛】此题考查了平行四边形与函数图象的结合，正确掌握平行四边形的性质，直线 $y=-x$ 与坐标轴夹角 45 度的性质，一次函数图象平行的性质，勾股定理，正确理解函数图象得到相关信息是解题的关键．

三、解答题（共 54 分）

19.（1）$\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{3}+\sqrt{12}$

（2）$\sqrt{6}\times\frac{3}{\sqrt{2}}+(2\sqrt{3}-2)(2\sqrt{3}+2)$

【答案】（1）$\frac{\sqrt{2}}{2}+3\sqrt{3}$

（2）$3\sqrt{3}+8$

【解析】

【分析】利用二次根式的运算法则计算即可

【详解】（1）原式$=\frac{1}{\sqrt{2}}+\sqrt{3}+2\sqrt{3}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}+3\sqrt{3}$

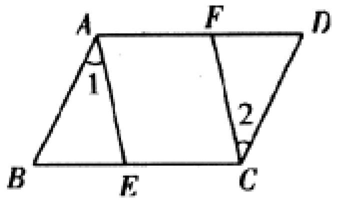
（2）原式$=\sqrt{\frac{6}{2}}\times3+(2\sqrt{3})^2-2^2$

$=3\sqrt{3}+4\times 3-4$

$=3\sqrt{3}+8$

【点睛】本题考查二次根式的综合运算，注意不是同类二次根式不能相加减

20. 已知:如图，点 E,F 分别为平行四边形 $ABCD$ 的 BC , AD 边上的点，且 $\angle 1=\angle 2$. 求证 $AE=CF$.



【答案】见解析.

【解析】

【分析】根据平行四边形的对边相等，对角相等，易得△ABE≌△CDF，即可得 AE=CF.

【详解】∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AB=CD$, $\angle B=\angle D$

在 ΔABE 与 ΔCDF 中，

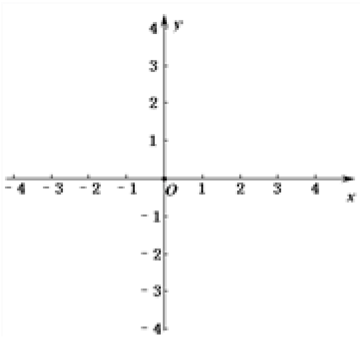
$$\begin{cases}\angle 1=\angle 2\\ AB=CD\\ \angle B=\angle D\end{cases}$$

∴ $\Delta ABE\cong\Delta CDF$ ，

∴ $AE=CF$.

【点睛】此题考查了平行四边形的性质：平行四边形的对边相等；平行四边形的对角相等．还考查了全等三角形的判定与性质．此题比较简单，解题要细心.

21. 已知直线 y=-x+4.



(1)直接写出直线与 x 轴、y 轴的交点 A、B 的坐标；

(2)画出图象；

(3)求直线与坐标轴围成的三角形的面积.

【答案】(1)A(4,0),B(0,4) (2)图形见解析(3) 8

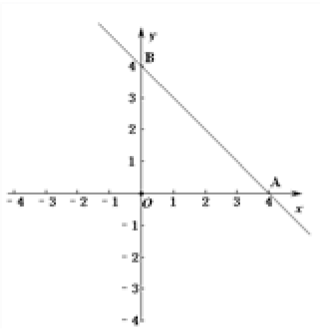
【解析】

【详解】试题分析：（1）当 x=0 时，由 y=4，所以点 B 坐标是（0，4）；当 y=0 时，由 0=-x+4，德 x=4，所以点 A 坐标是（4，0）．（2）作直线 AB 即可的函数 y=-x+4 的图象；（3）由 A(4,0),B(0,4)，可知 OA=4,OB=4，根据三角形的面积公式即可求得直线与坐标轴围成的三角形的面积.

试题解析:

(1)A(4,0),B(0,4)

(2)如图



(3)∵A(4 0),B(0,4)

∴OA=4,OB=4

∴$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\cdot OA\cdot OB=\frac{1}{2}\times 4\times 4$=8

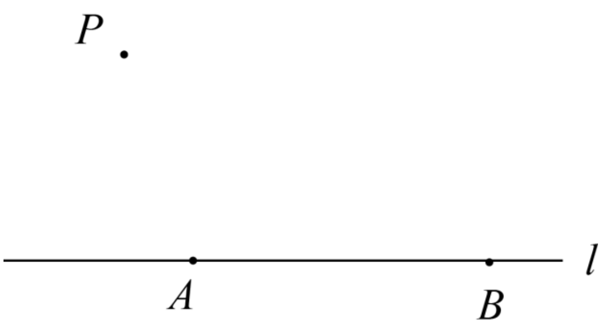
∴直线与坐标轴围成的三角形的面积为 8.

22. 下面是小东设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知：直线 l 和直线 l 外一点 P.

求作：直线 PQ，使得 $PQ \parallel l$.

作法：如图,



①在直线 l 上任取两点 A，B;

②以点 P 为圆心，AB 长为半径画弧，以点 B 为圆心，AP 长为半径画弧，两弧在直线 l 上方相交于点 Q;

③作直线 PQ.

直线 PQ 就是所求作的直线.

根据小东设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：$\because PA=QB, AB=PQ$，

$\therefore$四边形 $PABQ$ 是平行四边形（____________）（填写推理的依据）.

$\therefore PQ/\!/AB$（______________）（填写推理的依据）.

即 $PQ/\!/l$

【答案】（1）见解析　（2）两组对边分别相等的四边形是平行四边形；平行四边形的两组对边分别平行.

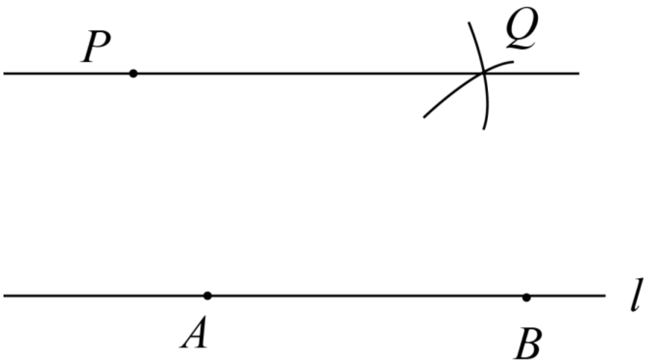
【解析】

【分析】（1）根据题目告诉的作图方法进行作图即可；

（2）利用平行四边形的性质与判定证明即可.

【小问 1 详解】

解：如图所示，直线 PQ 就是所求作的直线.



【小问 2 详解】

证明：$\because PA=QB$，$AB=PQ$

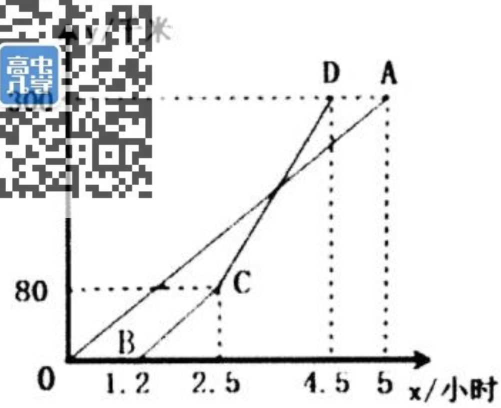
$\therefore$四边形 $PABQ$ 是平行四边形（两组对边分别相等的四边形是平行四边形）.

$\therefore PQ/\!/AB$（平行四边形的两组对边分别平行）.

即 $PQ/\!/l$.

【点睛】本题考查了尺规作图，平行四边形的性质与判定，熟练掌握相关性质定理是解题的关键.

23. 甲、乙两地相距 300 千米，一辆货车和一辆轿车分别从甲地开往乙地（轿车的平均速度大于货车的平均速度），如图，线段 OA、折线 BCD 分别表示两车离甲地的距离 y（单位：千米）与时间 x（单位：小时）之间的函数关系.



（1）线段 OA 与折线 BCD 中，______（填线段 OA 或折线 BCD ）表示货车离甲地的距离 y 与时间 x 之间的函数关系.

（2）求线段 CD 　函数关系式（标出自变量 x 取值范围）；

（3）货车出发多长时间两车相遇？

【答案】（1）OA；（2）$y=110x-195$（$2.5\le x\le 4.5$）；（3）3.9 小时.

【解析】

【分析】（1）根据题意可以分别求得两个图象中相应函数对应的速度，从而可以解答本题；

（2）设 CD 段的函数解析式为 $y=kx+b$，将 C（2.5，80），D（4.5，300）两点的坐标代入，运用待定系数法即可求解；

（3）根据题意可以求得 OA 对应的函数解析式，从而可以解答本题.

【详解】（1）线段 OA 表示货车货车离甲地的距离 y 与时间 x 之间的函数关系，

理由：$v_{OA}=\dfrac{300}{5}=60$（千米/时），$v_{BCD}=\dfrac{300}{4.5-1.2}=\dfrac{1000}{11}=90\dfrac{10}{11}$

∵$60<90\dfrac{10}{11}$90 轿车的平均速度大于货车的平均速度，

∴线段 OA 表示货车离甲地的距离 y 与时间 x 之间的函数关系.

故答案为 OA；

（2）设 CD 段函数解析式为 $y=kx+b$（$k\neq0$）（$2.5\le x\le 4.5$）.

∵C（2.5，80），D（4.5，300）在其图象上，

$$\therefore\begin{cases}2.5k+b=80\\4.5k+b=300\end{cases}$$

$$\text{解得}\begin{cases}k=110\\b=-195\end{cases}$$

∴CD 段函数解析式：$y=110x-195$（$2.5\le x\le 4.5$）；

（3）设线段 OA 对应的函数解析式为 $y=kx$，

$300=5k$，得 $k=60$，

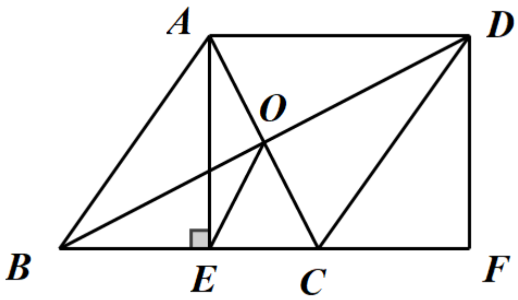
即线段 OA 对应的函数解析式为 $y=60x$，

$$\begin{cases}y=60x\\y=110x-195\end{cases}，\text{解得}\begin{cases}x=3.9\\y=234\end{cases}$$

即货车出发3.9小时两车相遇.

【点睛】本题考查一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答.

24. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O，过点 A 作 $AE\perp BC$ 于点 E，延长 BC 到点 F，使 $CF=BE$，连接 DF.



（1）求证：四边形 $AEFD$ 是矩形；

（2）连接 OE，若 $AD=5$，$EC=2$，求 OE 的长度.

【答案】（1）见解析；（2）$\sqrt{5}$

【解析】

【分析】（1）根据菱形的性质得到 $AD\,/\!/\,BC$ 且 $AD=BC$，等量代换得到 $BC=EF$，推出四边形 $AEFD$ 是平行四边形，根据矩形的判定定理即可得到结论；

（2）由菱形的性质得 $AD=AB=BC=10$，由勾股定理求出 $AE=4$，$AC=2\sqrt{5}$，再由直角三角形斜边上的中线性质即可得出答案.

【详解】证明：（1）∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AD\,/\!/\,BC$ 且 $AD=BC$，

∵$BE=CF$，

∴$BC=EF$，

∴$AD=EF$，

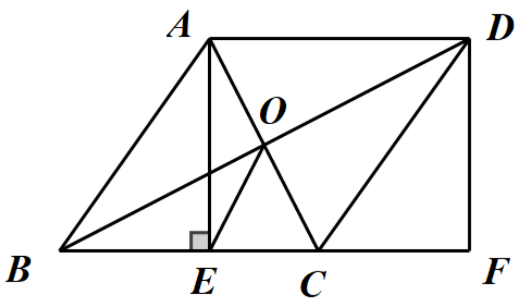
∵$AD\,/\!/\,EF$，

∴四边形 $AEFD$ 是平行四边形，

∵$AE\perp BC$，

∴$\angle AEF=90°$，

∴四边形 $AEFD$ 是矩形；



（2）解：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，$AD=5$，

∴*AD*=*AB*=*BC*=5，

∵*EC*=2，

∴*BE*=5-2=3，

在 *Rt*△*ABE* 中，

$$AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4,$$

在 *Rt*△*AEC* 中，

$$AC=\sqrt{AE^2+EC^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5},$$

∵四边形 *ABCD* 是菱形，

∴*OA*=*OC*，

∴$OE=\frac{1}{2}AC=\sqrt{5}$.

【点睛】本题考查了矩形的判定和性质，菱形的性质，勾股定理，直角三角形斜边上的中线性质等知识；根据菱形的性质得到 *AD*∥*BC* 且 *AD*=*BC*，等量代换得到 *BC*=*EF* 是解题的关键．

25. 4 月 23 日是“世界读书日”，向阳中学对在校学生课外阅读情况进行了随机问卷调查，共发放 100 份调查问卷，并全部收回．根据调查问卷，将课外阅读情况整理后，制成表格如下：

月阅读册数（本）	1	2	3	4	5
被调查的学生数（人）	20	50	15	10	5

请你根据以上信息，解答下列问题：

（1）被调查的学生月平均阅读册数为________本；

（2）被调查的学生月阅读册数的中位数是________；

（3）在平均数、中位数这两个统计量中，________更能反映被调查学生月阅读的一般水平；

（4）若向阳中学共有学生 2000 人，用样本平均数估计四月份该校学生共阅读课外书籍多少本？

【答案】（1）2.3　（2）2

（3）中位数　（4）4600

【解析】

【分析】（1）根据平均数的概念求解；

（2）根据中位数的概念求解；

（3）在平均数、中位数这两个统计量中，中位数更能反映被调查学生月阅读的一般水平；

（4）用人数×平均数即可求解

【小问 1 详解】

解：平均阅读册数为：$\frac{1\times20+2\times50+3\times15+4\times10+5\times5}{20+50+15+10+5}$=2.3（本）；

【小问 2 详解】

解：∵共有 100 名学生，

∴第 50 和 51 为同学的阅读量的平均数为中位数，即$\frac{2+2}{2}$=2；

【小问3详解】

解：在平均数、中位数这两个统计量中，中位数更能反映被调查学生月阅读的一般水平；

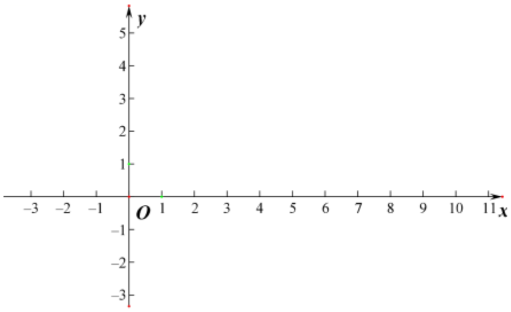
【小问4详解】

解：2.3×2000=4600（本）．

答：用样本平均数估计四月份该校学生共阅读课外书籍4600本．

【点睛】本题考查了平均数、中位数等知识，掌握平均数、中位数的概念是解答本题的关键．

26. 在一次函数学习中，我们经历了列表、描点、连线画函数图象，结合图象研究函数性质并对其性质进行应用的过程．小红对于某个 y 关于 x 的函数：当 $x<2$ 时，$y=2x-1$；当 $x\geq 2$ 时，$y=3$ 的图象和性质进行了如下探究，请同学们阅读探究过程并解答：



（1）小红列出了如下表格，请写出表格中的 $m=$______，并在平面直角坐标系中画出该函数的图象：

x	…	－1	0	1	2	3	4	5	…
y	…	－3	－1	m	3	3	3	3	…

（2）根据函数图象，以下判断该函数性质的说法，正确的有________（填正确答案的序号）．

①函数图象关于 y 轴对称；

②此函数无最小值；

③当 $x<2$ 时，y 随 x 的增大而增大；当 $x\geq 2$ 时，y 的值不变．

（3）若这个函数的图象与直线 $y=kx+1$ 有两个交点，直接写出 k 的取值范围________．

【答案】（1）1；画出该函数的图象见解析

（2）②③　（3）$0<k<1$

【解析】

【分析】（1）根据解析式计算即可；利用描点法画出函数图象即可；

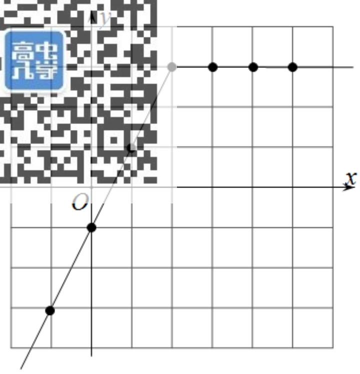
（2）结合图象判断四个性质即可；

（3）根据直线 $y=kx+1$ 经过点（2，3）和直线 $y=3$ 平行时，这个函数的图象与直线 $y=kx+1$ 有一个交点，根据图象即可求得符合题意的 k 的取值范围．

【小问1详解】

解：当 $x=1$ 时，$m=2\times1-1=1$，

描点、连线，画出函数图象如图所示：



故答案为：1；

【小问 2 详解】

解：由图象可知，

①函数图象不是关于 y 轴对称，该说法错误；

②此函数无最小值，该说法正确；

③当 $x<2$ 时，y 随 x 的增大而增大；当 $x\geq 2$ 时，y 的值不变，该说法正确；

故答案为：②③；

【小问 3 详解】

解：若直线 $y=kx+1$ 经过点（2，3），

∴$3=2k+1$，

∴$k=1$，

若 $y=kx+1$ 与 $y=3$ 平行时，则 $k=0$，

这个函数的图象与直线 $y=kx+1$ 有两个交点，则 $0<k<1$.

故答案为：$0<k<1$.

【点睛】本题考查一次函数的图象与性质、一次函数与一元一次方程的关系等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

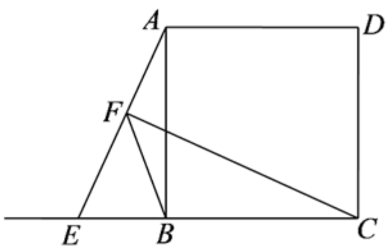
27. 已知正方形 ABCD，点 E 是 CB 延长线上一点，位置如图所示，连接 AE，过点 C 作 CF⊥AE 于点 F，连接 BF.

（1）求证：$\angle FAB=\angle BCF$；

（2）作点 B 关于直线 AE 的对称点 M，连接 BM，FM.

①依据题意补全图形；

②用等式表示线段 CF，AF，BM 之间的数量关系，并证明.



【答案】（1）见详解；（2）①见详解；②CF=AF+BM，证明见详解.

【解析】

【分析】（1）根据题中的垂直可得到∠FAB+∠AEB=90°，∠BCF+∠AEB=90°，从而可得到答案；

（2）①根据题意补全图形即可；②过点 B 作 BH⊥CF 于 H，过 B 作 BN⊥BF，交 CF 于 N，令 BM 与 AE 交于点 G，证四边形 BHFG 为正方形，进而得出△FBN 为等腰直角三角形，得到 FN=BM，再证△ABE≌△CBN，得到 CN=AF，即可得到结论．

【详解】（1）证明：由正方形 ABCD，可知∠ABC=90°，AB=BC，

∴∠ABE=90°，

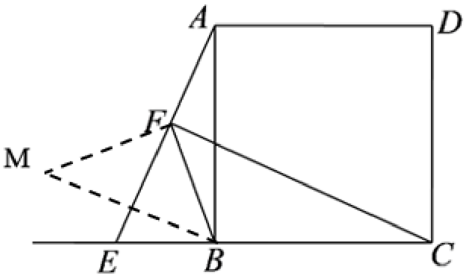
∴∠FAB+∠AEB=90°，

∵CF⊥AE，

∴∠BCF+∠AEB=90°，

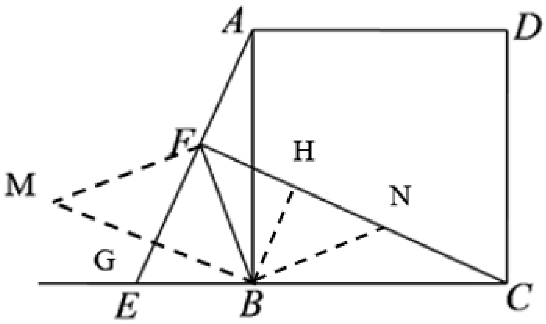
∴ $\angle FAB=\angle BCF$；

（2）①如下图所示，



②CF=AF+BM，

过点 B 作 BH⊥CF 于 H，过 B 作 BN⊥BF，交 CF 于 N，令 BM 与 AE 交于点 G，



由题可知，∠BGF=∠GFH=∠BHF=90°，AB=CB，

∴四边形 BHFG 为矩形，

在△ABG 与△CBH 中，

$$\begin{cases}\angle CHB=\angle AGB=90^\circ \\ \angle BAE=\angle BCH \\ AB=CB\end{cases}$$

∴△ABG≌△CBH，

∴BH=BG，

∴矩形 BHFG 为正方形，

∴∠BFH=45°，BG=FH，

∵BN⊥BF，

∴△FBN 为等腰直角三角形，

∵BH⊥CF，

$\therefore FH=\frac{1}{2}FN$，

由对称可知 $BG=\frac{1}{2}BM$，

$\therefore BM=FN$，

∵∠FBN=90°，∠ABE=90°，

∴∠FBE+∠CBN=90°，∠FBE+∠ABF=90°，

∴∠ABF=∠CBN，

在△ABE 与△CBN 中，

$$\begin{cases}\angle ABF=\angle CBN\\ AB=CB\\ \angle BAF=\angle BCN\end{cases}$$

∴△ABE≌△CBN，

∴CN=AF，

∵CN+FN=CF，

∴CF=AF+BM.

【点睛】本题考查了正方形的性质和判定，全等三角形的性质和判定，正确作出辅助线是解题的关键.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 M 的坐标为 $\left(x_1, y_1\right)$，点 N 的坐标为 (x_2, y_2)，且 $x_1\neq x_2$，$y_1\neq y_2$. 给出如下定义：若一个矩形的边均与某条坐标轴平行，且 MN 是它的一条对角线，则称这个矩形是 MN 的“非常矩形”，如图 1，点 $M(1,1)$ 和点 $N(4,2)$，它们的“非常矩形”是矩形 $MPNQ$.

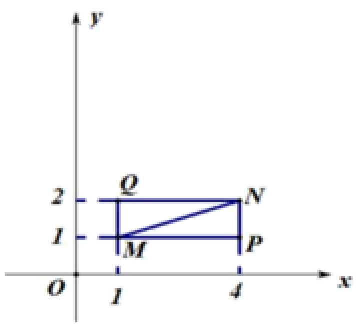
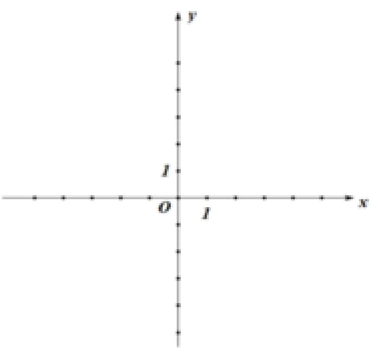


图 1



备用图

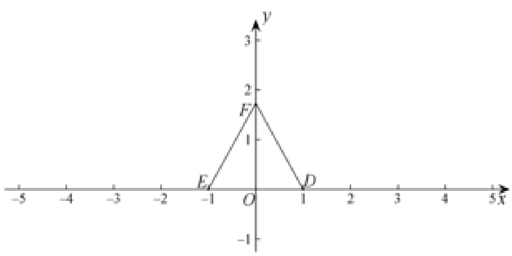


图 2

（1）在点 $A(1,2)$，$B(1,-1)$，$C(-2,2)$ 中，与 O 构成的“非常矩形”的周长是 6 的点是________；

（2）若在第一象限有一点 $T(x,y)$ 与点 O 构成的“非常矩形”，且它的周长是 8，求 x，y 满足的数量关系；

（3）如图 2，等边$\triangle DEF$ 的边 DE 在 x 轴上，顶点 F 在 y 轴的正半轴上，点 D 的坐标为 $(1,0)$，点 G 的坐标为 $(a,2)$，若在$\triangle DEF$ 的边上存在一点 H，使得点 G，H 的“非常矩形”为正方形，请直接写出这些正方形周长的最小值和 a 的取值范围.

【答案】（1）A　（2）$x+y=4$

（3）正方形周长的最小值为 $8-4\sqrt{3}$；$-3\leq a\leq 3$

【解析】

【分析】（1）根据“非常矩形”的定义，即可求解；

（2）根据“非常矩形”的定义，即可求解；

（3）根据等边三角形的性质可得 $DF=EF=2$，可得当点 H 与点 F 重合时，正方形的周长最小；当 H 与点 E 重合，点 G 位于 G_1 的位置时，a 取最小值；当 H 与点 D 重合，点 G 位于 G_2 的位置时，a 取最大值，即可求解.

【小问 1 详解】

解：∵点 $A(1,2)$，

∴与 O 构成的“非常矩形”的周长为 2×（1+2）=6，符合题意；

∵点 $B(1,-1)$，

∴与 O 构成的“非常矩形”的周长为 2×（1+1）=4，不符合题意；

∵点 $C(-2,2)$，

∴∴与 O 构成的“非常矩形”的周长为 2×（2+2）=8，不符合题意；

故答案为：A

【小问 2 详解】

解：∵在第一象限有一点 $T(x,y)$ 与点 O 构成的“非常矩形”，且它的周长是 8，

∴2（$x+y$）=8，

∴$x+y=4$；

【小问 3 详解】

解：∵△DEF 是等边三角形，

∴$DE=DF=EF$，

∵$OF\perp DE$，

∴$OD=OE$，

∵点 D 的坐标为 $(1,0)$，

∴$DE=2OD=2$，

∴$DF=EF=2$，

∴ $OF=\sqrt{DF^2-OD^2}=\sqrt{3}$，

∵点 G 的坐标为 $(a,2)$，

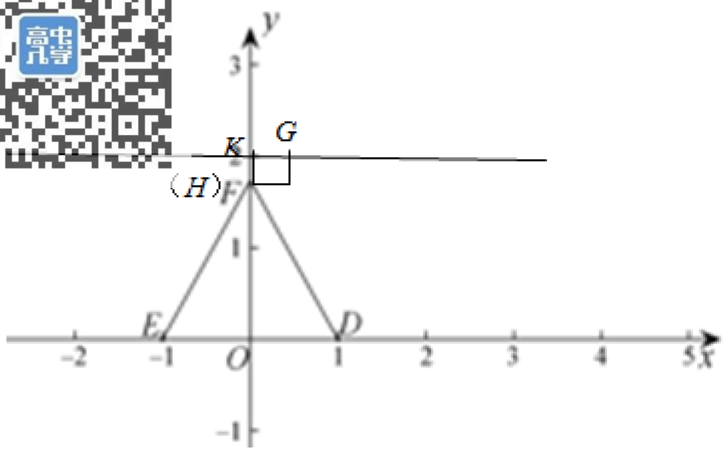
∴点 G 在平行于 x 轴的直线上，

设该直线交 y 轴于点 K，

∴ $OK=2$，

∴ $KF=2-\sqrt{3}$，

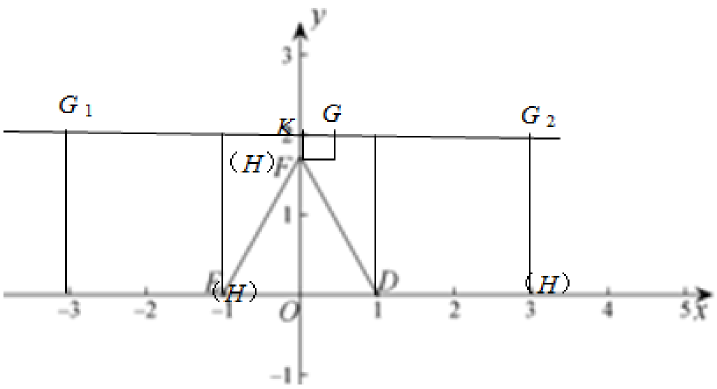
如图，当点 H 与点 F 重合时，正方形的周长最小，



此时 $KH=2-\sqrt{3}$，

∴正方形周长的最小值为 $4\left(2-\sqrt{3}\right)=8-4\sqrt{3}$；

如图，当 H 与点 E 重合，点 G 位于 G_1 的位置时，a 取最小值，此时正方形的边长为 2，



∴G_1K=2+1=3，即 a=-3；

当 H 与点 D 重合，点 G 位于 G_2 的位置时，a 取最大值，此时正方形的边长为 2，

∴G_2K=2+1=3，即 a=3；

∴a 的取值范围为 $-3\le a\le 3$．

【点睛】本题主要考查了等边三角形的性质，矩形和正方形的性质，理解“非常矩形”的定义是解题的关键．