数学试题答案

一、选择题

1.

C.$\frac{1-\frac{1}{2}a}{a+\frac{1}{3}}=\frac{6-3a}{6a+2}$

2.

D. $-a$

3.

C. $(-2a, -2b)$

4.

C. 14 t, 14 t

5.

B. $4a$

6.

D. 3π+4

7.

A. 13

9.

D. $\begin{cases}x+y=30,\\3x+2y=78\end{cases}$

10

B. $1<k<2$

填空题

11. __30° ______.

12.

_____甲班______.

13. __9 cm____.

14.

$2\sqrt{5}$______.

15. _____$\frac{5}{16}$______.

16. ___8_______.

三、解答题

17.

解原式$=\left(\frac{5x+3y}{x^2-y^2}-\frac{2x}{x^2-y^2}\right)\div\frac{1}{x^2y-xy^2}$

$=\frac{3(x+y)}{(x+y)(x-y)}\cdot xy(x-y)=3xy$,

当 $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$时,

原式$=3\times(\sqrt{3}+\sqrt{2})\times(\sqrt{3}-\sqrt{2})=3$.

18.

解(1)∵原方程有两个不相等实数根,

∴ $\Delta=(2m+1)^2-4(m^2-1)=4m+5>0$,

解得 $m>-\frac{5}{4}$.

(2)当 $m=1$ 时,原方程为 $x^2+3x=0$,

即 $x(x+3)=0$, ∴$x_1=0$, $x_2=-3$.(m取其他符合条件的值也可以)

19.

(1)证明∵$\angle BAC=90°$, $AB=AC=6$, D为 BC中点,

∴$AD=DC$, $\angle DAE=\angle C=45°$.

又 $AE=CF$, ∴$\triangle AED\cong\triangle CFD$.

(2)解由题知 $AE=x$, $AF=6-x$,

∴$EF^2=AE^2+AF^2=x^2+(6-x)^2=2x^2-12x+36$,

由(1)知:$\triangle AED\cong\triangle CFD$,

∴$DE=DF$, $\angle ADE=\angle CDF$,

∴$\angle ADE+\angle ADF=\angle CDF+\angle ADF=\angle ADC=90°$,

∴$\triangle DEF$是等腰直角三角形,

∴$DE^2=DF^2=\frac{1}{2}EF^2$,

∴$S_{\triangle DEF}=\frac{1}{2}DE\cdot DF=\frac{1}{2}DE^2=\frac{1}{4}EF^2$,

即 $y=\frac{1}{4}(2x^2-12x+36)=\frac{1}{2}x^2-3x+9$.

20.

解(1)填表:初中部平均数 85 分,众数 85 分;高中部中位数 80 分.

(2)初中部成绩好些.因为两个队成绩的平均数都相同,初中部的中位数高,所以在平均数相同的情况下中位数高的初中部成绩好些.

(3)∵$s^2_{初}=\frac{(75-85)^2+(80-85)^2+(85-85)^2}{5}+\frac{(85-85)^2+(100-85)^2}{5}=70$,

$s^2_{高}=\frac{(70-85)^2+(100-85)^2+(100-85)^2}{5}+\frac{(75-85)^2+(80-85)^2}{5}=160$,

$\therefore s^2_{初} < s^2_{高}$,因此,初中代表队选手成绩较为稳定.

21.

解(1)由 $y=2x+2$ 可知点 A 的坐标为(0,2),即 $OA=2$.

因为 $\tan\angle AHO=2$,所以 $OH=1$.

因为 $MH\perp x$ 轴,所以点 M 的横坐标为 1.

因为点 M 在直线 $y=2x+2$ 上,

所以点 M 的纵坐标为 4,即 $M(1,4)$.

因为点 M 在 $y=\frac{k}{x}$上,所以 $k=1\times4=4$.

(2)存在点 P 使得 $PM+PN$ 最小.

因为点 $N(a,1)$在反比例函数 $y=\frac{4}{x}(x>0)$上,

所以 $a=4$,即点 N 的坐标为(4,1).

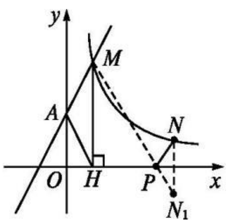
过点 N 作 N 关于 x 轴的对称点 N_1,连接 MN_1,交 x 轴于点 P,此时 $PM+PN$ 最小.

因为 N 与 N_1 关于 x 轴对称,点 N 的坐标为(4,1),

所以 N_1 的坐标为(4,-1).

设直线 MN_1 的解析式为 $y=kx+b(k\neq0)$.

由$\begin{cases}4=k+b,\\-1=4k+b,\end{cases}$解得 $k=-\frac{5}{3}$, $b=\frac{17}{3}$.



所以直线 MN_1 的解析式为

$y=-\frac{5}{3}x+\frac{17}{3}$.

令 $y=0$,得 $x=\frac{17}{5}$.

所以点 P 的坐标为$\left(\frac{17}{5},0\right)$.

22.

(1)解 $PO\parallel BC$.理由如下:如图①,

$\because\triangle AOP$ 沿 OP 对折,点 A 的对应点 C 恰好落在$\odot O$上,

$\therefore\angle1=\angle2$.

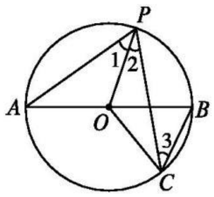
$\because OA=OP$, $\therefore\angle A=\angle1$.

$\therefore\angle A=\angle2$.

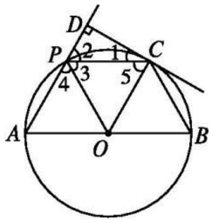
∵∠A=∠3,

∴∠2=∠3.

∴PO// BC.



图①



图②

(2)证明如图②, ∵CD⊥直线 AP,

∴∠PDC=90°.

∵PC=2PD,

∴∠1=30°.

∴∠2=60°.

∵△AOP 沿 OP 对折, 点 A 的对应点 C 恰好落在⊙O 上,

∴∠3=∠4.

∴∠3=$\frac{1}{2}$×(180°-60°)=60°.

而 OP=OC,

∴△OPC 为等边三角形.

∴∠5=60°.

∴∠OCD=∠1+∠5=90°.

∴OC⊥CD,

∴CD 是⊙O 的切线.

23.

解(1) C_1: $y=-x^2+2$; C_2: $y=x^2+2$; C_3: $y=-x^2+6$; C_4: $y=x^2+10$.

(2)根据抛物线的对称性以及翻折的原理不难得出四边形 $A_{k-1}B_{k-1}A_kB_k$(k=1, 3, 5…)的两条对角线 $B_{k-1}B_k$ 与 $A_{k-1}A_k$ 互相垂直且平分, 故一系列四边形 $A_{k-1}B_{k-1}A_kB_k$ 均为菱形; 它们并不都相似, 反例: 四边形 $A_0B_0A_1B_1$ 和四边形 $A_2B_2A_3B_3$ 不相似,

理由如下: 不难算出 $A_0A_1=B_0B_1=2$, 于是四边形 $A_0B_0A_1B_1$ 为正方形.

而 $A_2A_3=4$, $B_2B_3=2\sqrt{2}$, 即 $A_2A_3\neq B_2B_3$,

四边形 $A_2B_2A_3B_3$ 为菱形.

故它们不相似.

(3)抛物线 C_n 的解析式为

$$y=\begin{cases} x^2+\frac{2^{n+1}-2}{3}\,(n\text{ 为偶数}), \\ -x^2+\frac{2^{n+1}+2}{3}\,(n\text{ 为奇数}). \end{cases}\left(\text{或 } y=(-1)^n\cdot x^2+\frac{2^{n+1}+(-1)^{n+1}\cdot 2}{3}\right)$$

由于四边形 $A_{k-1}B_{k-1}A_kB_k$($k=1,3,5\cdots$)是抛物线 C_{k-1} 关于直线 $y=2^{k-1}$ 翻折得到抛物线 C_k 后连接交点和顶点所形成的图形,利用上述结论不难得出:$A_{k-1}A_k=\frac{2^{k+1}+2}{3}-\frac{2^k-2}{3}=\frac{2^k+4}{3}$.

$$\begin{cases} C_{k-1}: y=x^2+\frac{2^k-2}{3}, \\ C_k: y=-x^2+\frac{2^{k+1}+2}{3} \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x_{B_{k-1}}=-\sqrt{\frac{2^{k-1}+2}{3}}, \\ x_{B_k}=\sqrt{\frac{2^{k-1}+2}{3}}, \end{cases}$$

$\therefore B_{k-1}B_k=x_{B_k}-x_{B_{k-1}}=2\sqrt{\frac{2^{k-1}+2}{3}}$.

$\therefore S_{A_{k-1}B_{k-1}A_kB_k}=\frac{1}{2}\cdot A_{k-1}A_k\cdot B_{k-1}B_k=\frac{2^k+4}{3}\cdot\sqrt{\frac{2^{k-1}+2}{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{9}\cdot(2^{k-1}+2)\cdot\sqrt{2^{k-1}+2}$.