



北京市外国语大学附属外国语学校

九年级数学

2020.04

2019-2020 学年度第二学期质量检测试卷

考生须知	1. 本试卷共 10 页, 共四道大题, 28 道小题, 满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、考试编号和姓名。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上, 选择题、作图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束, 将本试卷和答题卡一并交回。
------	---

一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

下面 1-8 题均有四个选项, 其中符合题意的选项只有一个。

1. 以下是回收、节水、绿色包装、低碳四个标志, 其中为中心对称图形的是 ()



(A)



(B)



(C)



(D)

2. 据环球报报道: 中央应对新冠肺炎疫情工作领导小组 3 月 23 日明确, 当前以武汉为主战场的全国本土疫情传播基本阻断。过去两个多月, 中国为防控疫情做出的巨大努力有目共睹, 受到了世卫组织和国际权威公共卫生专家的称赞。其他一些国家也在寻求借鉴中国的经验和防控措施。截止报道前, 海外累计确诊病例约 295000 人次。将 295000 用科学记数法表示应为 ()

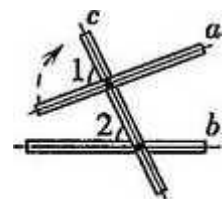
- (A) 2.90×10^5 (B) 0.295×10^6 (C) 2.95×10^6 (D) 2.95×10^5

3. 下列运算一定正确的是 ()

- (A) $(m^3)^2 = m^6$ (B) $(mn)^3 = mn^3$ (C) $(m+n)^2 = m^2 + n^2$ (D) $m \cdot m^2 = m^2$

4. 如图, 将木条 a, b 与 c 钉在一起, $\angle 1 = 80^\circ$, $\angle 2 = 50^\circ$. 要使木条 a 与 b 平行, 木条 a 旋转的度数至少是 ()

- (A) 10° (B) 20° (C) 30° (D) 50°



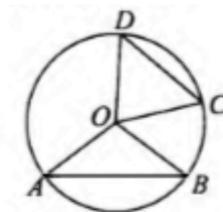
(第 4 题)

5. 如果 $x - 3y = 0$, 那么代数式 $(\frac{x^2 + y^2}{y} - 2x) \div 3(x - y)$ 的值为 ()

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) 2 (C) -2 (D) $\frac{3}{2}$

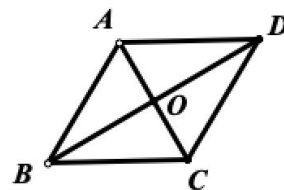
6. 如图, 已知 $\odot O$ 的半径为 6, 弦 AB, CD 所对的圆心角分别是 $\angle AOB, \angle COD$, 若 $\angle AOB$ 与 $\angle COD$ 互补, 弦 $CD = 6$, 则弦 AB 的长为 ()

- (A) 6 (B) 8 (C) $3\sqrt{3}$ (D) $6\sqrt{3}$



7.如图,在菱形 $ABCD$ 中,对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $BD=16$, $\tan \angle ABD = \frac{3}{4}$, 则线段 AB 的长为().

- (A) $\sqrt{7}$ (B) 10 (C) 5 (D) $2\sqrt{7}$



8. 如图, 小宇计划在甲、乙、丙、丁四个小区中挑选一个小区租住, 附近有东西向的交通主干道 a 和南北向的交通主干道 b , 若他希望租住的小区到主干道 a 和主干道 b 的直线距离之和最小, 则下图中符合他要求的小区是()

- (A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁



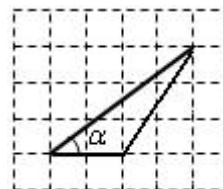
二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 函数 $y = \sqrt{3x + 1}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

10. 因式分解: $ab^2 - 4a =$ _____.

11. 已知点 $A(1, m)$, $B(2, n)$ 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上, 则 m 与 n 的大小关系为_____.

12. 三角形在正方形网格纸中的位置如图所示, 则 $\sin \alpha$ 的值是_____.



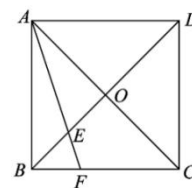
13. 《算法统宗》是中国古代数学名著, 作者是明代著名数学家程大位. 在其中有这样的记载“一百馒头一百僧, 大僧三个更无争, 小僧三人分一个, 大小和尚各几丁?”



译文: 有 100 名和尚分 100 个馒头, 正好分完. 如果大和尚一人分 3 个, 小和尚 3 人分一个, 试问大、小和尚各有几人?

设有大和尚 x 人, 小和尚 y 人, 可列方程组为_____.

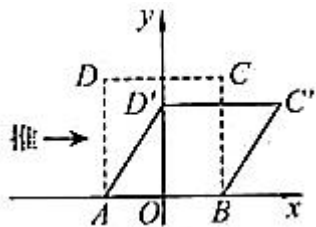
14. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , E 是 OB 的中点, 连接 AE 并延长交 BC 于点 F , 若 $\triangle BEF$ 的面积为 2, 则 $\triangle AED$ 的面积为_____.



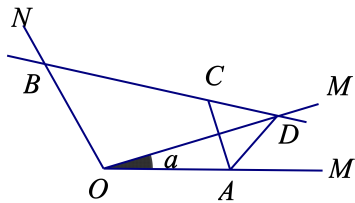
第 14 题图



15. 我们知道：四边形具有不稳定性. 如图，在平面直角坐标系中，边长为 4 的正方形 $ABCD$ 的边 AB 在 x 轴上， AB 的中点是坐标原点 O 固定点 A, B ，把正方形沿箭头方向推，使点 D 落在 y 轴正半轴上点 D' 处，则点 C 的对应点 C' 的坐标为_____



(第 15 题)



(第 16 题)

16. 如图，已知 $\angle MON = 120^\circ$ ，点 A, B 分别在 OM, ON 上，且 $OA = OB = a$ ，将射线 OM 绕点 O 逆时针旋转得到 OM' ，旋转角为 α ($0^\circ < \alpha < 120^\circ$ 且 $\alpha \neq 60^\circ$)，作点 A 关于直线 OM' 的对称点 C ，画直线 BC 交 OM' 于点 D ，连接 AC, AD . 有下列结论：

- ① $\angle BDO + \angle ACD = 90^\circ$;
- ② $\angle ACB$ 的大小不会随着 α 的变化而变化;
- ③ 当 $\alpha = 30^\circ$ 时，四边形 $OADC$ 为正方形；
- ④ $\triangle ACD$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}a^2$.

其中正确的是_____.(把你认为正确结论的序号都填上)

三、解答题 (本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27、28 题每小题 7 分) 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17. 下面是小芸设计的“过圆外一点作已知圆的切线”的尺规作图过程.

已知： $\odot O$ 及 $\odot O$ 外一点 P .

求作： $\odot O$ 的一条切线，使这条切线经过点 P .

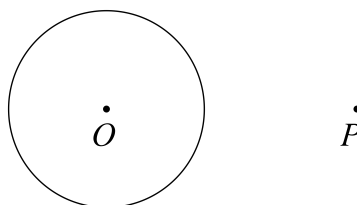
作法：①连接 OP ，作 OP 的垂直平分线 l ，

交 OP 于点 A ；

②以 A 为圆心， AO 为半径作圆，

交 $\odot O$ 于点 M ；

③作直线 PM ，则直线 PM 即为 $\odot O$ 的切线.



根据小芸设计的尺规作图过程，

(1) 使用直尺和圆规，补全图形；(保留作图痕迹)





(2) 完成下面的证明:

证明: 连接 OM ,

由作图可知, A 为 OP 中点,

$\therefore OP$ 为 $\odot A$ 直径,

$\therefore \angle \quad = 90^\circ$ () (填推理的依据)

即 $OM \perp PM$.

又 \because 点 M 在 $\odot O$ 上,

$\therefore PM$ 是 $\odot O$ 的切线. () (填推理的依据)

18. 计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - (\sqrt{1000} - \pi)^0 + \sqrt{27} - 2\cos 30^\circ$

19. 解不等式组 $\begin{cases} 3(x-1) \geq 4x-5, \\ x-1 > \frac{x-5}{3} \end{cases}$, 并将它的解集在数轴上表示, 然后写出它的所有整数解.

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m-1)x + 3m - 12 = 0$.

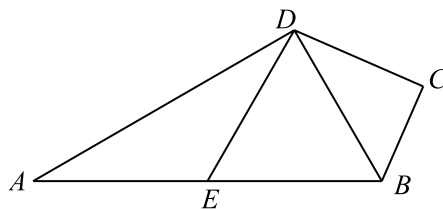
(1) 求证: 方程总有两个实数根;

(2) 若方程只有一个根是正数, 求 m 的取值范围.

21. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AD \perp DB$ ，点 E 为 AB 的中点， $DE \parallel BC$ 。

(1) 求证： BD 平分 $\angle ABC$ ；

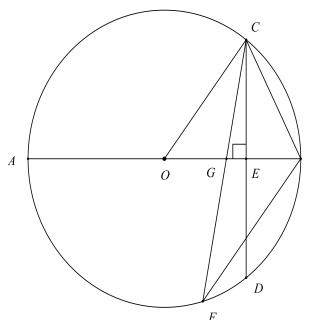
(2) 连接 EC ，若 $\angle A=30^\circ$ ， $DC=3$ ，求 EC 的长。



22. 如图，在 $\odot O$ 中， AB 是直径， CD 是弦， $AB \perp CD$ 于点 E ， $BF \parallel OC$ ，连接 BC 和 CF ， CF 交 AB 于点 G 。

(1) 求证： $\angle OCF = \angle BCD$ ；

(2) 若 $CD=8$ ， $\tan \angle OCF = \frac{1}{2}$ ，求 $\odot O$ 半径的长。



23. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $l: y = x + b$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ ，与 y 轴交于点 B 。双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 与直线 l 交于 P, Q 两点，其中点 P 的纵坐标大于点 Q 的纵坐标。

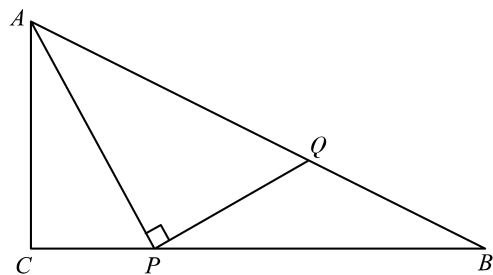
(1) 求点 B 的坐标；

(2) 当点 P 的横坐标为 2 时，求 k 的值；

(3) 连接 PO ，记 $\triangle POB$ 的面积为 S ，若 $\frac{1}{3} \leq S \leq 1$ ，直接写出 k 的取值范围。



24.如图, Rt $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, P 是 CB 边上一动点, 连接 AP , 作 $PQ \perp AP$ 交 AB 于 Q . 已知 $AC = 3\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, 设 PC 的长度为 $x\text{cm}$, BQ 的长度为 $y\text{cm}$.



小青同学根据学习函数的经验对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小青同学的探究过程, 请补充完整:

(1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量, 分别得到了 y 的几组对应值:

x/cm	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3	3.5	4	4.5	5	6
y/cm	0	1.56	2.24	2.51	m	2.45	2.24	1.96	1.63	1.26	0.86	0

(说明: 补全表格时, 相关数据保留一位小数)

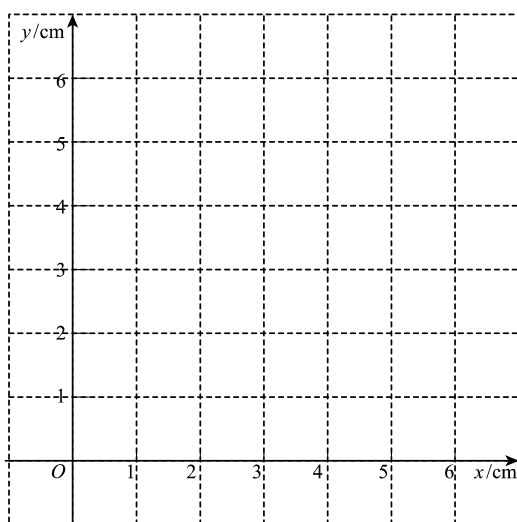
m 的值约为 _____ cm ;

(2) 在平面直角坐标系中, 描出以补全后的表格中各组数值所对应的点 (x, y) , 画出该函数的图象;

(3) 结合画出的函数图象, 解决问题:

① 当 $y > 2$ 时, 对应的 x 的取值范围约是 _____;

② 若点 P 不与 B, C 两点重合, 是否存在点 P , 使得 $BQ = BP$? _____ (填 “存在” 或 “不存在”)



25. 为了解某区初二年级数学学科期末质量监控情况，进行了抽样调查，过程如下，请将有关问题补充完整.

收集数据

随机抽取甲乙两所学校的 20 名学生的数学成绩进行分析:

甲	91	89	77	86	71	31	97	93	72	91
	81	92	85	85	95	88	88	90	44	91
乙	84	93	66	69	76	87	77	82	85	88
	90	88	67	88	91	96	68	97	59	88

整理、描述数据

按如下数据段整理、描述这两组数据

分段	30≤x≤	40≤x≤	50≤x≤	60≤x≤	70≤x≤	80≤x≤	90≤x≤100
学校	39	49	59	69	79	89	
甲	1	1	0	0	3	7	8
乙							

分析数据

两组数据的平均数、中位数、众数、方差如下表:

学校 \ 统计量	平均数	中位数	众数	方差
甲	81.85	88	91	268.43
乙	81.95	86	m	115.25

经统计，表格中 m 的值是 _____.

得出结论

a 若甲学校有 400 名初二学生，估计这次考试成绩 80 分以上人数为 _____.

b 可以推断出 _____ 学校学生的数学水平较高，理由为：

① _____;

② _____.

(至少从两个不同的角度说明推断的合理性)



26.在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 - 1$ 与 y 轴交于点 C .

(1) 试用含 m 的代数式表示抛物线的顶点坐标;

(2) 将抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 - 1$ 沿直线 $y = -1$ 翻折, 得到的新抛物线与 y 轴交于点 D .

若 $m > 0$, $CD=8$, 求 m 的值;

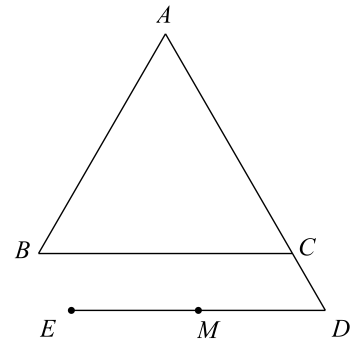
(3) 已知 $A(2k, 0)$, $B(0, k)$, 在 (2) 的条件下, 当线段 AB 与抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 - 1$

有两个公共点时, 直接写出 k 的取值范围.



27. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中， D 为边 AC 的延长线上一点($CD < AC$)，平移线段 BC ，使点 C 移动到点 D ，得到线段 ED ， M 为 ED 的中点，过点 M 作 ED 的垂线，交 BC 于点 F ，交 AC 于点 G 。

- (1) 依题意补全图形；
- (2) 求证： $AG = CD$ ；
- (3) 连接 DF 并延长交 AB 于点 H ，用等式表示线段 AH 与 CG 的数量关系，并证明。



28. 已知边长为 $2a$ 的正方形 $ABCD$ ，对角线 AC 、 BD 交于点 Q ，对于平面内的点 P 与正方形 $ABCD$ ，给出如下定义：如果 $a \leq PQ \leq \sqrt{2}a$ ，则称点 P 为正方形 $ABCD$ 的“关联点”。

在平面直角坐标系 xOy 中，若 $A(-1, 1)$ ， $B(-1, -1)$ ， $C(1, -1)$ ， $D(1, 1)$ 。

(1) 在 $P_1(-\frac{1}{2}, 0)$ ， $P_2(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ ， $P_3(0, \sqrt{2})$ 中，正方形 $ABCD$ 的“关联点”有 _____ ；

(2) 已知点 E 的横坐标是 m ，若点 E 在直线 $y = \sqrt{3}x$ 上，并且 E 是正方形 $ABCD$ 的“关联点”，求 m 的取值范围；

(3) 若将正方形 $ABCD$ 沿 x 轴平移，设该正方形对角线交点 Q 的横坐标是 n ，直线 $y = \sqrt{3}x + 1$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于 M 、 N 两点。如果线段 MN 上的每一个点都是正方形 $ABCD$ 的“关联点”，求 n 的取值范围。

