



10. 定义运算 $\frac{p}{q} = \frac{p-1}{q-1}$. 若 $p \neq 1, q \neq 1$, 则下列等式中不正确的是 ()

A. $\frac{p}{p} = 1$

B. $(\frac{p}{q})^2 = \frac{p^2-2p}{q^2-2q}$

C. $\frac{p}{q} + \frac{r}{q} = \frac{p+r-1}{q}$

D. $\frac{p}{q} \times \frac{q}{p} = 1$

二、填空题 (每小题 2 分, 共 20 分)

11. 使分式 $\frac{1}{x-3}$ 有意义的 x 的取值范围是 _____.

12. 若分式 $\frac{2x-4}{x+1}$ 的值为零, 则 x 的值为 _____.

13. 计算: $\frac{x^2 \cdot y}{y \cdot x} =$ _____.

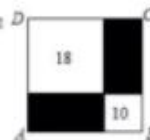
14. 若实数 x, y 满足 $\sqrt{x-3} + |y+2| = 0$, 则 $x+y$ 的值为 _____.

15. 能使等式 $\sqrt{\frac{x}{x-2}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}}$ 成立的 x 的取值范围是 _____.

16. 比较大小: $2\sqrt{3}$ _____ $3\sqrt{2}$. (填“>、<、或=”) _____

17. 请你写出一个值恒为负数的分式 _____.

18. 如图, 正方形 $ABCD$ 被分成两个小正方形和两个长方形, 如果两个小正方形的面积分别是 18cm^2 和 10cm^2 , 那么两个长方形的面积和为 _____ cm^2 .

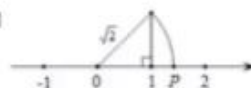


19. 观察下列各式:

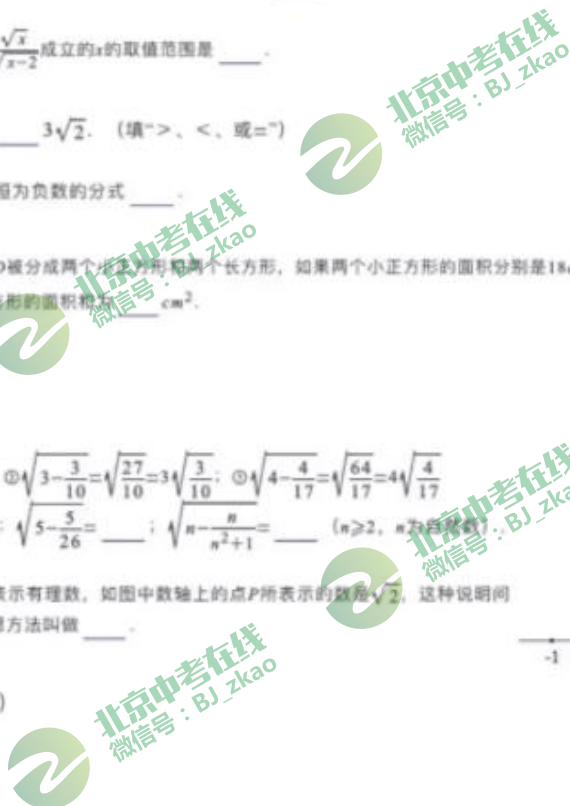
① $\sqrt{2-\frac{2}{5}} = \sqrt{\frac{8}{5}} = 2\sqrt{\frac{2}{5}}$; ② $\sqrt{3-\frac{3}{10}} = \sqrt{\frac{27}{10}} = 3\sqrt{\frac{3}{10}}$; ③ $\sqrt{4-\frac{4}{17}} = \sqrt{\frac{64}{17}} = 4\sqrt{\frac{4}{17}}$

根据你发现的规律填空: $\sqrt{5-\frac{5}{26}} =$ _____; $\sqrt{n-\frac{n}{n^2+1}} =$ _____ ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$)

20. 数轴上的点并不都表示有理数, 如图中数轴上的点 P 所表示的数是 $\sqrt{2}$, 这种说明问题的方式体现的数学思想方法叫做 _____.



三、解答题 (共 50 分)





21. 计算:

- (1) $(\pi-3)^0 + 3\sqrt{-8} + \sqrt{8}$
- (2) $(3\sqrt{5}+1)(2\sqrt{3}-\sqrt{15})$
- (3) $\frac{x^2-y^2}{x^2y} \cdot \frac{xy}{x+y}$
- (4) $\frac{4}{m^2-4} - \frac{1}{m-2}$

22. 计算:

- (1) $(a-\frac{1}{a}) \div \frac{a^2-2a+1}{a}$
- (2) $(\sqrt{48}-4\sqrt{0.5}) - (3\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{50})$

23. 解方程:

- (1) $3(x-1)^2=24;$
- (2) $\frac{x}{x+2}-1=\frac{1}{x-2}$

24. 列方程解应用题:

2018年10月23日上午,港珠澳大桥开通仪式在广东珠海举行。国家主席习近平出席仪式并宣布大桥正式开通。港珠澳大桥跨越伶仃洋,东接香港,西接广东珠海和澳门,总长约55公里,是粤港澳三地首次合作共建的超大型跨海交通工程,也是中国第一例集桥、双人工岛、隧道为一体的跨海通道。据统计,港珠澳大桥开通后的首个周日经大桥往来三地的车流量超过3000辆次,客流量则接近7.8万人次。甲乙两辆巴士均从香港国际机场附近的香港口岸人工岛出发,开往珠海洪湾。甲巴士出发11分钟后,乙巴士才出发,结果两车同时到达。已知两辆巴士的速度比是5:6,求两车的平均速度各是多少?





25. 已知 $\frac{x}{x-3} - 2 = \frac{m}{x-3}$ 的解为正数, 求 m 的取值范围.

关于这道题, 有位同学作出如下解答:

解: 去分母得, $x - 2(x - 3) = m$,

化简, 得 $-x = m - 6$,

故 $x = -m + 6$.

要使方程的根为正数, 必须 $-m + 6 > 0$,

得 $m < 6$.

所以, 当 $m < 6$ 时, 方程 $\frac{x}{x-3} - 2 = \frac{m}{x-3}$ 的解是正数.

(1) 写出第一步变形的依据 _____.

(2) 上述解法是否有误? 若有错误请说明错误的原因, 并写出正确解答; 若没有错误请说明其余每一步解法的依据.

26. 已知 $|2018 - m| + \sqrt{m - 2019} = m$, 求 $m - 2018^2$ 的值.

27. 阅读材料:

学习了无理数后, 小航用这样的方法估算 $\sqrt{6}$ 的近似值.

由于 $\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$, 不妨设 $\sqrt{6} = 2 + k$.

所以 $(\sqrt{6})^2 = (2 + k)^2$, 可得 $6 = 4 + 4k + k^2$.

由 $\sqrt{6} = 2 + k$ 可知 $0 < k^2 < 1$, 所以 $4 < 4 + 4k$.

解得 $k \approx \frac{1}{2}$, 则 $\sqrt{6} \approx 2 + \frac{1}{2} = 2.50$.

依照小航的方法解决下列问题:

(1) 估算 $\sqrt{13}$ 的值.

(2) 已知非负整数 a, b, m , 若 $a < \sqrt{m} < a + 1$, 且 $m = a^2 + b$, 则 $\sqrt{m} \approx$ _____ (用含 a, b 的代数式表示)

28. 定义: 如果一个分式能化成一个整式与一个分子为常数的分式的和的形式, 则称这个分式为“和谐分式”. 如:

$\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} + \frac{2}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$, 则 $\frac{x+1}{x-1}$ 是“和谐分式”.

(1) 下列分式中, 属于“和谐分式”的有 _____ (填序号);

① $\frac{x+1}{x}$; ② $\frac{2+x}{2}$; ③ $\frac{x+2}{x+4}$; ④ $\frac{x^2+1}{x^2}$

(2) 将“和谐分式” $\frac{a^2-2a+1}{a-1}$ 化成一个整式与一个分子为常数的分式的和的形式为:

$\frac{a^2-2a+1}{a-1} =$ _____ (要写出变形过程);

(3) 应用: 先化简 $\frac{3x+6}{x+1} - \frac{x-1}{x} + \frac{x^2-1}{x^2+2x}$, 并求 x 取什么整数时, 该式的值为整数.