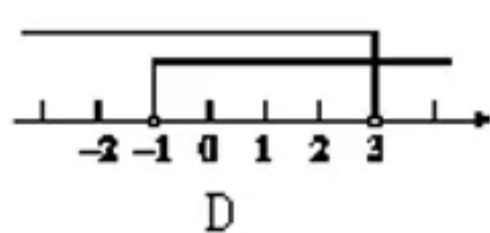
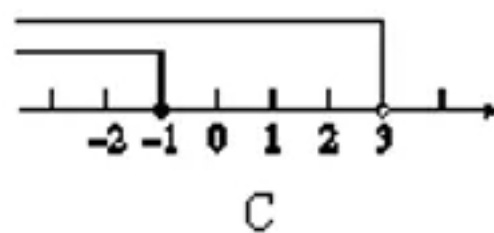
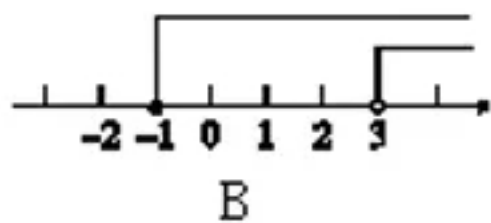
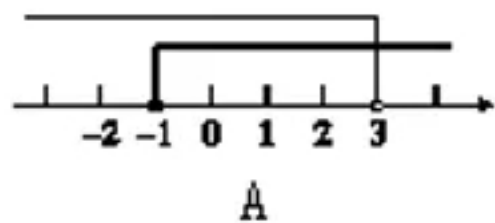
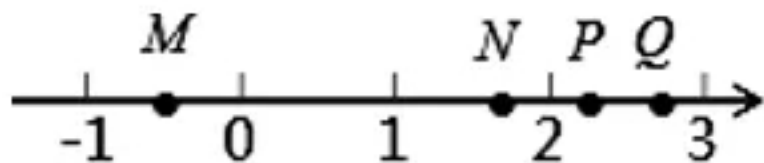




4. 已知不等式组  $\begin{cases} x-3 > 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases}$ ，其解集在数轴上表示正确的是 ( )



5. 如图， $M$ 、 $N$ 、 $P$ 、 $Q$  是数轴上的四个点，这四个点中最适合表示  $\sqrt{15} - 1$  的点是 ( )



- A. 点  $M$       B. 点  $N$       C. 点  $P$       D. 点  $Q$
6. 《九章算术》是我国古代数学的经典著作，书中有一个问题：“今有黄金九枚，白银一十一枚，称之重适等，交易其一，金轻十三两，问金、银一枚各重几何？”．意思是：甲袋中装有黄金 9 枚（每枚黄金重量相同），乙袋中装有白银 11 枚（每枚白银重量相同），

称重两袋相等. 两袋互相交换 1 枚后, 甲袋比乙袋轻了 13 两 (袋子重量忽略不计), 问黄金、白银每枚各重多少两? 设每枚黄金重  $x$  两, 每枚白银重  $y$  两, 根据题意得 ( ).

A. 
$$\begin{cases} 11x = 9y \\ (10y + x) - (8x + y) = 13 \end{cases}$$

B. 
$$\begin{cases} 10y + x = 8x + y \\ 9x + 13 = 11y \end{cases}$$

C. 
$$\begin{cases} 9x = 11y \\ (8x + y) - (10y + x) = 13 \end{cases}$$

D. 
$$\begin{cases} 9x = 11y \\ (10y + x) - (8x + y) = 13 \end{cases}$$

7. 已知点  $A(x-2, 3)$  与点  $B(x+4, y-5)$  关于原点对称, 则  $y^x$  的值是 ( )

A. 2

B.  $\frac{1}{2}$

C. 4

D. 8

8. 某市某塑料玩具生产公司, 为了减少空气污染, 国家要求限制塑料玩具生产, 这样有时企业会被迫停产, 经过调研预测, 它一年中每月获得的利润  $y$  (万元) 和月份  $n$  之间满足函数关系式  $y = -n^2 + 14n - 24$ , 则企业停产的月份为 ( )

A. 2 月和 12 月

B. 2 月至 12 月

C. 1 月

D. 1 月、2 月和 12 月

9. 如下图, 将北京市地铁部分线路图置于正方形网格中, 若设定崇文门站的坐标为 $(0, -1)$ ,

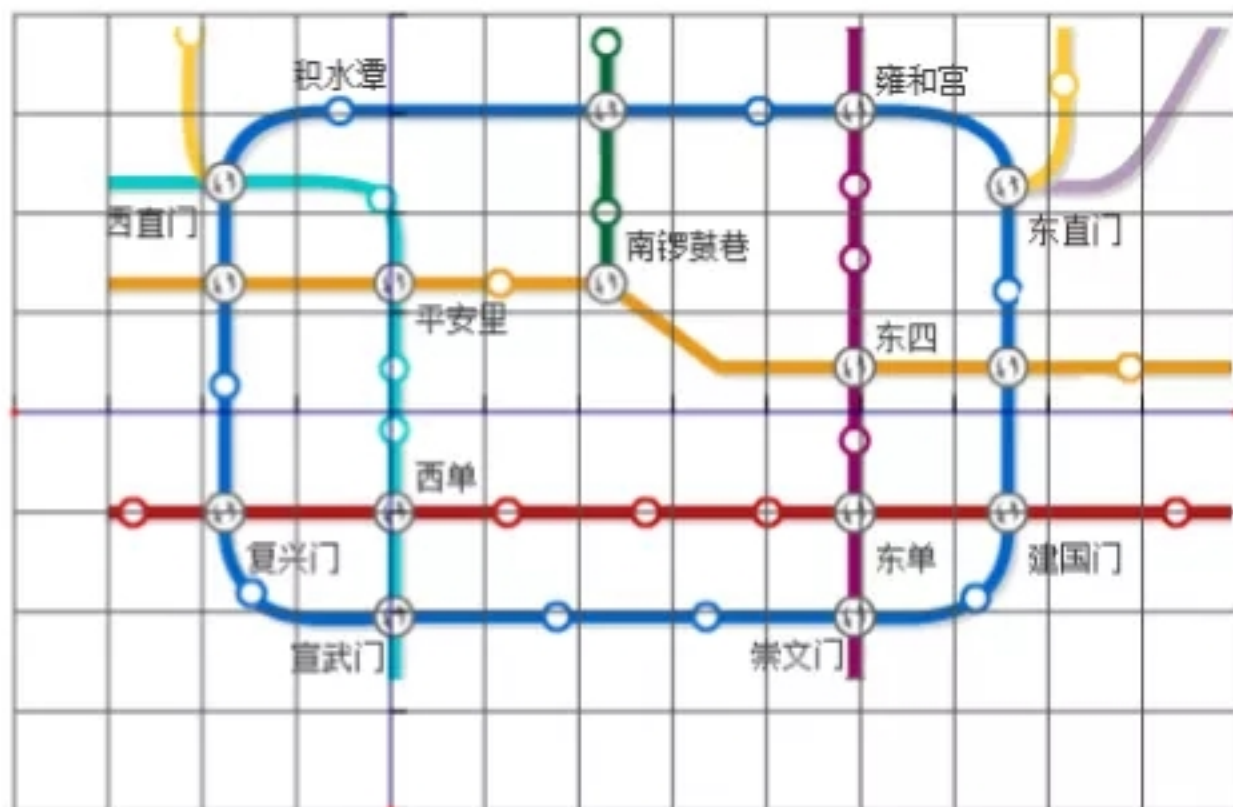
雍和宫站的坐标为 $(0, 4)$ , 则西单站的坐标为 ( )

A.  $(0, 5)$

B.  $(5, 0)$

C.  $(0, -5)$

D.  $(-5, 0)$



第9题图

10. 关于  $x$  的方程  $x^2 - x + a - 2 = 0$  有两个不相等的实数根, 则实数  $a$  的值可能为 ( )

A. 2

B. 2.5

C. 3

D. 3.5

11. 把直线  $y = -2x$  向上平移后得到直线  $AB$ , 若直线  $AB$  经过点  $(m, n)$ , 且  $2m + n = 8$ , 则

直线  $AB$  的表达式为 ( )

A.  $y = -2x + 4$     B.  $y = -2x + 8$     C.  $y = -2x - 4$     D.  $y = -2x - 8$

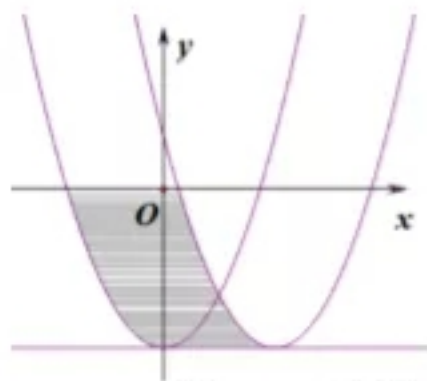
12. 已知抛物线  $y = -x^2 + bx + 4$  经过  $(-2, n)$  和  $(4, n)$  两点, 则  $n$  的值为 (    )

A. -2                                  B. -4                                  C. 2                                  D. 4

13. 将抛物线  $y = x^2 - 4x + 1$  向左平移至顶点落在  $y$  轴上, 如图所示, 则两条抛物线、直线

$y = -3$  和  $x$  轴围成的图形的面积  $S$  (图中阴影部分) 是 (    )

A. 5                                  B. 6                                  C. 7                                  D. 8



第 13 题图

14. 北京地铁票价计费标准如下表所示:

乘车距离 $x$ (公里)	$x \leq 6$	$6 < x \leq 12$	$12 < x \leq 22$	$22 < x \leq 32$	$x > 32$
票价(元)	3	4	5	6	每增加 1 元可乘坐 20 公里

另外, 使用市政交通一卡通, 每个自然月每张卡片支出累计满 100 元后, 超出部分打 8 折; 满 150 元后, 超出部分打 5 折; 支出累计达 400 元后, 不再打折.

小红妈妈上班时, 需要乘坐地铁 15 公里到达公司, 每天上下班共乘坐两次. 如果每次乘坐地铁都使用市政交通一卡通, 那么每月第 21 次乘坐地铁上下班时, 她刷卡支出的费用是 ( )

- A. 2.5 元      B. 3 元      C. 4 元      D. 5 元

15. 二次函数  $y = x^2 + bx$  的对称轴为直线  $x = 2$ , 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + bx - t = 0$  ( $t$  为实数) 在  $-1 < x < 4$  的范围内有解, 则  $t$  的取值范围是 ( ).

- A.  $0 < t < 5$       B.  $-4 \leq t < 5$       C.  $-4 \leq t < 0$       D.  $t \geq -4$

## 二、填空题 (每小题 3 分, 共 30 分)

(直接在慕课平台“初三数学综合练习(一)填空题”处输入答案)

1. 代数式  $\frac{1}{\sqrt{x-8}}$  有意义时,  $x$  应满足的条件是\_\_\_\_\_.

2. 计算:  $\sqrt{9} + (-1)^{2019} - 2\sin 30^\circ =$ \_\_\_\_\_.

3. 分解因式:  $4a^2b - b =$ \_\_\_\_\_.

4. 在平面直角坐标系中, 点  $A$  的坐标为  $(-3, 2)$ . 若线段  $AB \parallel x$  轴, 且  $AB$  的长为 4, 则点  $B$  的坐标为\_\_\_\_\_.

5. 关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} 2x+1 > 3 \\ a-x > 1 \end{cases}$  的解集为  $1 < x < 4$ , 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

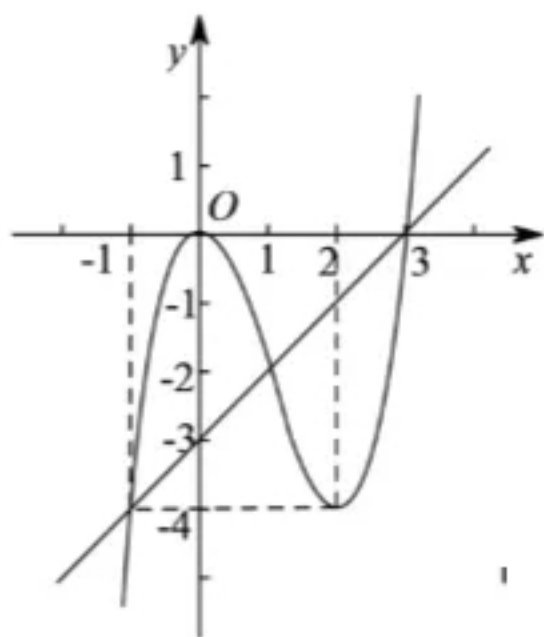
6. 若  $a^2 - 2a - 3 = 0$ , 代数式  $\frac{1}{a(a-2)}$  的值是\_\_\_\_\_.

7. 若函数  $y = \begin{cases} x^2 + 2 & (x \leq 2), \\ 2x & (x > 2) \end{cases}$  的函数值  $y=6$ , 则自变量  $x$  的值为\_\_\_\_\_.

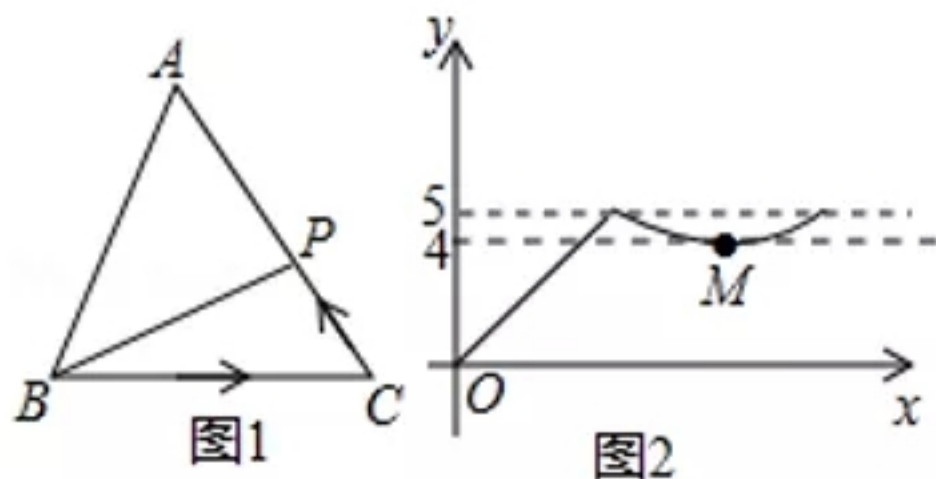
8. 已知  $P = \frac{2a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a+b}$  ( $a \neq \pm b$ ), 若点  $(a, b)$  在一次函数  $y=x-1$  的图像上, 则  $P$  的值为\_\_\_\_\_.

9. 计算机可以帮助我们又快又准地画出函数的图象. 用“几何画板”软件画出的函数

$y = x^2(x-3)$  和  $y = x-3$  的图象如图所示. 根据图象可知方程  $x^2(x-3) = x-3$  的解的个数为\_\_\_\_\_；若  $m, n$  分别满足方程  $x^2(x-3) = 1$  和  $x-3 = 1$ , 则  $m, n$  的大小关系是\_\_\_\_\_.



24 题图



25 题图

10. 如图 1, 点  $P$  从  $\triangle ABC$  的顶点  $B$  出发, 沿  $B \rightarrow C \rightarrow A$  匀速运动到点  $A$ , 图 2 是点  $P$  运动时, 线段  $BP$  的长度  $y$  随时间  $x$  变化的关系图象, 其中  $M$  为曲线部分的最低点, 则  $\triangle ABC$  的面积是\_\_\_\_\_.



三、解答题（第1题7分，第2题8分，第3题10分，共25分）

1. 在平面直角坐标系  $xoy$  中，直线  $y=kx+b$  ( $k<0$ ), 经过点  $(6, 0)$ , 且与坐标轴围成的三角形

的面积是 9, 与函数  $y = \frac{m}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象  $G$  交于  $A, B$  两点.

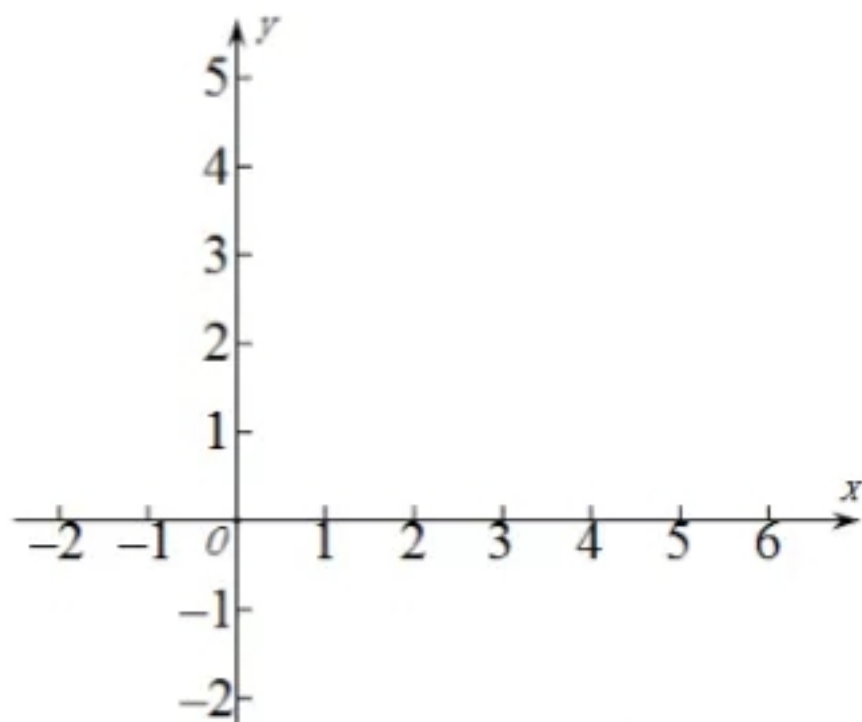
答题并拍照区域:

(1) 写出直线的表达式为\_\_\_\_\_;

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫作整点. 记图像  $G$  在点  $A, B$  之间的部分与线段  $AB$  围成的区域 (不含边界) 为  $W$ .

① 当  $m=2$  时, 直接写出区域  $W$  内的整点的坐标\_\_\_\_\_;

② 若区域  $W$  内恰有 3 个整数点, 结合函数图象, 求  $m$  的取值范围.



2. 已知抛物线  $G: y = mx^2 - 2mx - 3$  有最低点.

(1) 求二次函数  $y = mx^2 - 2mx - 3$  的最小值 (用含  $m$  的式子表示);

(2) 将抛物线  $G$  向右平移  $m$  个单位得到抛物线  $G_1$ . 经过探究发现, 随着  $m$  的变化, 抛物线  $G_1$  顶点的纵坐标  $y$  与横坐标  $x$  之间存在一个函数关系, 求这个函数关系式, 并写出自变量  $x$  的取值范围;

(3) 记 (2) 所求的函数为  $H$ , 抛物线  $G$  与函数  $H$  的图像交于点  $P$ , 结合图像, 求点  $P$  的纵坐标的取值范围.

答题并拍照区域:

(1)

(2)

3. 给出如下定义：对于 $\odot O$ 的弦 $MN$ 和 $\odot O$ 外一点 $P$ （ $M, O, N$ 三点不共线，且 $P, O$ 在直线 $MN$ 的异侧），当 $\angle MPN + \angle MON = 180^\circ$ 时，则称点 $P$ 是线段 $MN$ 关于点 $O$ 的关联点. 图1是点 $P$ 为线段 $MN$ 关于点 $O$ 的关联点的示意图.

答题并拍照区域：

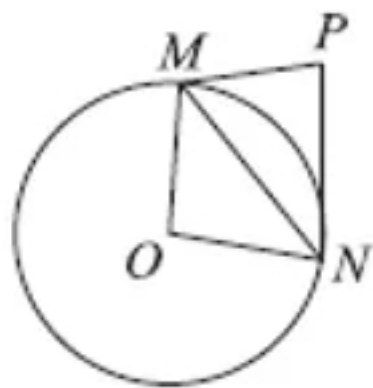


图 1

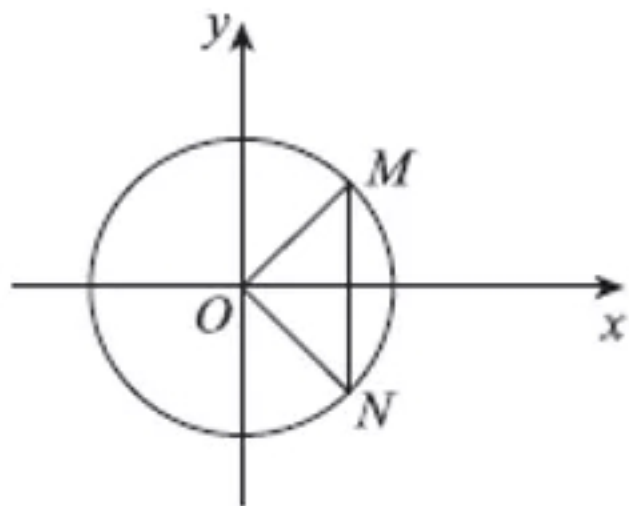


图 2

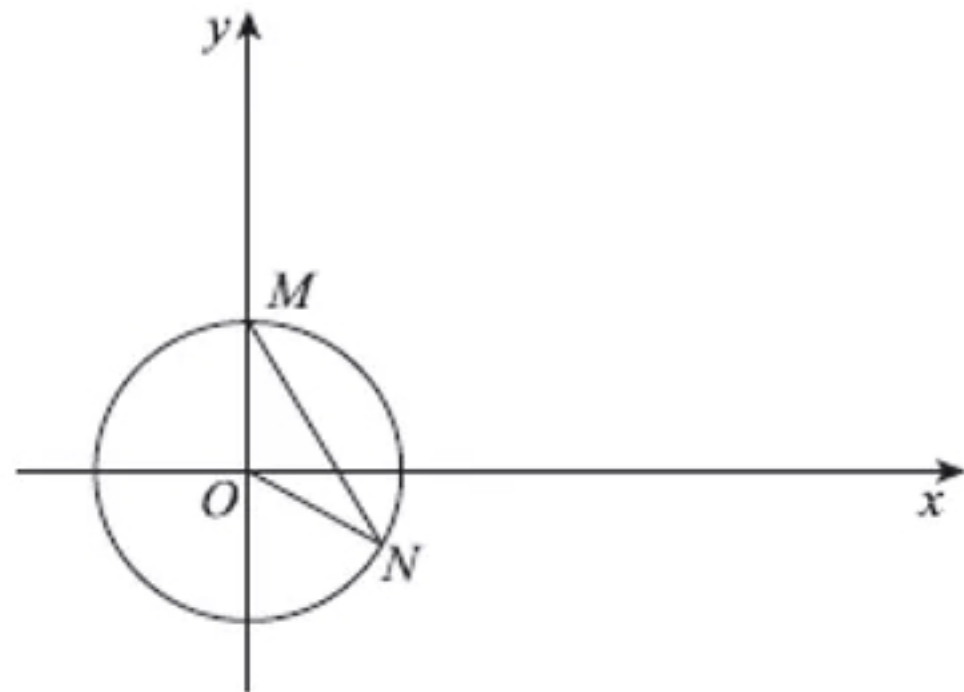


图 3

在平面直角坐标系 $xOy$ 中， $\odot O$ 的半径为1.

(1) 如图 2,  $M\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ,  $N\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ . 在  $A(1, 0)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(\sqrt{2}, 0)$

三点中, 是线段  $MN$  关于点  $O$  的关联点的是\_\_\_\_\_;

(2) 如图 3,  $M(0, 1)$ ,  $N\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ , 点  $D$  是线段  $MN$  关于点  $O$  的关联点.

①  $\angle MDN$  的大小为\_\_\_\_\_°;

② 在第一象限内有一点  $E(\sqrt{3}m, m)$ , 点  $E$  是线段  $MN$  关于点  $O$  的关联点, 判断  $\triangle MNE$  的形状为\_\_\_\_\_, 并直接写出点  $E$  的坐标为\_\_\_\_\_;

③ 点  $F$  在直线  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$  上, 当  $\angle MFN \geq \angle MDN$  时, 求点  $F$  的横坐标  $x_F$  的取值范围.

# 首师大附中 2019-2020 学年第二学期初三数学综合练习（一）

## 参考答案

### 一、选择题（每小题 3 分，共 45 分）

1	2	3	4	5	6	7	8
C	C	D	B	D	D	B	D
9	10	11	12	13	14	15	
D	A	B	B	B	C	B	

### 二、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x > 8$	1	$b(2a-1)(2a+1)$	(1,2) (-7,2)	5	$1/3$	$3, \pm 2$	1	$3, m < n$	12

三、解答题（第1题7分，第2题8分，第3题10分，共25分）

1. 解：如图，

(1) 设直线与  $y$  轴的交点为  $C(0, b)$ ,

$\because$  直线与两坐标轴围成的三角形的面积是 9,

$$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \cdot |b| = 9. b = \pm 3.$$

$\because k < 0, \therefore b = 3.$

$\therefore$  直线  $y = kx + b$  经过点  $(6, 0)$  和  $(0, 3)$

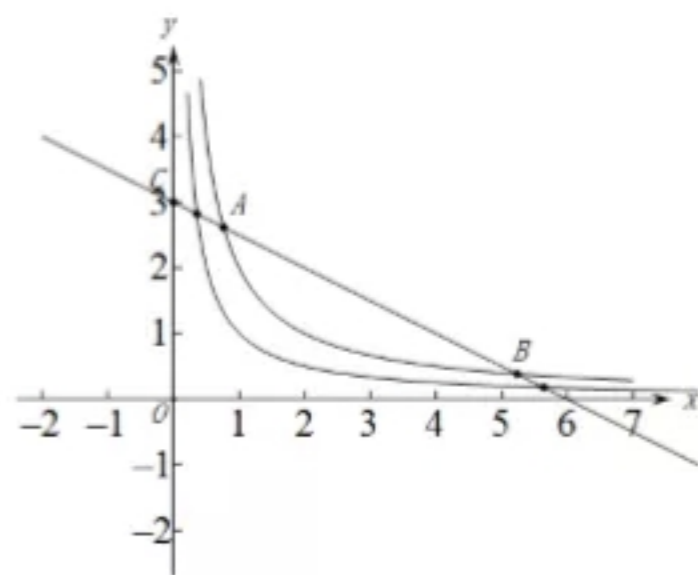
$$\therefore \text{表达式为 } y = -\frac{1}{2}x + 3$$

(2) ①  $(3, 1)$

② 当  $y = \frac{m}{x}$  图象经过点  $(1, 1)$  时, 则  $m = 1.$

当  $y = \frac{m}{x}$  图象经过点  $(2, 1)$  时, 则  $m = 2.$

所以,  $1 \leq m < 2$



2. 解: (1)  $\because y = mx^2 - 2mx - 3 = m(x-1)^2 - m - 3$ , 抛物线有最低点

$\therefore$  二次函数  $y = mx^2 - 2mx - 3$  的最小值为  $-m - 3$

(2)  $\because$  抛物线  $G: y = m(x-1)^2 - m - 3$

$\therefore$  平移后的抛物线  $G_1: y = m(x-1-m)^2 - m - 3$

$\therefore$  抛物线  $G_1$  顶点坐标为  $(m+1, -m-3)$

$\therefore x = m+1, y = -m-3$

$\therefore x+y = m+1 - m - 3 = -2$

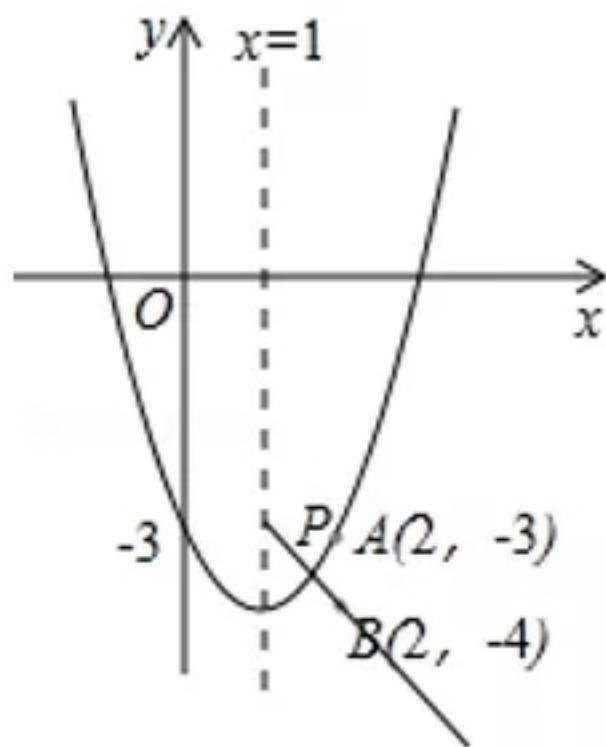
即  $x+y = -2$ , 变形得  $y = -x - 2$

$\because m > 0, m = x - 1$

$\therefore x - 1 > 0$

$\therefore x > 1$

$\therefore y$  与  $x$  的函数关系式为  $y = -x - 2 (x > 1)$



(3) 法一：如图，函数  $H: y = -x - 2 (x > 1)$  图象为射线

$$x=1 \text{ 时, } y = -1 - 2 = -3; \quad x=2 \text{ 时, } y = -2 - 2 = -4$$

$\therefore$  函数  $H$  的图象恒过点  $B(2, -4)$

$\therefore$  抛物线  $G: y = m(x-1)^2 - m - 3$

$$x=1 \text{ 时, } y = -m - 3; \quad x=2 \text{ 时, } y = m - m - 3 = -3$$

$\therefore$  抛物线  $G$  恒过点  $A(2, -3)$

由图象可知，若抛物线与函数  $H$  的图象有交点  $P$ ，则  $y_B < y_P < y_A$

$\therefore$  点  $P$  纵坐标的取值范围为  $-4 < y_P < -3$

$$\text{法二: } \begin{cases} y = -x - 2 \\ y = mx^2 - 2mx - 3 \end{cases}$$

整理的:  $m(x^2 - 2x) = 1 - x$

$\therefore x > 1$ ，且  $x=2$  时，方程为  $0 = -1$  不成立

$\therefore x \neq 2$ ，即  $x^2 - 2x = x(x-2) \neq 0$

$$\therefore m = \frac{1-x}{x(x-2)} > 0$$

$\therefore x > 1$



$$\therefore 1 - x < 0$$

$$\therefore x(x - 2) < 0$$

$$\therefore x - 2 < 0$$

$$\therefore x < 2 \text{ 即 } 1 < x < 2$$

$$\therefore y_P = -x - 2$$

$$\therefore -4 < y_P < -3$$

3. 解: (1) C;

(2) ①  $60^\circ$ ;

②  $\triangle MNE$  是等边三角形, 点  $E$  的坐标为  $(\sqrt{3}, 1)$ ;

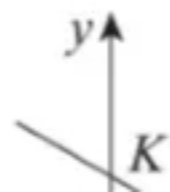
③ 直线  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$  交  $y$  轴于点  $K(0, 2)$ , 交  $x$  轴于点  $T(2\sqrt{3}, 0)$ .

$$\therefore OK = 2, \quad OT = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore \angle OKT = 60^\circ.$$

作  $OG \perp KT$  于点  $G$ , 连接  $MG$ .

$$\because M(0, 1),$$



$$\therefore OM=1.$$

$\therefore M$  为  $OK$  中点 .

$$\therefore MG=MK=OM=1.$$

$$\therefore \angle MGO = \angle MOG = 30^\circ, \quad OG = \sqrt{3}.$$

$$\therefore G\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right).$$

$$\because \angle MON = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle GON = 90^\circ.$$

$$\text{又 } OG = \sqrt{3}, \quad ON = 1,$$

$$\therefore \angle OGN = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle MGN = 60^\circ.$$

$\therefore G$  是线段  $MN$  关于点  $O$  的关联点.

经验证, 点  $E(\sqrt{3}, 1)$  在直线  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$  上.

结合图象可知, 当点  $F$  在线段  $GE$  上时, 符合题意.

$$\because x_G \leq x_F \leq x_E,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} \leq x_F \leq \sqrt{3}.$$

