



2023 北京石景山初二（下）期末

数 学

学校_____姓名_____准考证号_____

考 生 须 知	<p>1. 本试卷共 6 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 100 分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，选择题、作图题请用 2B 铅笔作答，其他试题请用黑色字迹签字笔作答，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 考试结束，请将本试卷和答题卡一并交回。</p>
----------------------------	--

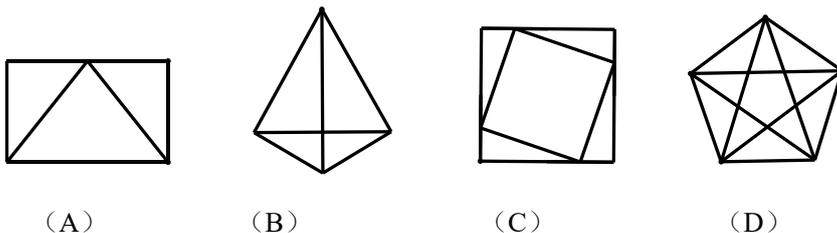
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(1, -2)$ 关于原点对称的点的坐标是

- (A) $(-1, 2)$ (B) $(1, -2)$ (C) $(-2, 1)$ (D) $(2, -1)$

2. 下列图形中，是中心对称图形的是



3. 解方程 $x^2 - 4x = 3$ ，下列用配方法进行变形正确的是

- (A) $(x-2)^2 = 19$ (B) $(x-4)^2 = 7$ (C) $(x-2)^2 = 4$ (D) $(x-2)^2 = 7$

4. 一元二次方程 $2x^2 - 3x + 5 = 0$ 的根的情况是

- (A) 有两个相等实数根 (B) 有两个不相等实数根
(C) 没有实数根 (D) 无法判断

5. 下表是甲、乙两名同学八次射击测试成绩，设两组数据的平均数分别为 $\bar{x}_甲$ ， $\bar{x}_乙$ ，方差分别为 $s_甲^2$ ， $s_乙^2$ ，则下列说法正确的是

甲	7	8	7	4	9	10	7	4
乙	6	7	8	7	8	6	7	7

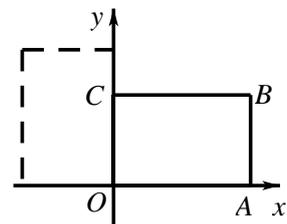
- (A) $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$ ， $s_甲^2 < s_乙^2$ (B) $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$ ， $s_甲^2 > s_乙^2$
(C) $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$ ， $s_甲^2 < s_乙^2$ (D) $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$ ， $s_甲^2 > s_乙^2$



6. 某工厂由于采用新技术, 生产量逐月增加, 原来月产量为 2000 件, 两个月后增至月产量为 3000 件. 若设月平均增长率为 x , 则下列所列的方程正确的是

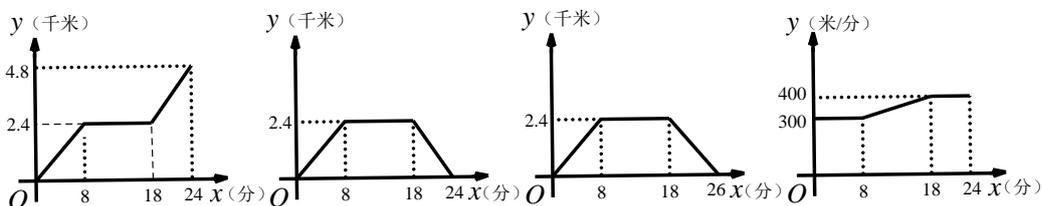
- (A) $2000(1+x) = 3000$ (B) $2000(1+x)^2 = 3000$
 (C) $2000(1+x\%)^2 = 3000$ (D) $2000 + 2000(1+x) = 3000$

7. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 四边形 $OABC$ 是矩形, 点 $A(3, 0)$, $C(0, 2)$, 将矩形 $OABC$ 绕点 O 逆时针旋转 90° , 则旋转后点 B 的对应点坐标为



- (A) $(-2, 3)$ (B) $(-2, 0)$
 (C) $(0, 3)$ (D) $(2, 3)$

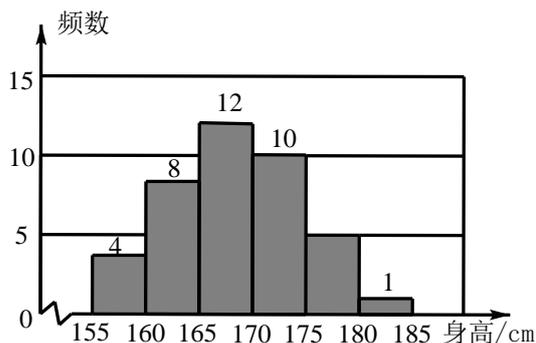
8. 小英以 300 米/分的速度匀速骑车 8 分钟到达某地, 原地停留 10 分钟后以 400 米/分的速度匀速骑回出发地. 小英距出发地的距离 y (单位: 千米) 与时间 x (单位: 分) 的函数图像可能是



- (A) (B) (C) (D)

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 函数 $y = \sqrt{x-1}$ 中的自变量 x 的取值范围是_____.
10. 已知 $x = 2$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + bx - 5 = 0$ 的一个根, 则 b 的值是_____.
11. 根据某班 40 名学生身高的频数分布直方图 (每组不含起点值, 含终点值), 回答下列问题:



- (1) 人数最多的身高范围是_____;
- (2) 身高大于 175cm 的学生占全班人数的百分比是_____.

12. 请写出一个图象平行于直线 $y = -5x$, 且过第一、二、四象限的一次函数的表达式

_____.

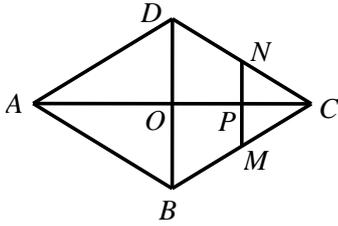
13. 已知点 $A(-2, y_1)$ 和点 $B(3, y_2)$ 是一次函数 $y = 2x - 3$ 图象上的点, 则 y_1 _____ y_2

(用“>”、“<”或“=”连接).

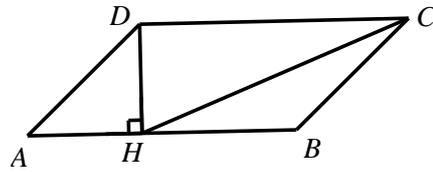


14. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O, M, N 分别是 BC, DC 边的中点, 连接 MN 交 AC 于点 P , 以下说法正确的是_____ (填写序号即可).

- ① $DA=DC$ ② $OA=OB$ ③ $MN \perp AC$ ④ $\angle ABD=60^\circ$



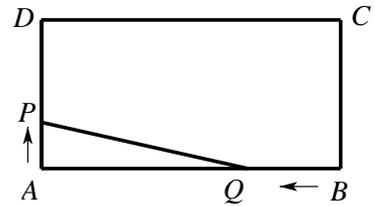
第 14 题图



第 15 题图

15. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=5, BC=3$, 过点 D 作 $DH \perp AB$ 于点 H , 连接 CH . 若 CH 平分 $\angle DCB$, 则 DH 的长是_____.

16. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=10, BC=5$, 点 P 从点 A 出发, 沿线段 AD 以每秒 1 个单位长度的速度向终点 D 运动; 点 Q 从点 B 出发, 沿线段 BA 以每秒 2 个单位长度的速度向终点 A 运动. P, Q 两点同时出发, 设点 P 运动的时间为 t (单位: 秒), $\triangle APQ$ 的面积为 y . 则 y 关于 t 的函数表达式为_____.

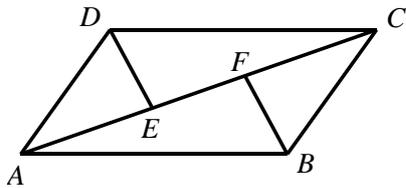


三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27, 28 题, 每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解方程: $x^2 - 4x - 5 = 0$.

18. 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $A(-2, 5), B(0, 1)$. 求一次函数的表达式.

19. 已知: 如图, E, F 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 上的两点, $AF = CE$.
求证: $BF = DE$.

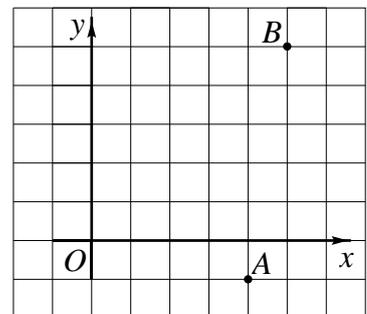


20. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(4, -1), B(5, 5), C(1, 4)$, 点 A 关于 x 轴的对称点 P .

(1) 在平面直角坐标系中作出点 C , 点 P ;

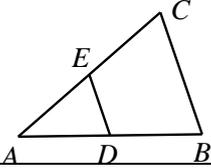
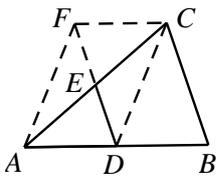
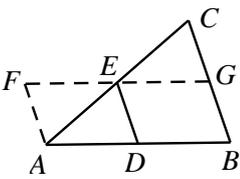
(2) 顺次连接 O, P, B, C , 所得的四边形是 _____ (写出一种特殊

四边形, 不必证明).



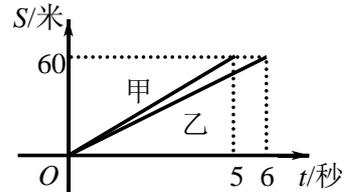


21. 下面是证明三角形中位线定理的两种添加辅助线的方法, 选择其中一种, 完成证明.

<p>三角形中位线定理: 三角形的中位线平行于第三边, 并且等于第三边的一半.</p> <p>已知: 如图, 在$\triangle ABC$中, 点D, E分别是AB, AC边的中点.</p> <p>求证: $DE \parallel BC$, 且 $DE = \frac{1}{2} BC$.</p> <div style="text-align: right;">  </div>	
<p>方法一:</p> <p>证明: 如图, 延长DE至点F, 使 $EF = DE$, 连接FA, FC, DC.</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<p>方法二:</p> <p>证明: 如图, 取BC中点G, 连接GE并延长至点F, 使 $FE = GE$, 连接AF.</p> <div style="text-align: center;">  </div>

22. 甲、乙两人赛跑时, 路程 s (单位: 米) 和时间 t (单位: 秒) 的关系如图所示, 请你观察图象并回答:

- (1) 这次赛跑的总路程有_____米.
- (2) 甲、乙两人中, _____的速度比较快.
- (3) 求出发2秒后, 甲、乙两人的距离.

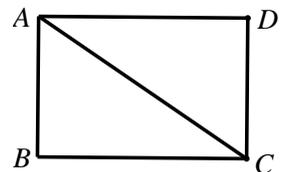


23. 已知: 在矩形 $ABCD$ 中, AC 是对角线.

求作: 菱形 $AECF$, 使点 E, F 分别在边 AD, BC 上.

作法: 如图,

- ① 分别以点 A, C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2} AC$ 长为半径画弧, 两弧在线段 AC 两侧分别交于点 M, N ;
- ② 作直线 MN 交 AC 于点 O , 与 AD, BC 分别交于点 E, F ;
- ③ 连接 AF, CE . 所以四边形 $AECF$ 就是所求的菱形.



根据上面设计的尺规作图过程,

- (1) 使用直尺和圆规, 补全图形 (保留作图痕迹);
- (2) 完成下面的证明.

证明: 连接 $MA, MC; NA, NC$.

$$\because MA = MC, NA = NC,$$

$\therefore MN$ 是 AC 的垂直平分线_____ (填推理根据).

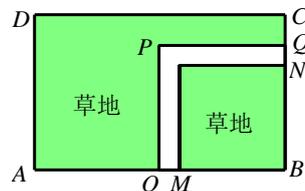


$\therefore EA = EC$.
 $\therefore \angle EAC = \angle ECA$.
 \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,
 $\therefore AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle EAC = \angle FCA$.
 $\therefore \angle ECA = \underline{\hspace{2cm}}$.
 又 $MN \perp AC$,
 $\therefore \angle COE = \angle COF = 90^\circ$.
 $\therefore \angle CEF = \angle CFE$.
 $\therefore CF = CE$.
 $\therefore CF = EA$.
 又 $\because CF \parallel EA$,
 \therefore 四边形 $AECF$ 是平行四边形 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填推理根据).
 又 $\because AC \perp EF$,
 \therefore 四边形 $AECF$ 是菱形 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填推理根据).

24. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2kx + 2k - 1 = 0$.

- (1) 请判断这个方程根的情况;
- (2) 若该方程有一个根小于 1, 求 k 的取值范围.

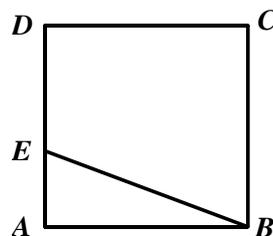
25. 如图, 矩形草地 $ABCD$ 中, $AB = 16\text{ m}$, $AD = 10\text{ m}$, 点 O 为边 AB 中点, 草地内铺了一条长和宽分别相等直角折线甬路 ($PO = PQ$, $OM = QN$), 若草地总面积 (两部分阴影之和) 为 132 m^2 , 求甬路的宽.



26. 平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = x + b$ ($k \neq 0$) 的图象与函数 $y = 2x$ 的图象交于点 $(1, m)$.

- (1) 求 b, m 的值;
- (2) 当 $x < 2$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = x + b$ ($k \neq 0$) 的值大于函数 $y = 2x + n$ 的值, 直接写出 n 的取值范围.

27. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E 在 AD 上 (与点 A, D 不重合), 连接 BE . 将线段 BE 绕点 E 逆时针旋转 90° , 得到线段 EF , 过点 F 作 $FG \perp AD$, 交 AD 延长线于点 G .



- (1) 依题意补全图形;
- (2) 连接 DF , 试判断 DF 与 GF 的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 如果点 P 到原点 O 的距离为 a , 点 M 到点 P 的距离是 a 的 k 倍 (k 为正整数), 那么称点 M 为点 P 的 k 倍关联点.

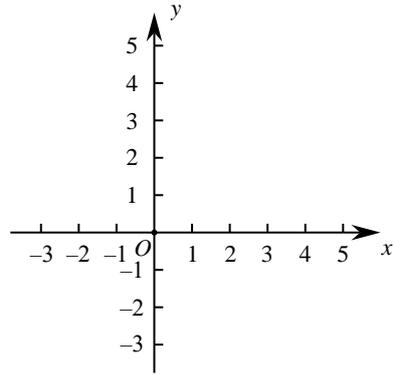
(1) 当点 P_1 的坐标为 $(0,1)$ 时,

① 如果点 P_1 的 2 倍关联点 M 在 y 轴上, 那么点 M 的坐标是_____;

如果点 P_1 的 2 倍关联点 M 在 x 轴上, 那么点 M 的坐标是_____;

② 如果点 $M(x, y)$ 是点 P_1 的 k 倍关联点, 且满足 $y = -2$, $-1 \leq x \leq 4$, 那么 k 的最大值为_____;

(2) 如果点 P_2 的坐标为 $(1,1)$, 且在函数 $y = x + b$ 的图象上存在 P_2 的 2 倍关联点, 直接写出 b 的取值范围.





参考答案

阅卷须知:

1. 为便于阅卷, 本试卷答案中有关解答题的推导步骤写得较为详细, 阅卷时, 只要考生将主要过程正确写出即可.
2. 若考生的解法与给出的解法不同, 正确者可参照评分参考相应给分.
3. 评分参考中所注分数, 表示考生正确做到此步应得的累加分数.

一、选择题 (共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	D	C	B	B	A	B

二、填空题 (共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

9. $x \geq 1$ 10. $\frac{1}{2}$
11. ①165cm 至 170cm 之间 (包括 170cm); ②15%
12. 答案不唯一, 满足常数项大于零即可, 如 $y = -5x + 1$
13. $y_1 < y_2$ 14. ①③ 15. $\sqrt{5}$
16. $y = -t^2 + 5t (0 < t < 5)$

说明: 答案为 $y = \frac{1}{2}t(10-2t)$ 或 $y = t(5-t)$ 均不扣分

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27, 28 题, 每小题 7 分)

17. 解法一: $x^2 - 4x - 5 = 0$,1 分
 $(x+1)(x-5) = 0$,3 分
 $\therefore x_1 = -1, x_2 = 5$5 分

- 解法二: $x^2 - 4x + 4 = 5 + 4$,1 分
 $(x-2)^2 = 9$,2 分
 $x-2 = \pm 3$,3 分
 $\therefore x_1 = -1, x_2 = 5$5 分

- 解法三: $a = 1, b = -4, c = -5$,1 分
 $b^2 - 4ac = 16 - 4 \times 1 \times (-5) = 36$2 分
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2 \times 1} = \frac{4 \pm 6}{2} = 2 \pm 3$4 分



$\therefore x_1 = -1, x_2 = 5$5分

18. 解: (1) \because 直线 $y = kx + b (k \neq 0)$ 过点 $A(-2, 5), B(0, 1)$.

$\therefore \begin{cases} -2k + b = 5, \\ b = 1. \end{cases}$ 2分

$\therefore \begin{cases} k = -2, \\ b = 1. \end{cases}$ 4分

\therefore 一次函数的表达式为 $y = -2x + 1$ 5分

19. 证明: $\because ABCD$ 是平行四边形,

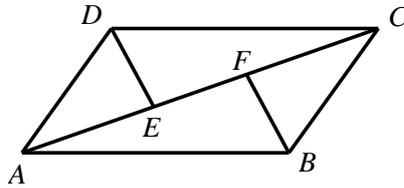
$\therefore AB = CD$, 1分

$AB \parallel CD$.

$\therefore \angle BAF = \angle DCE$ 2分

在 $\triangle BAF$ 和 $\triangle DCE$ 中,

$\begin{cases} AB = CD \\ \angle BAF = \angle DCE \\ AF = CE \end{cases}$ 3分



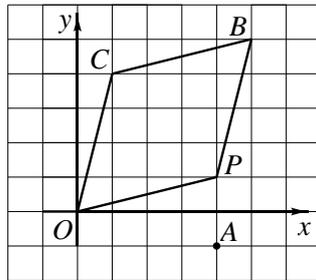
$\therefore \triangle BAF \cong \triangle DCE$ 4分

$\therefore BF = DE$ 5分

20. 解: (1) 图略; 2分

(2) 菱形. 5分

说明: (2) 连接出四边形得 1 分, 写出菱形得 2 分, 写出平行四边形得 1 分.



21. 方法一

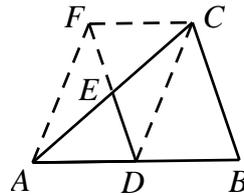
证明: 如图, 延长 DE 到点 F , 使 $EF = DE$, 连接 FA, FC, DC .

\because 点 D, E 分别是 AB, AC 边的中点,

$\therefore AE = EC, AD = BD$,

\therefore 四边形 $ADCF$ 是平行四边形. 2分

$CF \parallel AD$,



$\therefore CF \parallel BD$,

\therefore 四边形 $DBCF$ 是平行四边形. 4分



$$DF \underline{\underline{//}} BC.$$

$$\text{又} \because DE = \frac{1}{2} DF,$$

$$\therefore DE \underline{\underline{//}} BC, \text{ 且 } DE = \frac{1}{2} BC. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

方法二

证明：如图，取 BC 中点 G ，连接 GE 并延长到点 F ，使 $EF=GE$ ，
连接 AF 。

\because 点 D, E 分别是 AB, AC 边的中点，

$$\therefore AE = EC, AD = BD.$$

又 $\because \angle AEF = \angle CEG,$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CEG. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore AF = CG, \angle F = \angle CGE,$$

$$\therefore AF \underline{\underline{//}} CG.$$

$$\because BG = CG,$$

$$\therefore AF \underline{\underline{//}} BG,$$

\therefore 四边形 $ABGF$ 是平行四边形. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

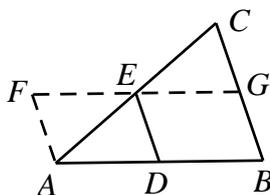
$$\therefore AB \underline{\underline{//}} FG.$$

$$\because DB = \frac{1}{2} AB, GE = \frac{1}{2} GF,$$

$$\therefore DB \underline{\underline{//}} GE,$$

\therefore 四边形 $DBGE$ 是平行四边形，

$$\therefore DE \underline{\underline{//}} BC, \text{ 且 } DE = BG = \frac{1}{2} BC. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$



22. 解：(1) 60. $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

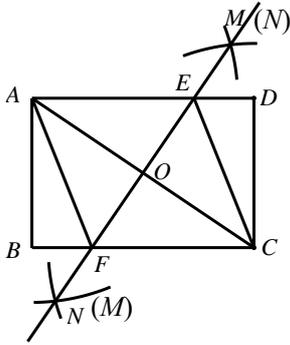
(2) 甲. $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(3) 两人出发 2 秒后，

$$S_{\text{甲}} - S_{\text{乙}} = \frac{60}{5} \times 2 - \frac{60}{6} \times 2 = 4. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

答：两人出发 2 秒后相距 4 米.

23. 解：



(1) 2分

(2) 到线段两端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上; ... 3分

$\angle FCA$; 4分

一组对边平行且相等的四边形是平行四边形; 5分

对角线互相垂直的平行四边形是菱形. 6分

24. 解: (1) $\because \Delta = b^2 - 4ac$ 1分

$$= (-2k)^2 - 4(2k - 1)$$

$$= 4k^2 - 8k + 4$$

$$= 4(k^2 - 2k + 1)$$

$$= 4(k - 1)^2. \quad \dots\dots 2分$$

\because 无论 k 取何值时, $\Delta = 4(k - 1)^2 \geq 0$,

\therefore 原方程有两个实数根. 3分

$$(2) \because x = \frac{2k \pm \sqrt{4(k-1)^2}}{2} = \frac{2k \pm 2(k-1)}{2}.$$

$$x_1 = \frac{2k + 2(k-1)}{2} = 2k - 1; \quad x_2 = \frac{2k - 2(k-1)}{2} = 1. \quad \dots\dots 5分$$

\because 该方程有一个根小于 1,

$$\therefore 2k - 1 < 1.$$

$$\therefore k < 1. \quad \dots\dots 6分$$

25. 解: 设甬路的宽为 x m, 据题意列方程, 得 1分

$$2 \times 8x - x^2 = 16 \times 10 - 132. \quad \dots\dots 3分$$

整理, 得 $x^2 - 16x + 28 = 0$.

解得 $x_1 = 2, x_2 = 14 > 10$ (不合题意, 舍去). 5分

答: 甬路的宽为 2m. 6分

26. 解: (1) \because 函数 $y = 2x$ 的图象经过点 $(1, m)$,

$$\therefore m = 2. \quad \dots\dots 2分$$

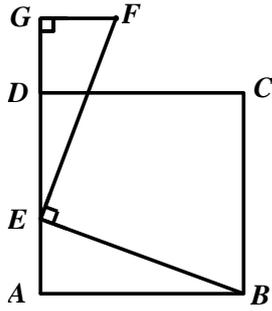
又 \because 一次函数 $y = x + b$ ($k \neq 0$) 的图象经过 $(1, 2)$,

$$\therefore 1 + b = 2, \quad \text{解得 } b = 1. \quad \dots\dots 4分$$



(2) $n \leq -1$6分

27. 解: (1) 补全图形, 如图所示.



..... 2分

(2) $DF = \sqrt{2}GF$ 3分

证明: \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle A = 90^\circ, AB = AD$ 4分

$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$.

$\because EB = EF, EB \perp EF$,

$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$.

$\therefore \angle 1 = \angle 2$.

又 $FG \perp AD$,

$\therefore \angle G = 90^\circ$.

$\therefore \angle A = \angle G = 90^\circ$.

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle GEF$.

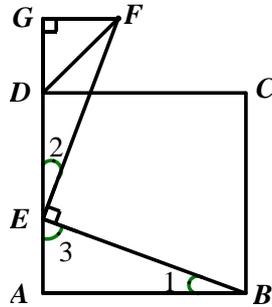
$\therefore EA = FG; AB = GE$ 6分

$\therefore EA = DG$.

$\therefore DG = FG$.

在直角三角形 DGF 中, $DG = FG$.

$\therefore DF = \sqrt{2}GF$ 7分



28. 解: (1) ① $(0, -1)$ 或 $(0, 3)$; 2分

$(-\sqrt{3}, 0)$ 或 $(\sqrt{3}, 0)$ 4分

② 5. 5分

(2) $-4 \leq b \leq 4$ 7分