

海淀区初三第一学期期中学业水平调研

数 学

2020. 11

学校_____ 姓名_____ 准考证号_____

注意
事项

1. 本调研卷共 10 页，满分 100 分，考试时间 120 分钟。
2. 在调研卷和答题纸上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 调研卷答案一律填涂或书写在答题纸上，在调研卷上作答无效。
4. 在答题纸上，选择题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 拼图是一种广受欢迎的智力游戏，需要将形态各异的组件拼接在一起，下列拼图组件是中心对称图形的为



A.



B.



C.



D.

2. 一元二次方程 $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 的一次项系数是

A. -4 B. -3 C. 2 D. 3

3. 点 $A(1, 2)$ 关于原点对称的点的坐标是

A. $(1, -2)$ B. $(-1, 2)$ C. $(-1, -2)$ D. $(2, 1)$

4. 将抛物线 $y = x^2$ 向上平移 2 个单位长度，所得到的抛物线是

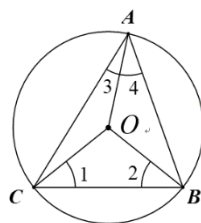
A. $y = x^2 + 2$ B. $y = x^2 - 2$ C. $y = (x + 2)^2$ D. $y = (x - 2)^2$

5. 用配方法解方程 $x^2 + 4x + 1 = 0$ ，下列变形正确的是

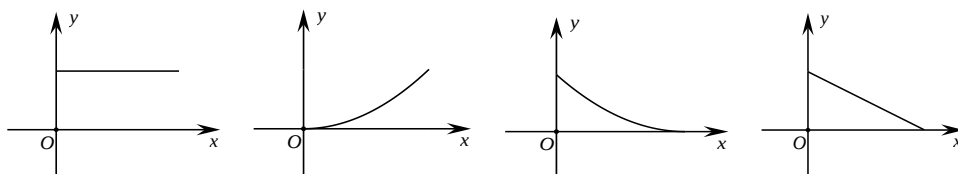
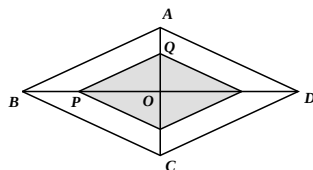
A. $(x + 2)^2 = -5$ B. $(x + 2)^2 = 5$ C. $(x + 2)^2 = -3$ D. $(x + 2)^2 = 3$

6. 如图, 不等边 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 下列结论不成立的是

- A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle 1 = \angle 4$
C. $\angle AOB = 2\angle ACB$ D. $\angle ACB = \angle 2 + \angle 3$

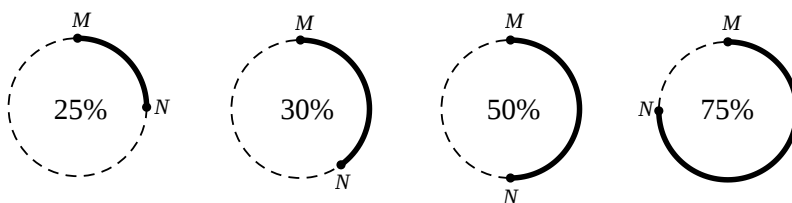


7. 如图, 菱形 $ABCD$ 对角线 AC, BD 相交于点 O , 点 P, Q 分别在线段 BO, AO 上, 且 $PQ \parallel AB$. 以 PQ 为边作一个菱形, 使得它的两条对角线分别在线段 AC, BD 上, 设 $BP = x$, 新作菱形的面积为 y , 则反映 y 与 x 之间函数关系的图象大致是



- A. B. C. D.

8. 计算机处理任务时, 经常会以圆形进度条的形式显示任务完成的百分比. 下面是同一个任务进行到不同阶段时进度条的示意图:



若圆半径为1, 当任务完成的百分比为 x 时, 线段 MN 的长度记为 $d(x)$. 下列描述正确的是

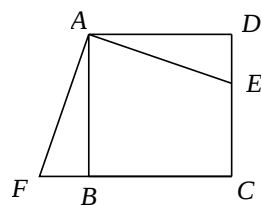
- A. $d(25\%)=1$ B. 当 $x > 50\%$ 时, $d(x) > 1$
C. 当 $x_1 > x_2$ 时, $d(x_1) > d(x_2)$ D. 当 $x_1 + x_2 = 100\%$ 时, $d(x_1) = d(x_2)$



二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

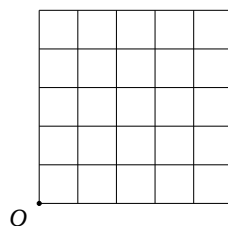
9. 已知二次函数 $y = -x^2$ ，请判断点 $A(1, -1)$ 是否在该二次函数的图象上．你的结论为 _____（填“是”或“否”）．

10. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 6，点 E 在边 CD 上．以点 A 为中心，把 $\triangle ADE$ 顺时针旋转 90° 至 $\triangle ABF$ 的位置．若 $DE = 2$ ，则 $FC =$ _____．



11. 已知关于 x 的方程 $x^2 = m$ 有两个相等的实数根，则 $m =$ _____．

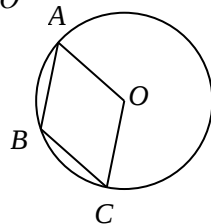
12. 如图，在 5×5 的正方形网格中，两条网格线的交点叫做格点，每个小正方形的边长均为 1．以点 O 为圆心，5 为半径画圆，共经过图中 _____ 个格点（包括图中网格边界上的点）．



13. 某学习平台三月份新注册用户为 200 万，五月份新注册用户为 338 万，设四、五两个月新注册用户每月平均增长率为 x ，则可列出的方程是 _____．

14. 已知二次函数 $y = ax^2 - 4ax + 1$ （ a 是常数），则该函数图象的对称轴是直线 $x =$ _____．

15. 如图，点 A, B, C 在 $\odot O$ 上，顺次连接 A, B, C, O ．若四边形 $ABCO$ 为平行四边形，则 $\angle AOC =$ _____°．



16. 对于二次函数 $y = ax^2$ 和 $y = bx^2$ ．其自变量和函数值的两组对应值

如下表所示：

x	-1	m ($m \neq 1$)
$y = ax^2$	c	c
$y = bx^2$	$c+3$	d

根据二次函数图象的相关性质可知： $m =$ _____， $d - c =$ _____．



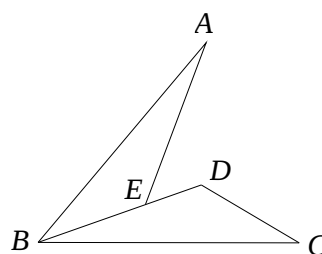
三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题，每小题 5 分，第 23~26 题，每小题 6 分，第 27~28 题，每小题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解方程： $x^2 - 6x = 16$.

18. 如图，已知 $AB = BC$, $\angle BCD = \angle ABD$, 点 E 在 BD 上, $BE = CD$.

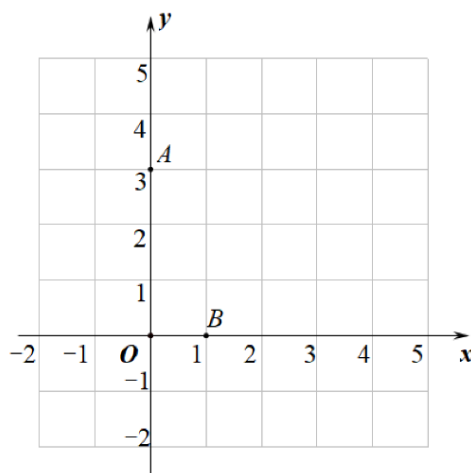
求证： $AE = BD$.



19. 已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象过点 $A(0,3)$, $B(1,0)$.

(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 画出这个函数的图象.



20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m + 2 = 0$ 有两个不相等的实数根.

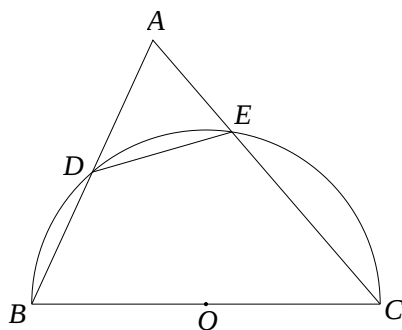
(1) 求 m 的取值范围;

(2) 若 m 为正整数, 求此时方程的根.

21. 如图, $\triangle ABC$ 中, $CA = CB$, 以 BC 为直径的半圆与 AB 交于点 D , 与 AC 交于点 E .

(1) 求证: 点 D 为 AB 的中点;

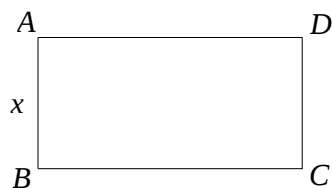
(2) 求证: $AD = DE$.



22. 如图, 用一条长 40 m 的绳子围成矩形 $ABCD$, 设边 AB 的长为 x m.

(1) 边 BC 的长为____ m, 矩形 $ABCD$ 的面积为____ m^2 (均用含 x 的代数式表示);

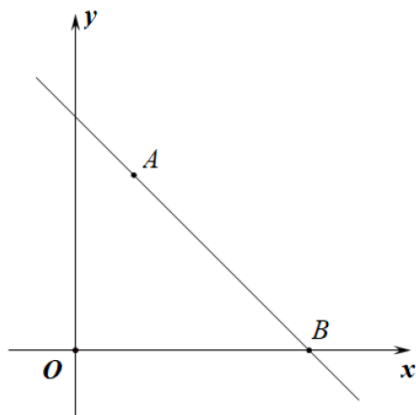
(2) 矩形 $ABCD$ 的面积是否可以是 120 m^2 ? 请给出你的结论, 并用所学的方程或者函数知识说明理由.



23. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = -x + m$ 的图象过点 $A(1, 3)$, 且与 x 轴交于点 B .

(1) 求 m 的值和点 B 的坐标;

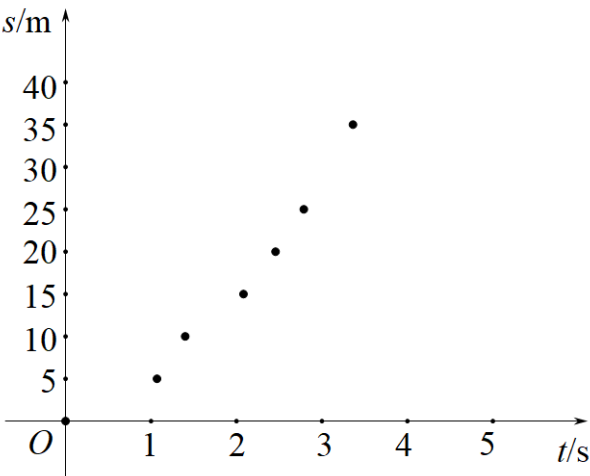
(2) 若二次函数 $y = ax^2 + bx$ 图象过 A, B 两点, 直接写出关于 x 的不等式 $ax^2 + bx > -x + m$ 的解集.



24. 某滑雪场在滑道上设置了几个固定的计时点. 一名滑雪者从山坡滑下, 测得了滑行距离 s (单位: m) 与滑行时间 t (单位: s) 的若干数据, 如下表所示:

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7
滑行时间 t/s	0	1.07	1.40	2.08	2.46	2.79	3.36
滑行距离 s/m	0	5	10	15	20	25	35

为观察 s 与 t 之间的关系, 建立坐标系, 以 t 为横坐标, s 为纵坐标, 描出表中数据对应的点 (如图). 可以看出, 其中绝大部分的点都近似位于某条抛物线上. 于是, 我们可以用二次函数 $s = at^2 + bt + c (t \geq 0)$ 来近似地表示 s 与 t 的关系.



- (1) 有一个计时点的计时装置出现了故障, 这个计时点的位置编号可能是_____;
- (2) 当 $t = 0$ 时, $s = 0$, 所以 $c =$ _____;
- (3) 当此滑雪者滑行距离为 30m 时, 用时约为_____s (结果保留一位小数).



25. 如图 1, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, D 为 AC 的中点, 连接 BC , OD .

(1) 求证: $OD \parallel BC$;

(2) 如图 2, 过点 D 作 AB 的垂线与 $\odot O$ 交于点 E , 作直径 EF 交 BC 于点 G . 若 G 为 BC 中点, $\odot O$ 的半径为 2, 求弦 BC 的长.

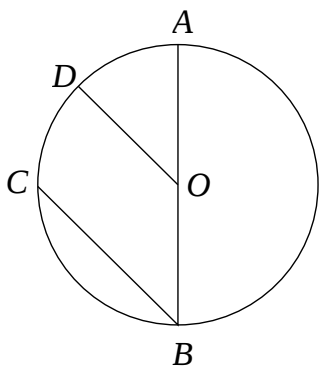


图 1

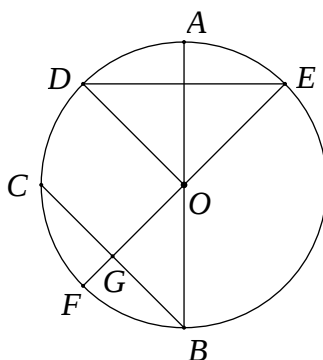


图 2

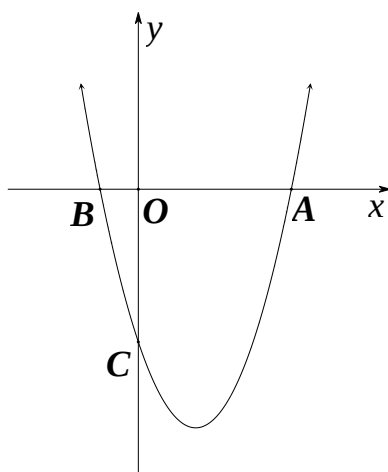


26. 平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于点 $A(4, 0)$ 和 $B(-1, 0)$ ，交 y 轴于点 C 。

(1) 求二次函数的解析式；

(2) 将点 C 向右平移 n 个单位，再次落在二次函数图象上，求 n 的值；

(3) 对于这个二次函数，若自变量 x 的值增加 4 时，对应的函数值 y 增大，求满足题意的自变量 x 的取值范围。



27. $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D 在 BC 上, 点 E, F 分别在射线 AB, AC 上, 且 $DA = DE = DF$.

(1) 如图 1, 当点 D 是 BC 的中点时, 则 $\angle EDF =$ _____ $^\circ$;

(2) 如图 2, 点 D 在 BC 上运动 (不与点 B, C 重合).

① 判断 $\angle EDF$ 的大小是否发生改变, 并说明理由;

② 点 D 关于射线 AC 的对称点为点 G , 连接 BG, CG, CE .

依题意补全图形, 判断四边形 $BECG$ 的形状, 并证明你的结论.

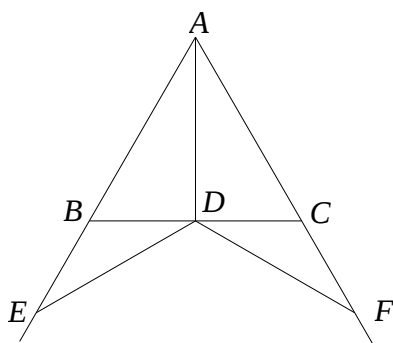


图 1

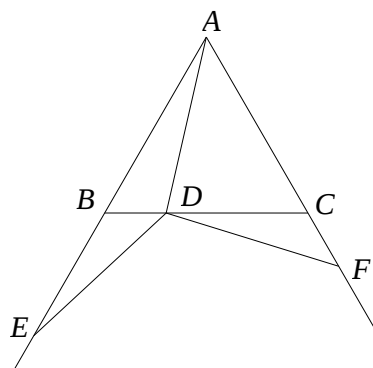


图 2



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 旋转角 α 满足 $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, 对图形 M 与图形 N 给出如下定义: 将图形 M 绕原点逆时针旋转 α 得到图形 M' . P 为图形 M' 上任意一点, Q 为图形 N 上的任意一点, 称 PQ 长度的最小值为图形 M 与图形 N 的“转后距”.

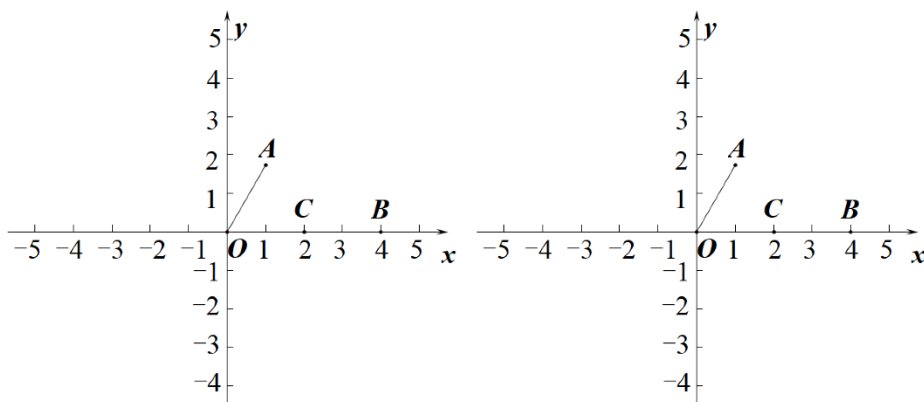
已知点 $A(1, \sqrt{3})$, 点 $B(4, 0)$, 点 $C(2, 0)$.

(1) 当 $\alpha = 90^\circ$ 时, 记线段 OA 为图形 M .

①画出图形 M' ;

②若点 C 为图形 N , 则“转后距”为_____;

③若线段 AC 为图形 N , 求“转后距”;



备用图

(2) 已知点 $P(m, 0)$ 在点 B 的左侧, 点 $Q(m - \frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$, 记线段 AB 为图形 M , 线段 PQ 为图形 N , 对任意旋转角 α , “转后距”大于 1, 直接写出 m 的取值范围.





海淀区初三第一学期期中学业水平调研

数 学 参 考 答 案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	C	A	D	B	C	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 是
10. 8
11. 0
12. 4
13. $200(1+x)^2=338$
14. 2
15. 120
16. 1; 3（每空 1 分）

三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题，每小题 5 分，第 23~26 题，每小题 6 分，第 27~28 题，每小题 7 分）

17. 方法一：
- $$x^2 - 6x + 9 = 16 + 9$$
- $$(x - 3)^2 = 25$$
- $$x - 3 = \pm 5$$
- $$x_1 = -2, x_2 = 8$$
- 方法二：
- 原方程化为 $x^2 - 6x - 16 = 0$
- $$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times (-16) = 100.$$
- $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{6 \pm 10}{2},$$

$$x_1 = -2, x_2 = 8.$$

方法三:

$$x^2 - 6x - 16 = 0$$

$$(x-8)(x+2) = 0$$

$$x-8=0 \text{ 或 } x+2=0$$

$$x_1 = -2, x_2 = 8$$

18. 证明: 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCD$ 中,

$$\begin{cases} AB = BC, \\ \angle ABD = \angle BCD, \\ BE = CD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCD \text{ (SAS)}.$$

$$\therefore AE = BD.$$

19. 解: (1) $\because$ 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象过点 $A(0, 3)$, $B(1, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} c = 3 \\ 1 + b + c = 0 \end{cases},$$

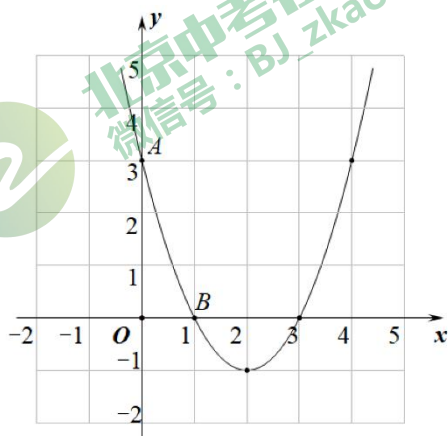
$$\text{解得} \begin{cases} b = -4 \\ c = 3 \end{cases},$$

$$\therefore y = x^2 - 4x + 3.$$

(2) 列表:

x	$\cdots$	0	1	2	3	4	$\cdots$
y	$\cdots$	3	0	-1	0	3	$\cdots$

描点画图:



20. 解: (1) $\because$ 方程 $x^2 - 4x + m + 2 = 0$ 有两个不相等的实数根,



$$\therefore \Delta = 4^2 - 4(m+2) = 8 - 4m > 0,$$

$$\therefore m < 2.$$

(2) $\because m$ 为正整数, 且 $m < 2$,

$$\therefore m = 1.$$

当 $m = 1$ 时, 方程为 $x^2 - 4x + 3 = 0$,

$$\therefore x_1 = 1, x_2 = 3.$$

21. 证明: (1) 连接 CD , 如图.

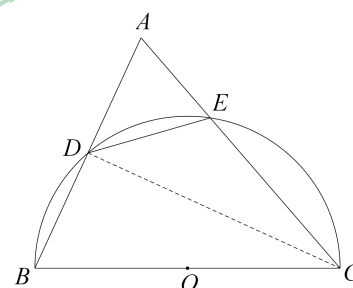
$\because BC$ 是半圆的直径,

$$\therefore \angle BDC = 90^\circ.$$

$$\therefore CD \perp AB.$$

$\because CA = CB$,

$\therefore$ 点 D 为 AB 的中点.



(2) 方法一:

$$\because CA = CB, AD = BD,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BCD$$

$$\therefore \text{弧 } BD = \text{弧 } DE$$

$$\therefore BD = DE.$$

$$\because AD = BD,$$

$$\therefore AD = DE.$$

方法二:

$\because$ 四边形 $BCED$ 是圆的内接四边形,

$$\therefore \angle ABC + \angle DEC = 180^\circ.$$

$$\because \angle AED + \angle DEC = 180^\circ,$$

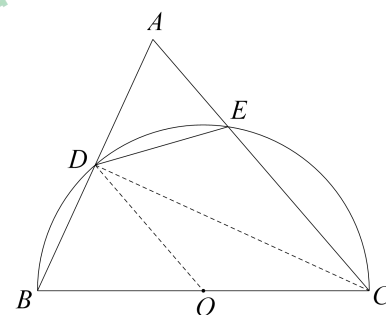
$$\therefore \angle ABC = \angle AED.$$

$$\because CA = CB,$$

$$\therefore \angle A = \angle ABC.$$

$$\therefore \angle A = \angle AED.$$

$$\therefore AD = DE.$$





22. 解: (1) $(20-x)$; $(-x^2 + 20x)$;

(2) 不可以,

理由如下:

方法一: 设矩形 $ABCD$ 的面积是 $S \text{ m}^2$,

$$\text{则 } S = -x^2 + 20x.$$

$$\because 0 < x < 20,$$

$$\therefore \text{当 } x = -\frac{20}{2 \times (-1)} = 10 \text{ 时, } S \text{ 有最大值 } 100.$$

$$\because 100 < 120,$$

$$\therefore \text{矩形 } ABCD \text{ 的面积不可以是 } 120 \text{ m}^2.$$

方法二: 若矩形 $ABCD$ 的面积是 120 m^2 , 可得方程 $-x^2 + 20x = 120$,

$$\because \Delta = b^2 - 4ac = -80,$$

$$\because \Delta < 0,$$

$\therefore$ 这个方程无实数根.

$$\therefore \text{矩形 } ABCD \text{ 的面积不可以是 } 120 \text{ m}^2.$$

23. 解: (1) $\because y = -x + m$ 的图象过点 $A(1, 3)$,

$$\therefore 3 = -1 + m.$$

$$\therefore m = 4.$$

$$\therefore y = -x + 4.$$

令 $y = 0$, 得 $x = 4$,

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (4, 0).$$

$$(2) 1 < x < 4.$$

24. 答: (1) 3;

$$(2) 0;$$

(3) 3.1 (写 3.0 或 3.2 均可给分).



25. (1) 方法一:

证明: 连接 BD ,

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{CD}.$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD.$$

$$\therefore \angle ABD = \angle BDO$$

$$\therefore \angle CBD = \angle BDO$$

$$\therefore OD \parallel BC.$$

方法二:

证明: 连接 OC ,

$\therefore D$ 为 $\widehat{AC}$ 的中点,

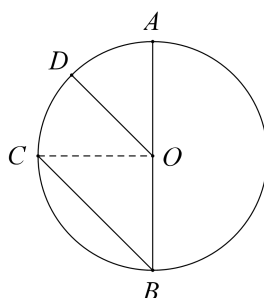
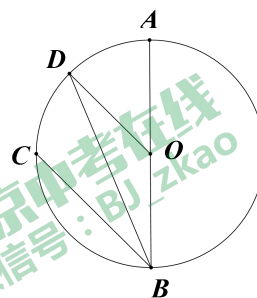
$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{CD}.$$

$$\therefore \angle AOD = \angle COD = \frac{1}{2} \angle AOC.$$

$$\therefore \angle B = \frac{1}{2} \angle AOC,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle B.$$

$$\therefore OD \parallel BC.$$



(2) 解: 方法一:

$\therefore DE \perp AB$, AB 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{AE}.$$

$$\therefore \angle AOD = \angle AOE.$$

$$\therefore \angle AOD = \angle B, \angle AOE = \angle BOF,$$

$$\therefore \angle B = \angle BOF.$$

$\therefore G$ 为 BC 中点,

$$\therefore OF \perp BC.$$

$$\therefore \angle OGB = 90^\circ.$$

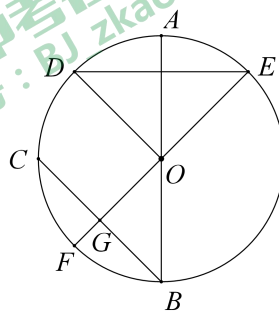
$$\therefore \angle B = \angle BOF = 45^\circ.$$

$$\therefore OG = BG.$$

$$\therefore OB = 2, OG^2 + BG^2 = OB^2,$$

$$\therefore BG = \sqrt{2}.$$

$$\therefore BC = 2BG = 2\sqrt{2}.$$





方法二:

$\because G$ 为 BC 中点,

$\therefore OF \perp BC$.

$\because OD \parallel BC$,

$\therefore DO \perp EF$,

$\therefore \triangle DOE$ 是等腰直角三角形, $\angle E = 45^\circ$

$\because DE \perp AB$,

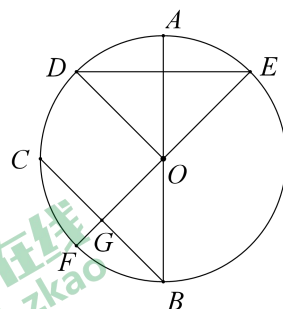
$\therefore \angle BOF = \angle EOA = 45^\circ$,

$\therefore OG = BG$.

$\because OB = 2$, $OG^2 + BG^2 = OB^2$,

$\therefore BG = \sqrt{2}$.

$\therefore BC = 2BG = 2\sqrt{2}$.



26. 解: (1) $\because$ 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于点 $A(4, 0)$ 和 $B(-1, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 16 + 4b + c = 0 \\ 1 - b + c = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = -3 \\ c = -4 \end{cases},$$

$$\therefore y = x^2 - 3x - 4.$$

(2) 依题意, 点 C 的坐标为 $(0, -4)$,

该二次函数图象的对称轴为 $x = -\frac{b}{2} = \frac{3}{2}$,

设点 C 向右平移 n 个单位后, 所得到的点为 D , 由于点 D 在抛物线上,

$\therefore C, D$ 两点关于二次函数的对称轴 $x = \frac{3}{2}$ 对称.

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(3, -4)$.

$\therefore n = CD = 3$.

(3) 方法一:

记 D, E 为函数图象上两点, 且 $x_E - x_D = 4$, 原问题等价于当 $y_E > y_D$ 时,

求 x_D 的取值范围.

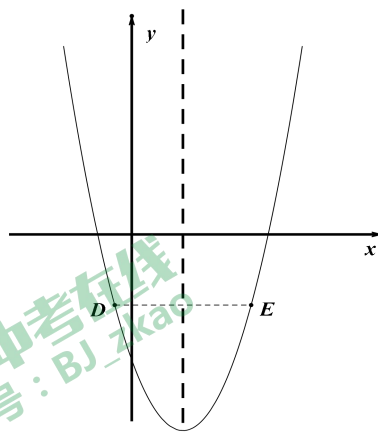
当点 D 与点 E 关于对称轴对称时, 可知 $x_D = -\frac{1}{2}$,

结合函数图象可知, 当点 D 向左移动时, $y_E < y_D$, 不符题意;



当点 D 向右移动时, 有 $y_E > y_D$, 符合题意.

$$\text{故 } x_D > -\frac{1}{2}$$



方法二:

依题意, 即当自变量取 $x+4$ 时的函数值, 大于自变量为 x 时的函数值.

结合函数图象, 由于对称轴为 $x = \frac{3}{2}$, 分为以下三种情况:

① 当 $x < x+4 \leq \frac{3}{2}$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减小, 与题意不符;

② 当 $x < \frac{3}{2} < x+4$ 时, 需使得 $\frac{3}{2} - x < x+4 - \frac{3}{2}$, 方可满足题意, 联立解得

$$-\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2};$$

③ $\frac{3}{2} \leq x < x+4$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而增大, 符合题意, 此时 $x \geq \frac{3}{2}$.

综上所述, 自变量 x 的取值范围是 $x > -\frac{1}{2}$.

27. (1) 120°

(2) ① 不发生改变, 理由如下:

方法一: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ.$$

$$\because DA = DE = DF$$

$\therefore$ 点 A, E, F 在以 D 为圆, DA 长为半径的圆上,

$$\therefore \angle EDF = 2\angle BAC = 120^\circ.$$

方法二: $\because DA = DE = DF$,

$$\therefore \angle DAE = \angle DEA, \angle DAF = \angle DFA.$$

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,



$$\therefore \angle BAC = \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ .$$

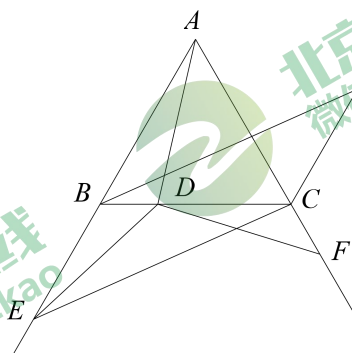
$$\therefore \angle DCF = \angle EBD = 120^\circ .$$

$$\because \angle ACB = \angle CDF + \angle DFA, \quad \angle BAC = \angle BAD + \angle DAF ,$$

$$\therefore \angle CDF = \angle BAD = \angle DEA .$$

$$\therefore \angle EDF = 180^\circ - \angle BDE - \angle CDF = 180^\circ - \angle BDE - \angle DEA = \angle EBD = 120^\circ .$$

②补全图形如下：



四边形 $BECG$ 为平行四边形，证明如下：

由①知， $\angle EDF = 120^\circ$ ，

$$\because \angle BDE + \angle BED = 60^\circ, \quad \angle BDE + \angle CDF = 60^\circ ,$$

$$\therefore \angle BED = \angle CDF .$$

在 $\triangle CDF$ 和 $\triangle BED$ 中，

$$\begin{cases} \angle DCF = \angle EBD, \\ \angle CDF = \angle DEA, \\ DF = ED, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CDF \cong \triangle BED \text{ (AAS)} .$$

$$\therefore CD = BE .$$

$\because$ 点 D 和点 G 关于射线 AC 对称，

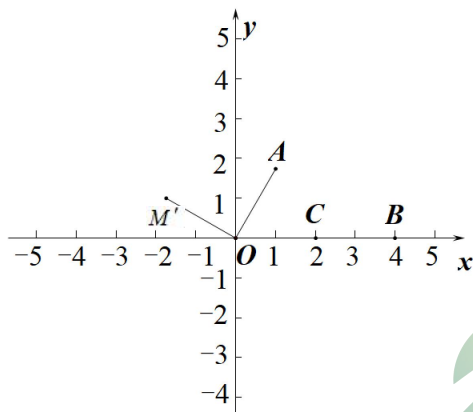
$$\therefore CD = CG, \quad \angle DCG = 2\angle ACD = 120^\circ = \angle EBD .$$

$$\therefore BE = CG, \text{ 且 } BE \parallel CG .$$

$\therefore$ 四边形 $BECG$ 为平行四边形.

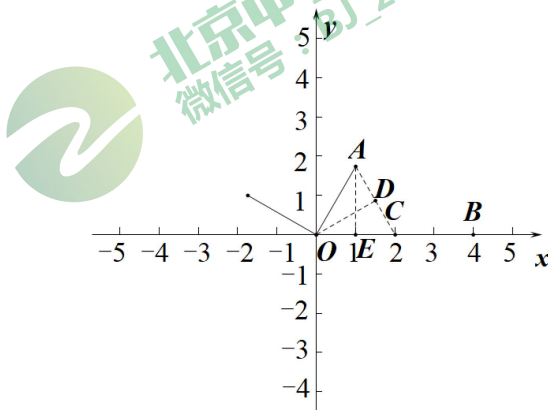


28. (1) ① 图形 M' 如图所示:



② 2;

③ 连接 AC , 作 $OD \perp AC$ 于 D , 作 $AE \perp OC$ 于 E , 如图.



依题意, OD 的长度即为所求转后距.

$$\because A(1, \sqrt{3}), C(2, 0),$$

$$\therefore AE = \sqrt{3}, OC = 2, CE = 1.$$

$$\text{在 Rt}\triangle AEC \text{ 中, } AC = \sqrt{AE^2 + CE^2} = 2.$$

$$\because S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} AE \cdot OC = \frac{1}{2} OD \cdot AC,$$

$$\therefore OD = \frac{AE \cdot OC}{AC} = \sqrt{3}.$$

$$\therefore \text{转后距为 } \sqrt{3}.$$

(2) $m < -5$ 或 $0 < m < 2$.