

初三数学

2024.1

学校 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 教育 ID 号 _____

考 生 须 知	1. 本试卷共 8 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分,考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和教育 ID 号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束后,请将答题卡交回。
------------------	--

一、选择题(每题 2 分,共 16 分)

1. 下列四个交通标志图案中,是中心对称图形的是



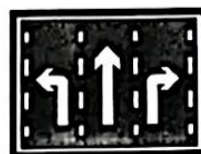
A



B



C



D

2. 若 $x=3$ 是关于 x 的方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 的一个根,则 m 的值是

A. -15

B. -3

C. 3

D. 15

3. 关于二次函数 $y=2(x-1)^2+2$,下列说法正确的是

A. 当 $x=1$ 时,有最小值为 2

B. 当 $x=1$ 时,有最大值为 2

C. 当 $x=-1$ 时,有最小值为 2

D. 当 $x=-1$ 时,有最大值为 2

4. 在下列事件中,随机事件是

A. 投掷一枚质地均匀的骰子,向上一面的点数不超过 6

B. 从装满红球的袋子中随机摸出一个球,是白球

C. 通常情况下,自来水在 10°C 结冰

D. 投掷一枚质地均匀的骰子,向上一面的点数为 2

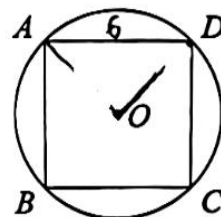
5. 如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 6,且顶点 A, B, C, D 都在 $\odot O$ 上,则 $\odot O$ 的半径为

A. 3

B. 6

C. $3\sqrt{2}$

D. $6\sqrt{2}$

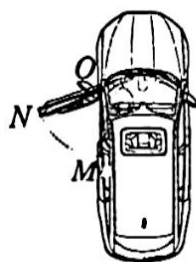


6. 北京 2022 年冬奥会以后, 冰雪运动的热度持续. 某地滑雪场第一周接待游客 7 000 人, 第三周接待游客 8 470 人. 设该地滑雪场游客人数的周平均增长率为 x , 根据题意, 下面所列方程正确的是

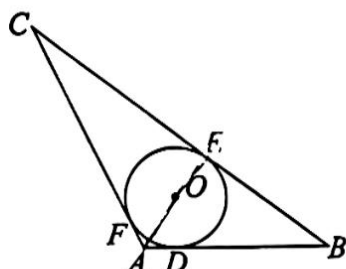
- A. $7\,000(1+x)^2=8\,470$ B. $7\,000x^2=8\,470$
 C. $7\,000(1+2x)=8\,470$ D. $7\,000(1+x)^3=8\,470$

7. 如图, 某汽车车门的底边长为 1 m, 车门侧开后的最大角度为 72° . 若将一扇车门侧开, 则这扇车门底边扫过区域的最大面积是

- A. $\frac{\pi}{10} \text{ m}^2$ B. $\frac{\pi}{5} \text{ m}^2$ C. $\frac{2\pi}{5} \text{ m}^2$ D. $\frac{4\pi}{5} \text{ m}^2$



第 7 题图



第 8 题图

8. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆, 与 AB, BC, AC 分别相切于点 D, E, F . 若 $\odot O$ 的半径为 2, $AB=6, AC=8, BC=12$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为

- A. $12\sqrt{3}$ B. 24 C. 26 D. 52



二、填空题(每题 2 分, 共 16 分)

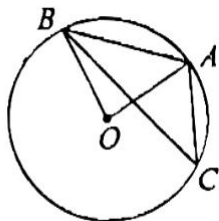
9. 把抛物线 $y=2x^2$ 向下平移 3 个单位长度, 所得到的抛物线的解析式为_____.
10. 若一元二次方程 $x^2+6x-1=0$ 经过配方, 变形为 $(x+3)^2=n$ 的形式, 则 n 的值为_____.
11. 为了解某品种小麦的发芽率, 某农业合作小组在相同条件下对该小麦做发芽试验, 试验数据如下表:

种子个数 n	5	50	100	200	500	1 000	2 000	3 000
发芽种子个数 m	4	44	92	189	476	951	1 898	2 851
发芽种子频率 $\frac{m}{n}$	0.800	0.880	0.920	0.945	0.952	0.951	0.949	0.950

- (1) 估计该品种小麦在相同条件下发芽的概率为_____ (结果保留两位小数);
- (2) 若在相同条件下播种该品种小麦 10 000 个, 则约有_____个能发芽.
12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 A 的坐标为 $(1, 2)$, 点 B 与点 A 关于原点对称, 则点 B 的坐标为_____.

13. 已知二次函数 $y = -x^2 + 8x + 3$, 当 $x > m$ 时, y 随 x 的增大而减小, 则 m 的值可以是 _____ (写出一个即可).

14. 如图, A, B, C 是 $\odot O$ 上的三个点, 若 $\angle ACB = 40^\circ$, 则 $\angle OBA$ 的大小是 _____ $^\circ$.



15. 如图 1, 一名男生推铅球, 铅球的运动路线近似是抛物线的一部分. 铅球出手位置的高度为 $\frac{5}{3}$ m, 当铅球行进的水平距离为 4 m 时, 高度达到最大值 3 m. 铅球的行进高度 y (单位: m) 与水平距离 x (单位: m) 之间的关系满足二次函数. 若以最高点为原点, 过原点的水平直线为 x 轴, 建立如图 2 所示的平面直角坐标系 xOy , 该二次函数的解析式为 $y = -\frac{1}{12}x^2$. 若以过出手点且与地面垂直的直线为 y 轴, y 轴与地面的交点为原点, 建立如图 3 所示的平面直角坐标系 xOy , 则该二次函数的解析式为 _____.

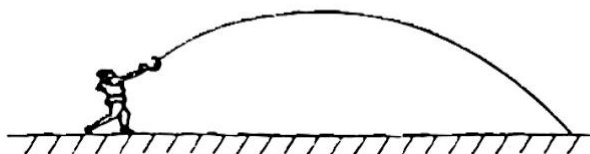


图 1

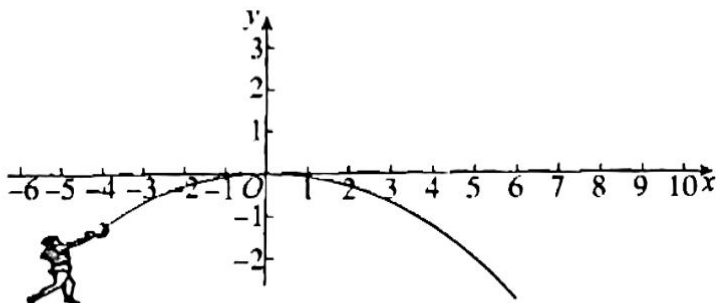


图 2

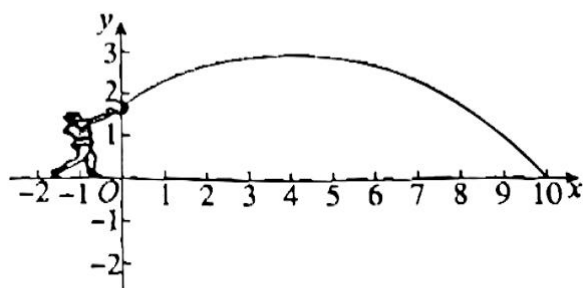


图 3

16. 某单位承担了一项施工任务, 完成该任务共需 A, B, C, D, E, F, G 七道工序. 施工要求如下:

- ①先完成工序 A, B, C , 再完成工序 D, E, F , 最后完成工序 G ;
- ②完成工序 A 后方可进行工序 B , 工序 C 可与工序 A, B 同时进行;
- ③完成工序 D 后方可进行工序 E , 工序 F 可与工序 D, E 同时进行;
- ④完成各道工序所需时间如下表所示:

工序	A	B	C	D	E	F	G
所需时间/天	11	15	28	17	16	31	25

(1)在不考虑其它因素的前提下,该施工任务最少_____天完成;

(2)现因情况有变,需将工期缩短到 80 天.工序 A,C,D 每缩短 1 天需增加的投入分别为 5 万元,4 万元,6 万元,其余工序所需时间不可缩短,则所增加的投入最少是_____万元.

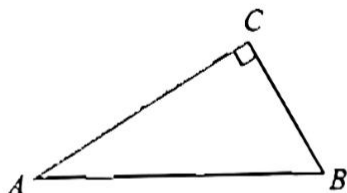
三、解答题(共 68 分,17-21 题,每题 5 分,22 题 6 分,23 题 5 分,24-26 题,每题 6 分,27-28 题,每题 7 分)

17. 解方程: $3x(x+1)=2(x+1)$.



18. 如图,在 $Rt\triangle ACB$ 中, $\angle C=90^\circ$.

求作: $\odot O$,使得 $\triangle ACB$ 的三个顶点都在 $\odot O$ 上.



作法:

①作边 AB 的垂直平分线,交 AB 于点 O ;

②以点 O 为圆心, OA 长为半径作圆.

则 $\odot O$ 为所求作的圆.

(1)利用直尺和圆规,补全图形(保留作图痕迹):

(2)完成下面的证明.

证明:连接 OC .

由作图可知, $OB=OA=\frac{1}{2}AB$.

\therefore 点 B 在 $\odot O$ 上.

在 $Rt\triangle ACB$ 中, $\angle ACB=90^\circ$,

$\therefore OC=\frac{1}{2}$ _____ (_____)(填推理依据).

$\therefore OC=OA$.

\therefore 点 C 在 $\odot O$ 上.

$\therefore \triangle ACB$ 的三个顶点都在 $\odot O$ 上.

19. 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象过点 $A(3,3)$.

(1) 求该二次函数的解析式;

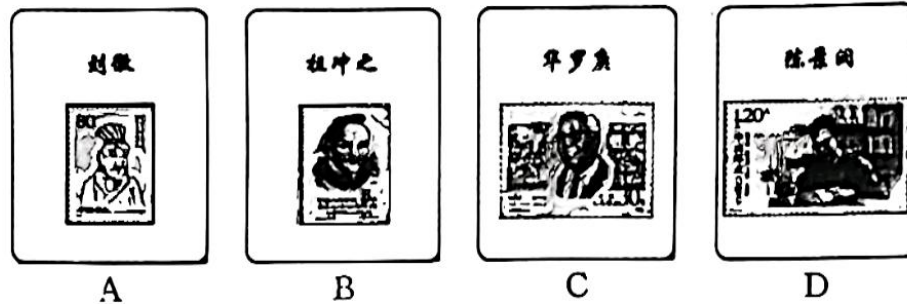
(2) 用描点法画出该二次函数的图象;

(3) 当 $0 < x < 3$ 时, 对于 x 的每一个值, 都有 $kx > x^2 + bx$, 直接写出 k 的取值范围.

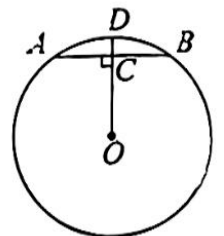
20. 某班开展“讲数学家故事”的活动. 下面是印有四位中国数学家纪念邮票图案的卡片 A, B, C, D, 卡片除图案外其它均相同. 将四张卡片背面朝上, 洗匀后放在桌面上, 小明同学从中随机抽取两张, 讲述卡片上数学家的故事.

(1) 请写出小明抽到的两张卡片所有可能出现的结果;

(2) 求小明抽到的两张卡片中恰好有数学家华罗庚邮票图案的概率.



21. 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, 半径 $OD \perp AB$ 于点 C . 若 $AB=16$, $CD=2$, 求 $\odot O$ 的半径的长.

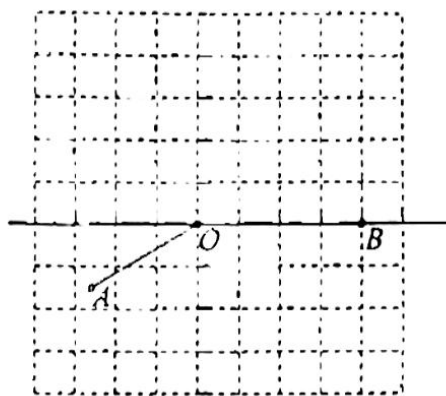


22. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m+1)x + m^2 - 2 = 0$.

- (1) 当该方程有两个不相等的实数根时, 求 m 的取值范围;
- (2) 当该方程的两个实数根互为相反数时, 求 m 的值.

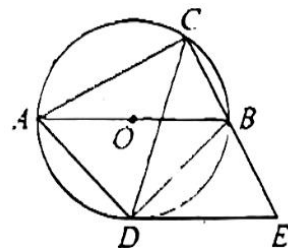
23. 如图, 在边长均为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中, O, B 为格点(每个小正方形的顶点叫做格点), $OA = 3, OB = 4$, 且 $\angle AOB = 150^\circ$. 线段 OA 关于直线 OB 对称的线段为 OA' , 将线段 OB 绕点 O 逆时针旋转 45° 得到线段 OB' .

- (1) 画出线段 OA', OB' ;
- (2) 将线段 OB 绕点 O 逆时针旋转 α ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$) 得到线段 OC' , 连接 $A'C'$. 若 $A'C' = 5$, 求 $\angle B'OC'$ 的度数.



24. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, $\angle ACB$ 的平分线 CD 交 $\odot O$ 于点 D , 过点 D 作 $DE \parallel AB$, 交 CB 的延长线于点 E .

- (1) 求证: 直线 DE 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $\angle BAC = 30^\circ, BC = 2\sqrt{2}$, 求 CD 的长.



25. 食用果蔬前,适当浸泡可降低农药的残留.某小组针对同种果蔬研究了不同浸泡方式对某种农药去除率的影响.

方式一:采用清水浸泡.

记浸泡时间为 t 分钟,农药的去除率为 $y_1\%$,部分实验数据记录如下:

t (分)	5	8	10	12	15	20
y_1 (%)	30	50	57	52	37	33

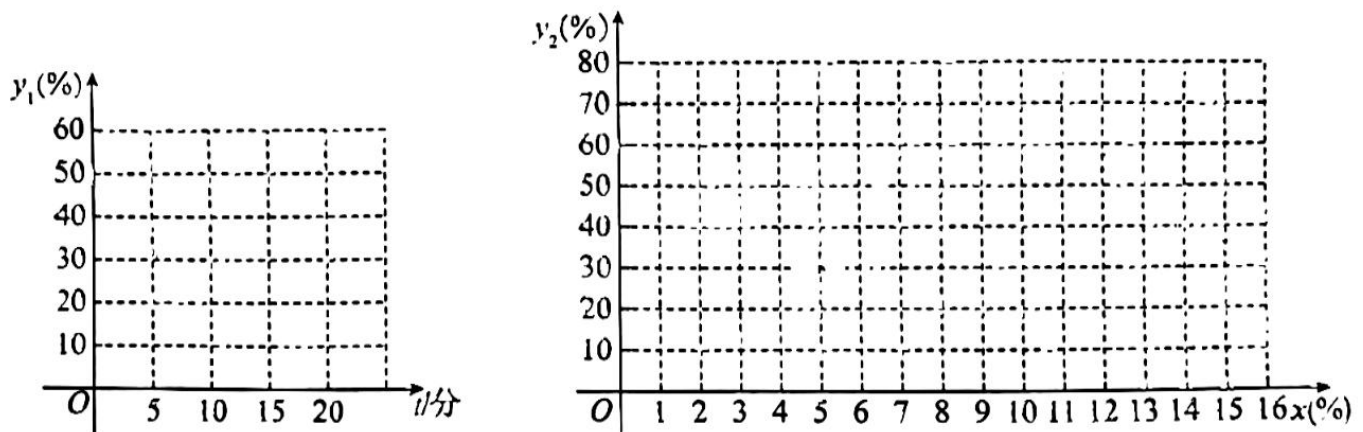
方式二:采用不同浓度的食用碱溶液浸泡相同时间.

记食用碱溶液的浓度为 $x\%$,农药的去除率为 $y_2\%$,部分实验数据记录如下:

x (%)	2	5	7	10	12	15
y_2 (%)	43	52	57	76	57	25

结合实验数据和结果,解决下列问题:

- (1)通过分析以上实验数据,发现可以用函数刻画方式一中农药的去除率 y_1 (%)与浸泡时间 t (分)之间的关系,方式二中农药的去除率 y_2 (%)与食用碱溶液的浓度 x (%)之间的关系,请分别在下面的平面直角坐标系中画出这两个函数的图象:



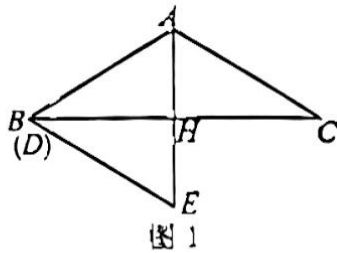
- (2)利用方式一的函数关系可以推断,降低该种农药残留的最佳浸泡时间约为 _____ 分钟;
- (3)利用方式一和方式二的函数关系可以推断,用食用碱溶液浸泡含该种农药的这种果蔬时,要想不低于清水浸泡的最大去除率,食用碱溶液的浓度 $x\%$ 中, x 的取值范围可以是 _____.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中,点 $(2, c)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 上,设该抛物线的对称轴为直线 $x = t$.

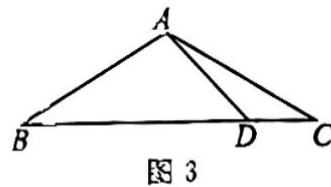
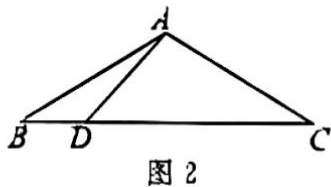
- (1)求 t 的值;
- (2)已知 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 是该抛物线上的任意两点,对于 $m < x_1 < m + 1, m + 1 < x_2 < m + 2$, 都有 $y_1 < y_2$, 求 m 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=120^\circ$, D 为 BC 上一点, 连接 DA , 将线段 DA 绕点 D 顺时针旋转 60° 得到线段 DE .

(1) 如图1, 当点 D 与点 B 重合时, 连接 AE , 交 BC 于点 H , 求证: $AE \perp BC$;



(2) 当 $BD \neq CD$ 时(图2中 $BD < CD$, 图3中 $BD > CD$), F 为线段 AC 的中点, 连接 EF . 在图2, 图3中任选一种情况, 完成下列问题:



- ① 依题意, 补全图形;
- ② 猜想 $\angle AFE$ 的大小, 并证明.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 P 和直线 l_1, l_2 . 点 P 关于直线 l_1, l_2 “和距离”的定义如下: 若点 P 到直线 l_1, l_2 的距离分别为 d_1, d_2 , 则称 $d_1 + d_2$ 为点 P 关于直线 l_1, l_2 的“和距离”, 记为 d . 特别地, 当点 P 在直线 l_1 上时, $d_1 = 0$; 当点 P 在直线 l_2 上时, $d_2 = 0$.

- (1) 在点 $P_1(3, 0), P_2(-1, 2), P_3(4, -1)$ 中, 关于 x 轴和 y 轴的“和距离”为3的点是_____;
- (2) 若 P 是直线 $y = -x + 3$ 上的动点, 则点 P 关于 x 轴和 y 轴的“和距离” d 的最小值为_____;
- (3) 已知点 $A(0, 3)$, $\odot A$ 的半径为1. 若 P 是 $\odot A$ 上的动点, 直接写出点 P 关于 x 轴和直线 $y = \sqrt{3}x + 6$ 的“和距离” d 的取值范围.

