

# 西城实验分班考试试题



## 一、 填空题 (每题 5 分)

1、计算： $1/3+3/4+2/5+5/7+7/8+9/20+10/21+11/24+19/35=$ \_\_\_\_\_

2、小鹏同学在一个正方体盒子的每一个面上都写上一个字，分别是：我、喜、欢、数、学、课，正方体的平面展开图如右图所示，那么在该正方体盒子中，和“我”相对的面所写的字是\_\_\_\_\_

我

喜欢数

学课

3、1 至 2008 这 2008 个自然数中，恰好是 3、5、7 中两个数的倍数的数共有\_\_\_\_\_个。

4、一项机械加工作业，用 4 台 A 型机床，5 天可以完成；用 4 台 A 型机床和 2 台 B 型机床 3 天可以完成；用 3 台 B 型机床和 9 台 C 型机床，2 天可以完成，若 3 种机床各取一台工作 5 天后，剩下 A、C 型机床继续工作，还需要\_\_\_\_\_天可以完成作业。

## 二、 填空题 (每题 6 分)

5、2008 年 1 月，我国南方普降大雪，受灾严重。李先生拿出积蓄捐给两个受灾严重的地区，随着事态的发展，李先生决定追加捐赠资金。如果两地捐赠资金分别增加 10%和 5%，则总捐资额增加 8%；如果两地捐赠资金分别增加 15%和 10%，则总捐资额增加 13 万元。李先生第一次捐赠了\_\_\_\_\_万元。

6、有 5 个连续自然数，它们的和为一个平方数，中间三数的和为立方数，则这

五个数中最小数的最小值为\_\_\_\_\_.

7、从  $1, 2, 3, \dots, n$  中, 任取 57 个数, 使这 57 个数必有两个数的差为 13, 则  $n$  的最大值为\_\_\_\_\_.

8、如图边长为 10cm 的正方形, 则阴影表示的四边形面积为\_\_\_\_\_平方厘米。

( 图片丢失, 此题跳过 )

9、新年联欢会上, 共有 90 人参加了跳舞、合唱、演奏三种节目的演出。如果只参加跳舞的人数三倍于只参加合唱的人数 ; 同时参加三种节目的人比只参加合唱的人少 7 人 ; 只参加演奏的比同时参加演奏、跳舞但没有参加合唱的人多 4 人 ; 50 人没有参加演奏 ; 10 人同时参加了跳舞和合唱但没有参加演奏 ; 40 人参加了合唱 ; 那么, 同时参加了演奏、合唱但没有参加跳舞的有\_\_\_\_\_人。

### 三、 填空题 ( 每题 6 分 )

10、皮皮以每小时 3 千米的速度登山, 走到途中 A 点会, 他将速度降为每小时 2 千米。在接下来的 1 小时中, 他走到山顶, 又立即下山, 并走到 A 点上方 200 米的地方。如果他下山的速度是每小时 4 千米, 下山比上山少用了 42 分钟。那么, 他往返共走了\_\_\_\_\_千米。

11、在一个  $3 \times 3$  的方格表中填有  $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$  九个数，每格中只填一个数，现将每行中放有最大数的格子染成红色，最小数的格子染成绿色。设  $M$  是红格中的最小数， $m$  是绿格中的最大数，则  $M-m$  可以取到\_\_\_\_个不同的值。

12、在  $1, 2, 3, \dots, 7, 8$  的任意排列中，使得相邻两数互质的排列方式共有\_\_\_\_种。

13、如果自然数  $a$  的各位数字之和等于  $10$ ，则  $a$  称为“和谐数”。将所有的“和谐数”从小到大排成一列，则  $2008$  排在第\_\_\_\_个。

14、由  $0, 0, 1, 2, 3$  五个数码可以组成许多不同的五位数，所有这些五位数的平均数为\_\_\_\_\_

#### 四、 填空题 ( 每题 10 分 )

15、一场数学游戏在小聪和小明间展开 : 黑板上写着自然数  $2, 3, 4, \dots, 2007, 2008$  , 一名裁判现在随意擦去其中的一个数 , 然后由小聪和小明轮流擦去其中的一个数 ( 即小明先擦去一个数 , 小聪再擦去一个数 , 如此下去 ) , 若到最后剩下的两个数互质 , 则判小聪胜 ; 否则判小明胜。问 : 小聪和小明谁有必胜策略 ? 说明理由。

16、将一张正方形纸片，横着剪 4 刀，竖着剪 6 刀，裁成尽可能大的形状大小一样的 35 张长方形纸片。再把这样的一张长方形纸片裁成尽可能大的面积相等的小正方形纸片。如果小正方形边长为 2 厘米，那么长方形纸片的面积应为多少平方厘米？说明理由。



# 西城实验分班考试试题答案

1、分析：原式 =  $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{5}{7} + \frac{7}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{5}\right)$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{5}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{7}{8} + \frac{1}{8}$$
$$= 5$$

2、分析：学

3、分析：1 到 2008 这 2008 个自然数中，3 和 5 的倍数有  $\left[\frac{2008}{15}\right] = 133$  个，3

和 7 的倍数有  $\left[\frac{2008}{21}\right] = 95$  个，5 和 7 的倍数有  $\left[\frac{2008}{35}\right] = 57$  个，3、5 和 7 的倍

数有  $\left[\frac{2008}{105}\right] = 19$  个，所以，恰好是 3、5、7 中两个数的倍数共有

$$133 - 19 + 95 - 19 + 57 - 19 = 228 \text{ 个.}$$

4、分析：设 A 型机床每天能完成  $x$ ，B 型机床每天完成  $y$ ，C 型机床每天完成  $z$ ，

则根据题目条件有以下等式：

$$\begin{cases} 20x = 1 \\ 3(4x + 2y) = 1 \\ 2(3y + 9z) = 1 \end{cases}$$

则  $\begin{cases} x = \frac{1}{20} \\ y = \frac{1}{15} \\ z = \frac{1}{30} \end{cases}$ ，若 3 种机床各取一台工作 5 天后完成  $3 \times \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{15} + \frac{1}{30}\right) = \frac{3}{4}$ ，剩下 A、

C 型机床继续工作，还需要  $\frac{1}{4} \div \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{30}\right) = 3$  天。

5、分析：两地捐赠资金分别增加 10% 和 5%，则总捐资额增加 8%，如果再在

这个基础上两地增加第一次捐资的 5%，那么两地捐赠资金分别增加到 15% 和

10%，总量增加到  $8\%+5\%=13\%$ ，所以第一次李先生捐资  $13 \div 13\%=100$  万。

6、分析：设中间数是  $x$ ，则它们的和为  $5x$ ，中间三数的和为  $3x$ 。

$5x$  是平方数，设  $5x=5^2 \times a^2$ ，则  $x=5a^2$ 。

$3x=15a^2$ ，是立方数，所以  $a^2$  至少含有 3 和 5 的质因数各 2 个，这五个数中最小数的最小值为  $a^2$  至少是 225，中间的数至少是 1125。最小数的最小值为 1123。

7、分析：被 13 除的同余序列当中，如余 1 的同余序列，1、14、27、40、53、66……，中只要取到两个相邻的，这两个数的差为 13。如果没有两个相邻的数，则没有两个数的差为 13，不同的同余序列当中不可能有两个数的差为 13，对于

任意一条长度为  $x$  的序列，都最多能取  $x - \left[ \frac{x}{2} \right]$  个数，即从第 1 个数起隔 1 个取 1 个

基于以上， $n$  个数分成 13 个序列，每条序列的长度为  $\left[ \frac{n}{13} \right]$  或  $\left[ \frac{n}{13} \right] + 1$ ，两个长

度差为 1 的序列，能够被取得的数的个数也不会超过 1，所以能使 57 个数任意两个数都不等于 13，则这 57 个数被分配在 13 条序列中，当  $n$  取最小值时在每条序列被分配的数的个数差不会超过 1，那么 13 个序列有 8 个分配了 4 个数，5 个分配了 5 个数，这 13 个序列 8 个长度为 8，5 个长度为 9，那么  $n=8 \times 8 + 9 \times 5=109$ ，所以要使 57 个数必有两个数的差为 13，那么  $n$  的最大值为 108。

9、用韦恩图可以清晰的呈现各个集合之间的数量关系：

设参加只参加合唱的有  $x$  人，那么只参加跳舞的人数为  $3x$ ，由 50 人没有参加演奏；10 人同时参加了跳舞和合唱但没有参加演奏，得到只参加合唱的和只参加跳舞的人数和为  $50-10=40$ ，所以只参加合唱的有 10 人，那么只参加跳舞的人数为 30 人，又由“同时参加三种节目的人比只参加合唱的人少 7 人”，得到同时

参加三项的有 3 人，所以参加了合唱的人中“同时参加了演奏、合唱但没有参加跳舞的有”  $40-10-10-3=17$  人。

10、分析：首先关注“在接下来的 1 小时中”，这一小时中，下山比上山少 200 米，设上山时间为  $x$ ，下山为  $1-x$

则有方程： $2x-4(1-x)=0.2$ ，解的  $x=0.7$  小时，即 42 分钟，这 42 分钟，行程 1.4 公里，又结合“下山比上山少用了 42 分钟”，得到以每小时 4 千米的速度下山的时间和以每小时 3 千米的速度登山时间相等，所以下山距离与 A 点以下路程之比为 3 : 4，所以 A 点以上距离是下山距离的  $\frac{1}{4}$ ，所以往返一共走了  $1.4 \div \frac{1}{4} \times 2 = 11.2$  千米。

11、分析：考虑正负可以取到 -4、-3、-2、-1、1、2、3、4。

12、分析：这 8 个数之间如果有公因子，那么无非是 2 或 3。

8 个数中的 4 个偶数一定不能相邻，对于这类多个元素不相邻的排列问题，考虑使用“插入法”，即首先忽略偶数的存在，对奇数进行排列，然后将偶数插入，但在偶数插入时，还要考虑 3 和 6 相邻的情况。

奇数的排列一共有  $4! = 24$  种，对任意一种排列 4 个数形成 5 个空位，将 6 插入，可以有符合条件的 3 个位置可以插，再在剩下的四个位置中插入 2、4、8，一共有  $4 \times 3 \times 2 = 24$  种，一共有  $24 \times 3 \times 24 = 1728$  种。

13、分析：一位数的和谐数个数为 0，

二位数的和谐数有：19、28、.....91，共 9 个。

三位数的和谐数有：109、118、127、136、.....、190；

208、217、216、.....、280；

307、316、325、.....、370；

.....

901, 910

共有  $10+9+8+\dots+2=54$  个.

四位数, 且千位数是 1 的, 1009、1018、1027、.....、1090;

1108、1117、1126、.....、1180;

.....

1801、1810;

1900;

共  $10+9+8+7+\dots+1=55$  个.

2008 是第  $9+54+55+1=119$  个

14、分析: 以 1 为开头的 5 位数, 后 4 位数一共有  $4 \times 3 = 12$  种方法, 其中在每一位上, 2 和 3 各出现 3 次, 所以 1 为开头的 5 位数的和为  $10000 \times 12 + (2+3) \times 3333 = 136665$ , 同样的, 以 2 为开头的 5 位数的和为  $20000 \times 12 + (1+3) \times 3333 = 253332$ ,

以 3 为开头的 5 位数的和为  $30000 \times 12 + (2+1) \times 3333 = 369999$ , 它们的和为 759996, 平均数为 21111.

15、分析: 小明有, 只要小明一直取奇数, 直到将奇数擦光, 因为整个游戏当中, 小明要擦 2003 个数, 所以一定能将所有奇数擦光, 因为剩下的两个偶数一定不互质.

16、分析: 长方形纸片的长宽比为 7 : 5, 若将这样的纸片切割成尽可能大的正方形纸片, 则正方形纸片边长应该为长方形纸片长宽的公约数, 所以小正方形纸片的边长是长方形纸片宽的  $\frac{1}{5}$ , 所以长方形纸片宽 10 厘米, 大长方形纸片为 70

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

厘米.

所以大正方形纸片的面积为 4900 平方厘米.

