北京市西城区 2020 — 2021 学年度第一学期期末试卷

八年级数学

2021.1

考生须知	
	1. 本试卷共 6 页，共三道大题，26 道小题。满分 100 分。考试时间 100 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和学号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束时，将本试卷、答题卡一并交回。

密 封 线 内 不 要 答 题

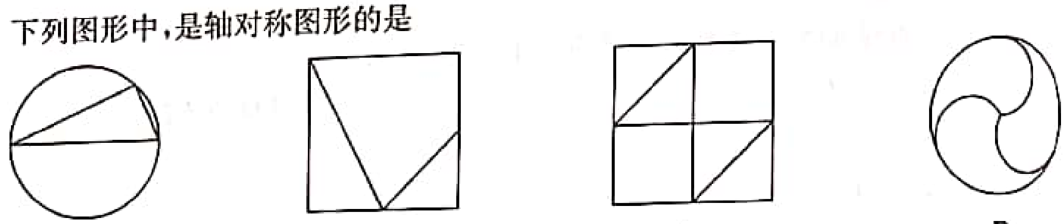
一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

第 1～10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 3^{-2} 的计算结果为

A. 6　　B. $\frac{1}{9}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. 9

2. 下列图形中，是轴对称图形的是

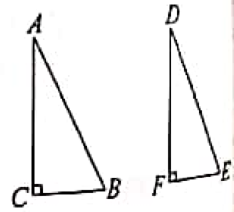


A　　B　　C　　D

3. 下列运算中正确的是

A. $a^2+a=a^3$　　B. $a^5\cdot a^2=a^{10}$　　C. $(a^2)^3=a^8$　　D. $(ab^2)^2=a^2b^4$

4. 如图，在△ABC 和△DEF 中，$\angle C=\angle F=90°$，添加下列条件，不能判定这两个三角形全等的是



A. $\angle A=\angle D$，$\angle B=\angle E$　　B. $AC=DF$，$AB=DE$

C. $\angle A=\angle D$，$AB=DE$　　D. $AC=DF$，$CB=FE$

5. 化简分式 $\frac{xy+x}{x^2}$ 的结果是

A. $\frac{y}{x}$　　B. $\frac{y+1}{x}$　　C. $y+1$　　D. $\frac{y+x}{x}$

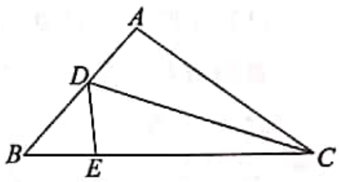
6. 如果 $m^2+m=5$，那么代数式 $m(m-2)+(m+2)^2$ 的值为

A. 14　　B. 9　　C. -1　　D. -6

7. 已知一次函数 $y=kx-6$，且 y 随 x 的增大而减小. 下列四个点中，可能是该一次函数图象与 x 轴交点的是

A. (0，0)　　B. (2，0)　　C. (−2，0)　　D. (6，0)

8. 如图，在$\triangle ABC$中，点D，E分别在边AB，BC上，点A与点E关于直线CD对称．若$AB=7$，$AC=9$，$BC=12$，则$\triangle DBE$的周长为



A. 9　　　　B. 10

C. 11　　　　D. 12

9. 在学校组织的秋季登山活动中，某班分成甲、乙两个小组同时开始攀登一座450 m高的山．乙组的攀登速度是甲组的1.2倍，乙组到达顶峰所用时间比甲组少15 min．如果设甲组的攀登速度为x m/min，那么下面所列方程中正确的是

A. $\frac{450}{x}=\frac{450}{x+15}+1.2$　　　　B. $\frac{450}{1.2x}=\frac{450}{x}-15$

C. $\frac{450}{x}=1.2\times\frac{450}{x+15}$　　　　D. $\frac{450}{1.2x}=\frac{450}{x}+15$

10. 如图1，四边形$ABCD$是轴对称图形，对角线AC，BD所在直线都是其对称轴，且AC，BD相交于点E．动点P从四边形$ABCD$的某个顶点出发，沿图1中的线段匀速运动．设点P运动的时间为x，线段EP的长为y，图2是y与x的函数关系的大致图象，则点P的运动路径可能是

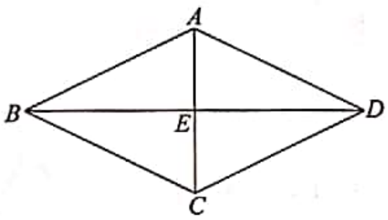


图1

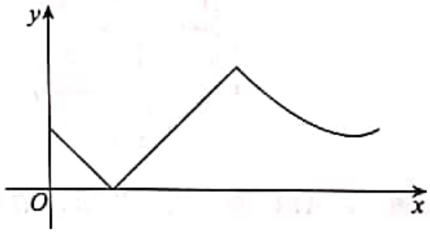


图2

A. $C\to B\to A\to E$　　　　B. $C\to D\to E\to A$

C. $A\to E\to C\to B$　　　　D. $A\to E\to D\to C$

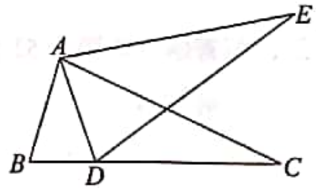
二、填空题（本题共18分，第15，17题每小题3分，其余每小题2分）

11. 若分式$\frac{1}{x-4}$有意义，则x的取值范围是__________．

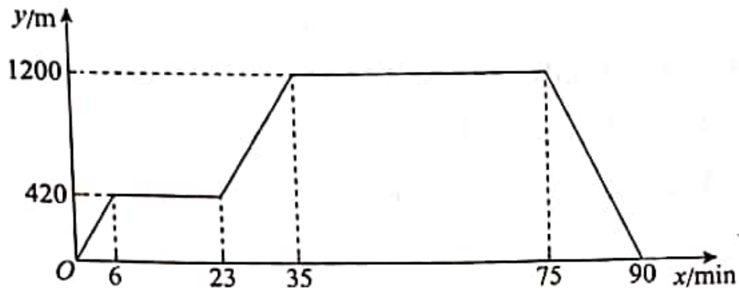
12. 点$A(1,-3)$关于x轴对称的点的坐标为__________．

13. 计算：$10a^2b^3\div(-5ab^3)=$__________．

14. 如图，$\triangle ABC\cong\triangle ADE$，点$D$在边$BC$上，$\angle EAC=36°$，则$\angle B=$__________°．



15. 已知小腾家、食堂、图书馆在同一条直线上．小腾从家去食堂吃早餐，接着去图书馆查阅资料，然后回家．下面的图象反映了这个过程中小腾离家的距离 y(单位：m)与时间 x(单位：min)之间的对应关系．根据图象可知，小腾从食堂到图书馆所用时间为______ min；请你根据图象再写出一个结论：____________．



16. 如图 1，先将边长为 a 的大正方形纸片 $ABCD$ 剪去一个边长为 b 的小正方形 $EBGF$，然后沿直线 EF 将纸片剪开，再将所得的两个长方形按如图 2 所示的方式拼接（无缝隙，无重叠），得到一个大的长方形 $AEGC$．根据图 1 和图 2 的面积关系写出一个等式：__________．（用含 a，b 的式子表示）

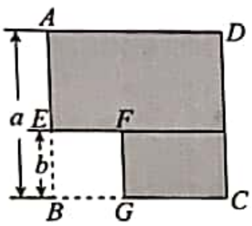
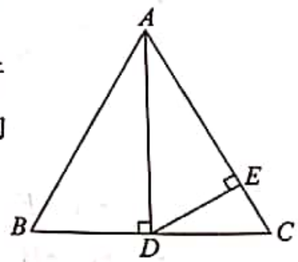


图 1

图 2

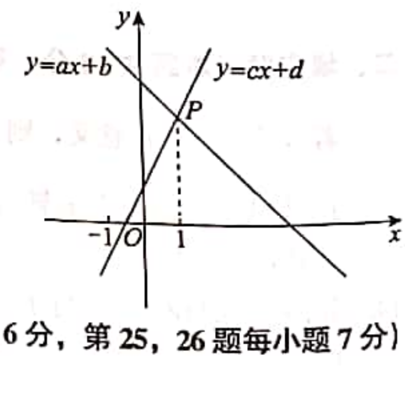
17. 如图，$\triangle ABC$ 是等边三角形，$AD\perp BC$ 于点 D，$DE\perp AC$ 于点 E．若 $AD=12$，则 $DE=$______；$\triangle EDC$ 与 $\triangle ABC$ 的面积关系是：$\dfrac{S_{\triangle EDC}}{S_{\triangle ABC}}=$______．



18. 如图，一次函数 $y=ax+b$ 与 $y=cx+d$ 的图象交于点 P．下列结论中，所有正确结论的序号是______．

① $b<0$；② $ac<0$；③ 当 $x>1$ 时，$ax+b>cx+d$；

④ $a+b=c+d$；⑤ $c>d$．



三、解答题（本题共 52 分，第 19 题 8 分，第 20~24 题每小题 6 分，第 25，26 题每小题 7 分）

19. 分解因式：

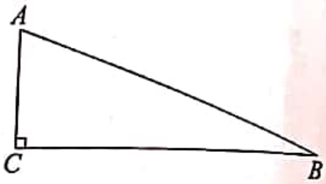
（1）x^3-25x；　　（2）$m(a-3)+2(3-a)$．

20. 计算：$\dfrac{1}{a-1}+\dfrac{a-3}{a^2+2a+1}\div\dfrac{a-1}{a+1}$.

21. 小红发现，任意一个直角三角形都可以分割成两个等腰三角形.

已知：在△ABC 中，$\angle ACB=90°$.

求作：直线 CD，使得直线 CD 将△ABC 分割成两个等腰三角形.



下面是小红设计的尺规作图过程.

作法：如图，

① 作直角边 CB 的垂直平分线 MN，与斜边 AB 相交于点 D；

② 作直线 CD.

所以直线 CD 就是所求作的直线.

根据小红设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：∵直线 MN 是线段 CB 的垂直平分线，点 D 在直线 MN 上，

∴$DC=DB$.（____________________）（填推理的依据）

∴∠__________=∠__________.

∵$\angle ACB=90°$，

∴$\angle ACD=90°-\angle DCB$，

$\angle A=90°-$∠__________.

∴$\angle ACD=\angle A$.

∴$DC=DA$.（____________________）（填推理的依据）

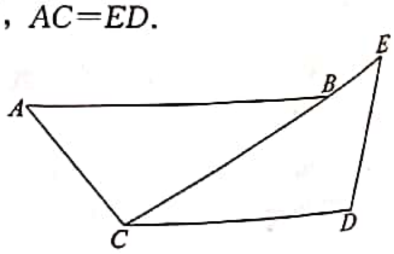
∴△DCB 和△DCA 都是等腰三角形.

22. 解方程：$\dfrac{x}{x-3}+\dfrac{x+8}{x(x-3)}=1$.

23. 如图，$AB/\!/CD$，点 E 在 CB 的延长线上，$\angle A=\angle E$，$AC=ED$.

（1）求证：$BC=CD$；

（2）连接 BD，求证：$\angle ABD=\angle EBD$.

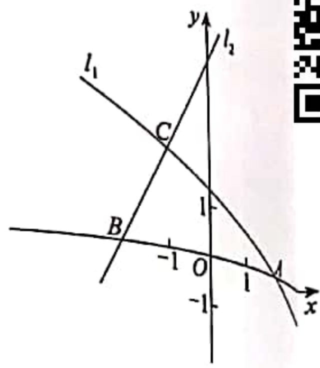


24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l_1：$y=-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$ 与 x 轴交于点 A，直线 l_2：$y=2x+b$ 与 x 轴交于点 B，且与直线 l_1 交于点 $C(-1,m)$.

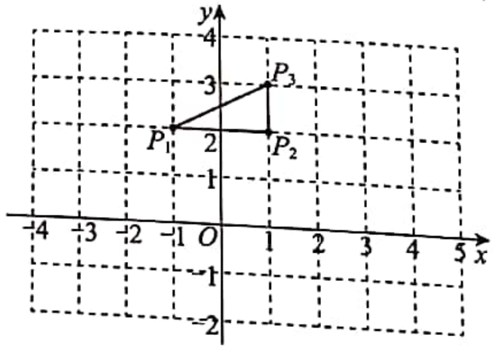
(1) 求 m 和 b 的值；

(2) 求△ABC 的面积；

(3) 若将直线 l_2 向下平移 t（$t>0$）个单位长度后，所得到的直线与直线 l_1 的交点在第一象限，直接写出 t 的取值范围.



25. 给出如下定义：在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $P_1(a,b)$，$P_2(c,b)$，$P_3(c,d)$，这三个点中任意两点间的距离的最小值称为点 P_1，P_2，P_3 的“最佳间距”．例如：如图，点 $P_1(-1,2)$，$P_2(1,2)$，$P_3(1,3)$ 的“最佳间距”是1.



(1) 点 $Q_1(2,1)$，$Q_2(4,1)$，$Q_3(4,4)$ 的“最佳间距”是_______；

(2) 已知点 $O(0,0)$，$A(-3,0)$，$B(-3,y)$.

① 若点 O，A，B 的“最佳间距”是1，则 y 的值为_______；

② 点 O，A，B 的“最佳间距”的最大值为_______；

(3) 已知直线 l 与坐标轴分别交于点 $C(0,3)$ 和 $D(4,0)$，点 $P(m,n)$ 是线段CD上的一个动点．当点 $O(0,0)$，$E(m,0)$，$P(m,n)$ 的“最佳间距”取到最大值时，求此时点 P 的坐标.

26. 课堂上，老师提出了这样一个问题：

如图 1，在$\triangle ABC$中，AD平分$\angle BAC$交BC于点D，且$AB+BD=AC$.

求证：$\angle ABC=2\angle ACB$.

小明的方法是：如图 2，在AC上截取AE，使$AE=AB$，连接DE，构造全等三角形来证明结论.

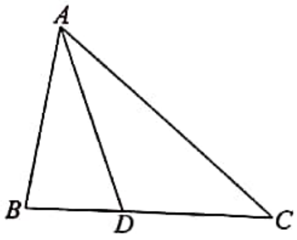


图 1

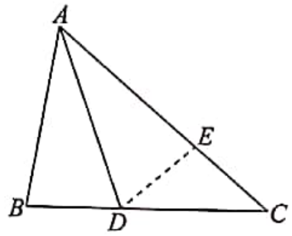


图 2

（1）小天提出，如果把小明的方法叫做“截长法”，那么还可以用“补短法”通过延长线段AB构造全等三角形进行证明. 辅助线的画法是：延长AB至F，使$BF=$________，连接DF.

请补全小天提出的辅助线的画法，并在图 1 中画出相应的辅助线；

（2）小芸通过探究，将老师所给的问题做了进一步的拓展，给同学们提出了如下的问题：

如图 3，点D在$\triangle ABC$的内部，AD，BD，CD分别平分$\angle BAC$，$\angle ABC$，$\angle ACB$，且$AB+BD=AC$. 求证：$\angle ABC=2\angle ACB$.

请你解答小芸提出的这个问题；

（3）小东将老师所给问题中的一个条件和结论进行交换，得到的命题如下：

如果在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=2\angle ACB$，点D在边BC上，$AB+BD=AC$，那么AD平分$\angle BAC$.

小东判断这个命题也是真命题，老师说小东的判断是正确的. 请你利用图 4 对这个命题进行证明.

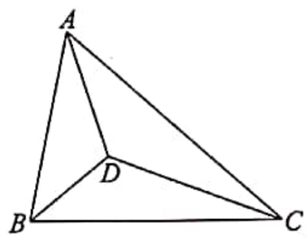


图 3

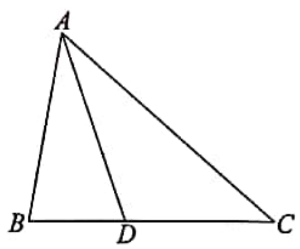


图 4

北京市西城区 2020—2021 学年度第一学期期末试卷

八年级数学附加题

2021.1

试卷满分：20 分

一、填空题（本题 6 分）

1. 我们可以将一些只含有一个字母且分子、分母的次数都为一次的分式变形，转化为整数与新的分式的和的形式，其中新的分式的分子中不含字母，如：

$$\frac{a+3}{a-1}=\frac{(a-1)+4}{a-1}=1+\frac{4}{a-1},\qquad \frac{2a-1}{a+1}=\frac{2(a+1)-3}{a+1}=2-\frac{3}{a+1}.$$

参考上面的方法，解决下列问题：

(1) 将 $\frac{a}{a+1}$ 变形为满足以上结果要求的形式：$\frac{a}{a+1}$ =________；

(2) ① 将 $\frac{3a+2}{a-1}$ 变形为满足以上结果要求的形式：$\frac{3a+2}{a-1}$ =________；

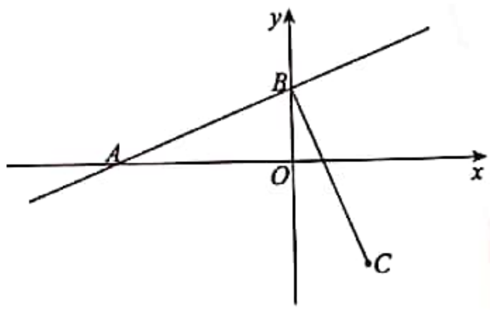
② 若 $\frac{3a+2}{a-1}$ 为正整数，且 a 也为正整数，则 a 的值为________.

二、解答题（本题共 14 分，第 2 题 6 分，第 3 题 8 分）

2. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=kx+3$ 与 x 轴的负半轴交于点 A，与 y 轴交于点 B. 点 C 在第四象限，$BC\perp BA$，且 $BC=BA$.

(1) 点 B 的坐标为________，点 C 的横坐标为________；

(2) 设 BC 与 x 轴交于点 D，连接 AC，过点 C 作 $CE\perp x$ 轴于点 E. 若射线 AO 平分 $\angle BAC$，用等式表示线段 AD 与 CE 的数量关系，并证明.



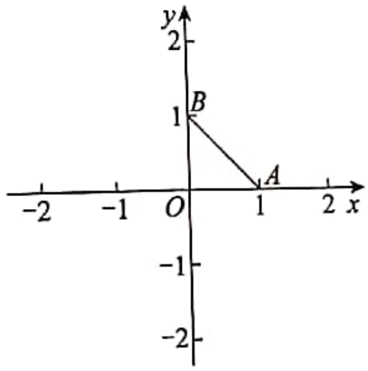
3. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于任意两点 $M(x_1, y_1)$，$N(x_2, y_2)$，定义如下：点 M 与点 N 的“直角距离”为 $|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$，记作 d_{MN}.

例如：点 $M(1, 5)$ 与 $N(7, 2)$ 的“直角距离” $d_{MN}=|1-7|+|5-2|=9$.

(1) 已知点 $P_1(-1, 0)$，$P_2(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$，$P_3(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$，$P_4(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$，则在这四个点中，与原点 O 的“直角距离”等于 1 的点是________；

(2) 如图，已知点 $A(1, 0)$，$B(0, 1)$，根据定义可知线段 AB 上的任意一点与原点 O 的“直角距离”都等于 1.

若点 P 与原点 O 的“直角距离” $d_{OP}=1$，请在图中将所有满足条件的点 P 组成的图形补全；



(3) 已知直线 $y=kx+2$，点 $C(t, 0)$ 是 x 轴上的一个动点.

① 当 $t=3$ 时，若直线 $y=kx+2$ 上存在点 D，满足 $d_{CD}=1$，求 k 的取值范围；

② 当 $k=-2$ 时，直线 $y=kx+2$ 与 x 轴，y 轴分别交于点 E，F. 若线段 EF 上任意一点 H 都满足 $1 \leqslant d_{CH} \leqslant 4$，直接写出 t 的取值范围.