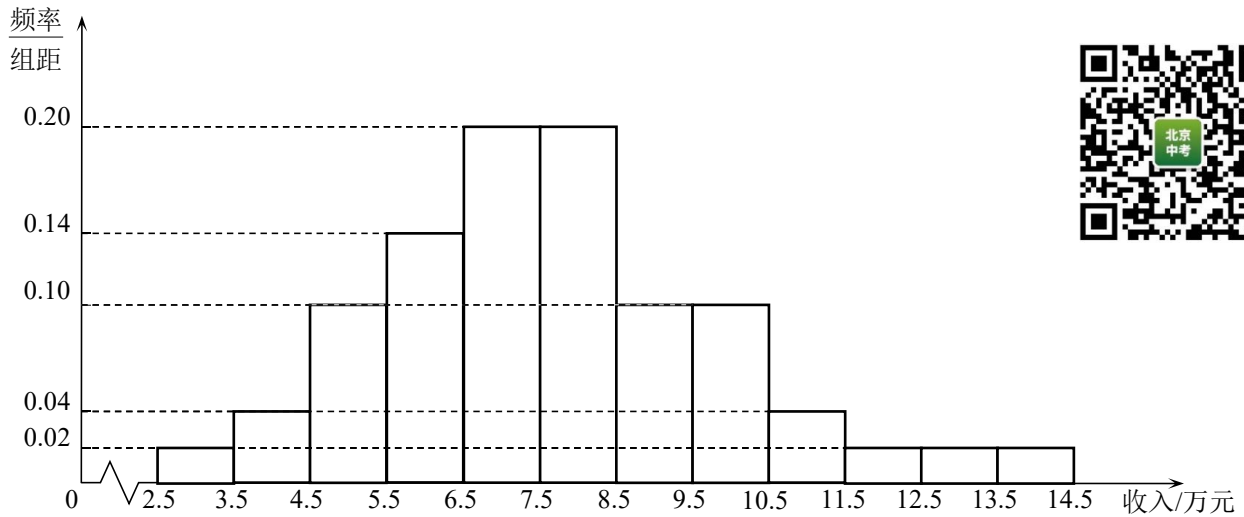
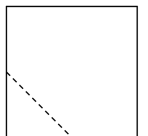


2021 年普通高等学校招生全国统一考试数学试题(甲卷·文科)

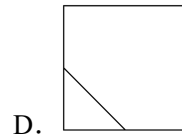
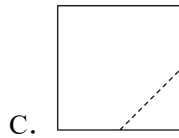
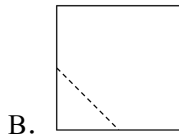
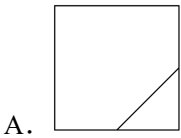
1. 设集合 $M=\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $N=\{x|2x > 7\}$, 则 $M \cap N=(\quad)$
 A. $\{7, 9\}$ B. $\{5, 7, 9\}$ C. $\{3, 5, 7, 9\}$ D. $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
2. 为了解某地农村经济情况, 对该地农户家庭年收入进行抽样调查, 将农户家庭年收入的调查数据整理得到如下频率分布直方图:



- 根据此频率分布直方图, 下面结论中不正确的是()
- A. 该地农户家庭年收入低于 4.5 万元的农户比率估计为 6%
 B. 该地农户家庭年收入不低于 10.5 万元的农户比率估计为 10%
 C. 估计该地农户家庭年收入的平均值不超过 6.5 万元
 D. 估计该地有一半以上的农户, 其家庭年收入介于 4.5 万元至 8.5 万元之间
3. 已知 $(1-i)^2 z = 3+2i$, 则 $z=(\quad)$
 A. $-1-\frac{3}{2}i$ B. $-1+\frac{3}{2}i$ C. $-\frac{3}{2}+i$ D. $-\frac{3}{2}-i$
4. 下列函数中是增函数的为()
 A. $f(x) = -x$ B. $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ C. $f(x) = x^2$ D. $f(x) = \sqrt[3]{x}$
5. 点 $(3, 0)$ 到双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的一条渐近线的距离为()
 A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{8}{5}$ C. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
6. 青少年视力是社会普遍关注的问题, 视力情况可借助视力表测量. 通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据, 五分记录法的数据 L 和小数记录法的数据 V 满足 $L = 5 + \lg V$. 已知某同学视力的五分记录法的数据为 4.9, 则其视力的小数记录法的数据约为 $(\sqrt[10]{10} \approx 1.259)$ ()
 A. 1.5 B. 1.2 C. 0.8 D. 0.6
7. 在一个正方体中, 过顶点 A 的三条棱的中点分别为 E, F, G . 该正方体截去三棱锥 $A-EFG$ 后, 所得多面体的三视图中, 正视图如右图所示, 则相应的侧视图是()



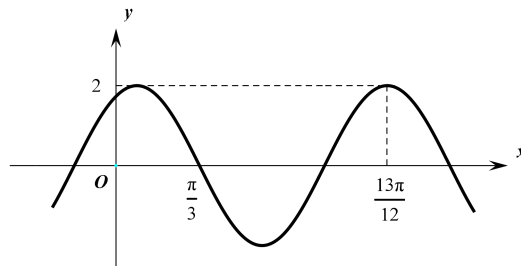
正视图



8. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $B=120^\circ$, $AC=\sqrt{19}$, $AB=2$, 则 $BC=(\quad)$
 A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{5}$ D. 3
9. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $S_2=4$, $S_4=6$, 则 $S_6=(\quad)$
 A. 7 B. 8 C. 9 D. 10
10. 将3个1和2个0随机排成一行, 则2个0不相邻的概率为 (\quad)
 A. 0.3 B. 0.5 C. 0.6 D. 0.8
11. 若 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\tan 2\alpha = \frac{\cos \alpha}{2 - \sin \alpha}$, 则 $\tan \alpha = (\quad)$
 A. $\frac{\sqrt{15}}{15}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$
12. 设 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数, 且 $f(1+x)=f-x$. 若 $f(-\frac{1}{3})=\frac{1}{3}$, 则 $f(\frac{5}{3})=(\quad)$
 A. $-\frac{5}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。

13. 若向量 \vec{a} , \vec{b} 满足 $|\vec{a}|=3$, $|\vec{a}-\vec{b}|=5$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$, 则 $|\vec{b}|=$ _____.
14. 已知一个圆锥的底面半径为6, 其体积为 30π , 则该圆锥的侧面积为_____.
15. 已知函数 $f(x)=2\cos(\omega x+\varphi)$ 的部分图像如图所示, 则 $f(\frac{\pi}{2})=$ _____.



16. 已知 F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 两个焦点, P, Q 为 C 上关于坐标原点对称的两点, 且 $|PQ|=|F_1F_2|$, 则四边形 PF_1QF_2 的面积为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。

第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分。

17. 甲、乙两台机床生产同种产品，产品按质量分为一级品和二级品，为了比较两台机床产品的质量，分别用两台机床各生产了 200 件产品，产品的质量情况统计如下表：

	一级品	二级品	合计
甲机床	150	50	200
乙机床	120	80	200
合计	270	130	400

(1)甲机床、乙机床生产的产品中一级品的频率分别是多少？

(2)能否有 99%的把握认为甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异？

$$\text{附： } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

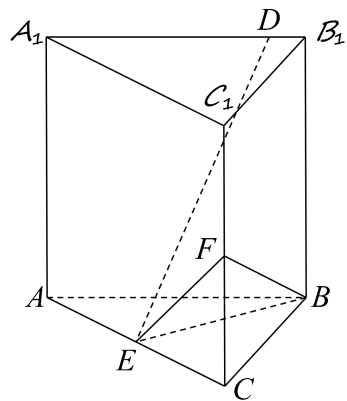
18. 记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $a_n > 0$ ， $a_2 = 3a_1$ ，且数列 $\{\sqrt{S_n}\}$ 是等差数列。证明： $\{a_n\}$ 是等差数列。



19. 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧面 AA_1B_1B 为正方形. $AB = BC = 2$, E, F 分别为 AC 和 CC_1 的中点, $BF \perp A_1B_1$.

(1) 求三棱锥 $F - EBC$ 的体积;

(2) 已知 D 为棱 A_1B_1 上的点, 证明: $BF \perp DE$.



20. 设函数 $f(x) = a^2x^2 + ax - 3\ln x + 1$, 其中 $a > 0$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $y = f(x)$ 的图像与 x 轴没有公共点, 求 a 的取值范围.

21. 抛物线 C 的顶点为坐标原点 O , 焦点在 x 轴上, 直线 $l: x = 1$ 交 C 于 P, Q 两点, 且 $OP \perp OQ$. 已知点 $M(2, 0)$, 且 $\odot M$ 与 l 相切.

(1) 求 $C, \odot M$ 的方程;

(2) 设 A_1, A_2, A_3 是 C 上的三个点, 直线 A_1A_2, A_1A_3 均与 $\odot M$ 相切. 判断直线 A_2A_3 与 $\odot M$ 的位置关系, 并说明理由.



(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程]

在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\sqrt{2}\cos\theta$.

(1)将 C 的极坐标方程化为直角坐标方程；

(2)设点 A 的直角坐标为 $(1, 0)$ ， M 为 C 上的动点，点 P 满足 $\overrightarrow{AP}=\sqrt{2}\overrightarrow{AM}$ ，写出 P 的轨迹 C_1 的参数方程，并判断 C 与 C_1 是否有公共点.



23. [选修 4-5：不等式选讲]

已知函数 $f(x)=|x-2|$ ， $g(x)=|2x+3|-|2x-1|$.

(1)画出 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 的图象；

(2)若 $f(x+a)\geq g(x)$ ，求 a 的取值范围.

