



一、单项选择题（每小题 2 分，共 16 分）

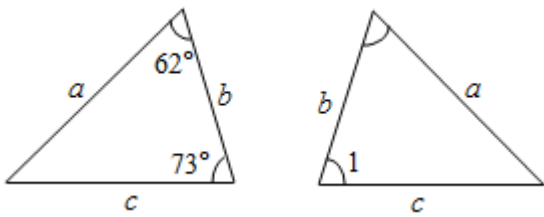
1. 下面有 4 个汽车标志图案，其中不是轴对称图形的是（ ）



2. 下列计算正确的是（ ）

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(a^2)^3 = a^6$ C. $(2a)^3 = 2a^3$ D. $a^{10} \div a^2 = a^5$

3. 图中的两个三角形全等，则 $\angle 1$ 等于（ ）

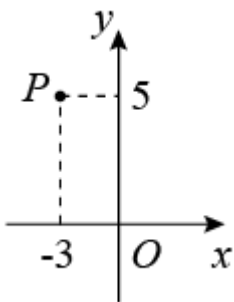


- A. 45° B. 62° C. 73° D. 135°

4. 下列运算正确的是（ ）

- A. $2(2a-b) = 4a-b$ B. $2a+3b = 5ab$
 C. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

5. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(-3, 5)$ 关于 y 轴的对称点的坐标为（ ）



- A. $(-3, -5)$ B. $(3, 5)$ C. $(3, -5)$ D. $(5, -3)$

6. 某同学把一块三角形的玻璃打碎成了 3 块，现在要到玻璃店去配一块完全一样的玻璃，那么最少要带第（ ）块去玻璃店就可以买到完全一样的玻璃。



- A. ① B. ② C. ③ D. ①②③

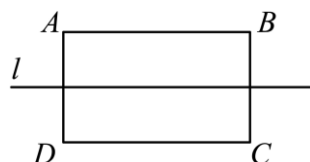


7. 下列命题中正确的有 () 个

- ①三个内角对应相等 两个三角形全等;
- ②三条边对应相等的两个三角形全等;
- ③有两角和一边分别对应相等的两个三角形全等;
- ④等底等高的两个三角形全等.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 如图, 在长方形 $ABCD$ 的对称轴 l 上找点 P , 使得 $\triangle PAB$ 、 $\triangle PBC$ 、 $\triangle PDC$ 、 $\triangle PAD$ 均为等腰三角形, 则满足条件的点 P 有 ()



A. 5 个 B. 4 个 C. 3 个 D. 1 个

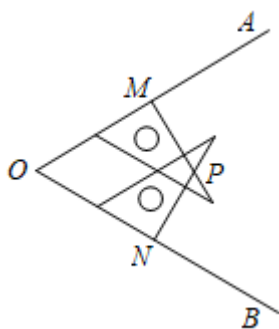
二、填空题 (每小题 2 分, 共 16 分)

9. 计算 $(-3a^2b)^3$ 的结果是_____.

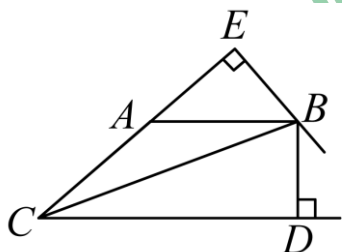
10. 若 $(a-1)^0$ 有意义, 则实数 a 的取值范围是_____.

11. 等腰三角形的一个外角是 140° , 则它的顶角的度数为_____.

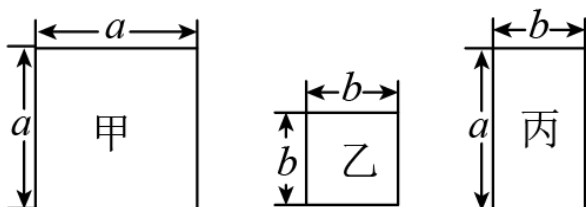
12. 用三角尺可按下面方法画角平分线: 在已知的 $\angle AOB$ 的两边上分别取 $OM = ON$, 再分别过点 M 、 N 作 OA 、 OB 的垂线, 交点为 P , 画射线 OP , 则 OP 平分 $\angle AOB$. 其理由是_____ (填定理)



13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AB \parallel CD$, 过点 B 作 $BE \perp AC$ 于 E , $BD \perp CD$ 于 D , $CD = 8$, $BD = 3$, $\triangle ABE$ 的周长为_____.



14. 现有甲、乙、丙三种不同的矩形纸片 (边长如图).



(1) 取甲、乙纸片各 1 块，其面积和为_____；

(2) 嘉嘉要用这三种纸片紧密拼接成一个大正方形，先取甲纸片 1 块，再取乙纸片 4 块，还需取丙纸片_____块。

15. 已知 $a=81^{31}$, $b=27^{41}$, $c=9^{61}$, 则 a 、 b 、 c 大小关系是____(用“ $<$ ”连接)。

16. 设 a , b 是实数，定义*的一种运算如下： $a*b=(a+b)^2$ ，则下列结论有：① $a*b=0$ ，则 $a+b=0$ ；② $a*b=b*a$ ；③ $a*(b+c)=a*b+a*c$ ；④ $a*b=(-a)*(-b)$ 。正确的序号是_____。

三、解答题 (第 17 题 8 分, 第 18 题 20 分, 共 28 分)

17. 计算:

(1) $2^9 \div 2^7 - (3-\pi)^0 - |\sqrt{3}-4|$

(2) $(8m^3 - 6m^2 + 2m) \div 2m$

18. 计算:

(1) $(-4x^2)(3x+1)$

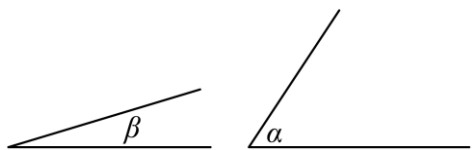
(2) $(3n-2)(n+5)$

(3) $(x-2)^2 - (x+3)(x+1)$

(4) $(2x+y+z)(2x-y-z)$

四、画图题 (第 19 题 4 分, 第 20 题 8 分, 共 12 分)

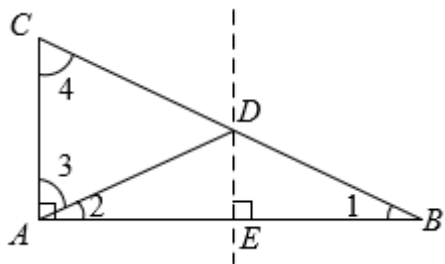
19. 尺规作图: 已知 $\angle\alpha$, $\angle\beta$,



求作 $\angle ABC$, 使得 $\angle ABC = \angle\alpha - \angle\beta$. (不写作法, 但要保留作图痕迹)

20. 对于所有直角三角形, 我们都可以将其分割为两个等腰三角形;

例如: 如图, 已知 $\triangle ABC$, $\angle BAC = 90^\circ$, 作直角边 AB 的垂直平分线 DE , 分别交 BC 与 AB 于 D , E 两点, 连接 AD , 则 AD 将 $\triangle ABC$ 分割成两个等腰三角形 $\triangle ADC$, $\triangle ADB$.



(1) 请在以下证明过程中填入适当理由

证明: DE 垂直平分 AB

$\therefore AD = DB$ (_____)

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (_____)

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$

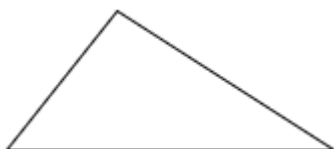
$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$, $\angle 1 + \angle 4 = 90^\circ$

$\therefore \angle 3 = \angle 4$

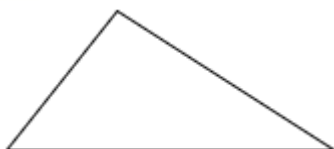
$\therefore CD = DA$ (_____)

$\therefore \triangle ADC$ 、 $\triangle ADB$ 是等腰三角形;

(2) 根据上述方法, 将下面三角形分割成 4 个等腰三角形; (尺规作图, 保留作图痕迹)



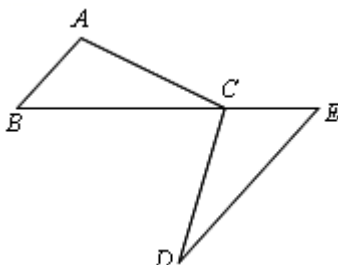
(3) 将下面的不等边三角形分割成 5 个等腰三角形; (不要求尺规, 准确作图并用相同的记号标出相等的线段)



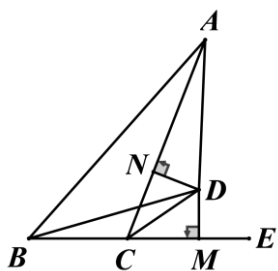
五、解答题 (第 21 题 6 分, 第 22, 23 题每题 7 分, 第 24 题 8 分, 共 28 分)

21. 已知: 如图, C 为 BE 上一点, 点 A 、 D 分别在 BE 两侧, $AB \parallel ED$, $AB = CE$, $BC = ED$.

求证: $AC = CD$.



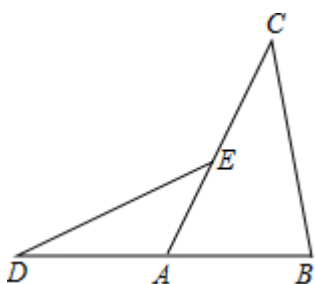
22. 已知: 如图, 点 B 、 C 、 E 三点在同一条直线上, CD 平分 $\angle ACE$, $\angle DBM = \angle DAN$, $DM \perp BE$ 于 M , $DN \perp AC$ 于 N .



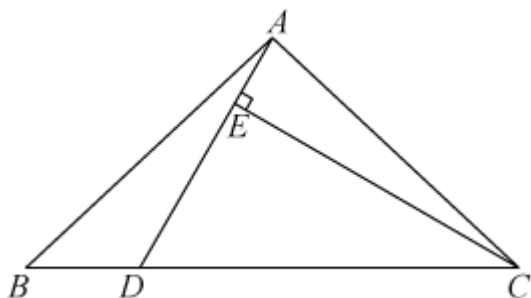
(1) 求证: $\triangle BDM \cong \triangle ADN$;

(2) 若 $AC=7$, $BC=3$, 则 CM 长=_____.

23. 已知: 如图, D 是 $\triangle ABC$ 边 BA 延长线上一点, 且 $AD=AB$, E 是边 AC 上一点, 且 $DE=BC$. 求证: $\angle DEA = \angle C$.



24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 为 BC 上一点且 $\angle ADC = 60^\circ$, $CE \perp AD$ 于点 E , 点 A 关于点 E 的对称点为点 F , CF 交 AB 于点 G .



(1) 依题意补全图形;

(2) 求 $\angle AGC$ 的度数;

(3) 写出 BD 与 DF 之间的数量关系, 并证明.

六、选做题 (本题共 10 分, 第 25 题 4 分, 第 26 题 6 分, 计入总分但总分不超过 100 分)

25. 阅读下列材料: 已知实数 m, n 满足 $(2m^2 + n^2 + 1)(2m^2 + n^2 - 1) = 80$, 试求 $2m^2 + n^2$ 值.

解: 设 $2m^2 + n^2 = t$, 则原方程变为 $(t+1)(t-1) = 80$,

整理得 $t^2 - 1 = 80$, 即 $t^2 = 81$,

$\therefore t = \pm 9$.

$\because 2m^2 + n^2 \geq 0$,

$\therefore 2m^2 + n^2 = 9$.



上面这种方法称为“换元法”，换元法是数学学习中最常用的一种思想方法，在结构较复杂的数和式的运算中，若把其中某些部分看成一个整体，并用新字母代替（即换元），则能使复杂的问题简单化。根据以上阅读材料内容，解决下列问题，并写出解答过程。

(1) 已知实数 x, y 满足 $(2x^2 + 2y^2 + 3)(2x^2 + 2y^2 - 3) = 27$ ，求 $x^2 + y^2$ 的值。

(2) 在 (1) 的条件下，若 $xy = 1$ ，求 $(x + y)^2$ 和 $x - y$ 的值。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于任意图形 G 及直线 l_1, l_2 ，给出如下定义：将图形 G 先沿直线 l_1 翻折得到图形 G_1 ，再将图形 G_1 沿直线 l_2 翻折得到图形 G_2 ，则称图形 G_2 是图形 G 的 $[l_1, l_2]$ 伴随图形。

例如：点 $P(2, 1)$ 的 $[x$ 轴, y 轴] 伴随图形是点 $P'(-2, -1)$ 。

(1) 点 $Q(-3, -2)$ 的 $[x$ 轴, y 轴] 伴随图形点 Q' 的坐标为_____。

(2) 已知 $A(t, 1), B(t-3, 1), C(t, 3)$ ，直线 m 经过点 $(1, 1)$ 。

①当 $t = -1$ ，且直线 m 与 y 轴平行时，点 A 的 $[x$ 轴, $m]$ 伴随图形点 A 的坐标为_____；

②当直线 m 经过原点时，若 $\triangle ABC$ 的 $[x$ 轴, $m]$ 伴随图形上只存在两个与 x 轴的距离为 0.5 的点，直接写出 t 的取值范围。



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



参考答案

一、单项选择题（每小题 2 分，共 16 分）

1. 【答案】D

【解析】

【分析】根据轴对称图形的定义：沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合的图形，即可得出答案.

【详解】根据轴对称图形的定义可知，A、B、C 是轴对称图形，D 不是轴对称图形，故选 D.

【点睛】本题考查的是轴对称图形，熟练掌握轴对称图形的定义是解决本题的关键.

2. 【答案】B

【解析】

【分析】分别根据同底数幂的乘法法则，幂的乘方运算法则，积的乘方运算法则以及同底数幂的除法法则逐一判断即可.

【详解】解：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，原计算错误，该选项不符合题意；

B、 $(a^2)^3 = a^6$ ，正确，该选项符合题意；

C、 $(2a)^3 = 8a^3$ ，原计算错误，该选项不符合题意；

D、 $a^{10} \div a^2 = a^8$ ，原计算错误，该选项不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题主要考查了同底数幂的乘除法以及幂的乘方与积的乘方，熟记幂的运算法则是解答本题的关键.

3. 【答案】C

【解析】

【分析】根据全等三角形的性质解答.

【详解】 \because 图中的两个三角形全等，且 $\angle 1$ 是 b 与 c 的夹角，

$\therefore \angle 1 = 73^\circ$ ，

故选：C.

【点睛】此题考查全等三角形的性质：全等三角形的对应边相等，对应角相等，确定两个三角形的对应关系是解题的关键.

4. 【答案】C

【解析】

【分析】根据去括号法则，合并同类项，平方差公式，完全平方公式，逐项判断即可求解.

【详解】解：A、 $2(2a-b) = 4a-2b$ ，故本选项错误，不符合题意；

B、 $2a$ 和 $3b$ 不是同类项，无法合并，故本选项错误，不符合题意；



C、 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ，故本选项正确，符合题意；

D、 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ，故本选项错误，不符合题意；

故选：C

【点睛】本题主要考查了去括号法则，合并同类项，平方差公式，完全平方公式，熟练掌握相关运算法则是解题的关键。

5. 【答案】B

【解析】

【详解】根据关于 y 轴的对称点：纵坐标相同，横坐标变成相反数，

\therefore 点 P 关于 y 轴的对称点的坐标是 $(3, 5)$ ，

故选：B

6. 【答案】C

【解析】

【分析】根据全等三角形的判定定理解答。

【详解】解：第③保留有原三角形的两个角和一条边，可以利用 ASA 证明两个三角形全等，

故选：C.

【点睛】此题考查全等三角形的判定定理： SSS 、 ASA 、 AAS 、 SAS 、 HL ，熟记各判定定理并熟练应用解决问题是解题的关键。

7. 【答案】B

【解析】

【分析】根据三角形全等的判定定理 SSS ， SAS ， ASA ， AAS ， HL ，可得出正确结论。

【详解】解：①三个内角对应相等的两个三角形全等不一定全等，错误，不符合题意；

②三条边对应相等的两个三角形全等，正确，符合题意；

③有两角和一边分别对应相等的两个三角形全等，正确，符合题意；

④等底等高的两个三角形不一定全等，错误，不符合题意。

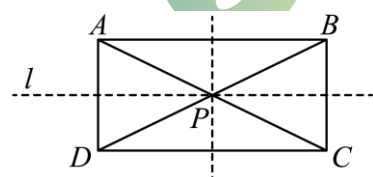
故选 B.

8. 【答案】A

【解析】

【分析】利用分类讨论的思想，结合线段垂直平分线，等腰三角形的性质，对称的性质，画出图形，即可找出符合题意的 P 点。

【详解】①如图，作 AB 或 CD 的垂直平分线交 l 于点 P ， P 点即满足条件；



②在 l 上作点 P ，使 $PA=AB$ ，如图 1，同理在 l 上作点 P 使 $PB=AB$ ，如图 2， P 点即满足条件；

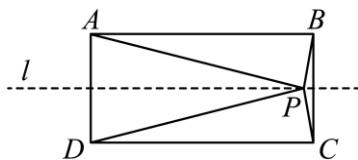


图1

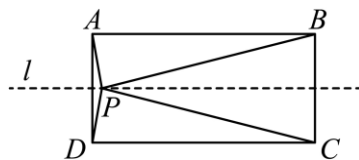


图2

③在 l 上作点 P , 使 $PA=AB$, 如图 3, 同理在 l 上作点 P 使 $PB=AB$, 如图 4, P 点即满足条件;

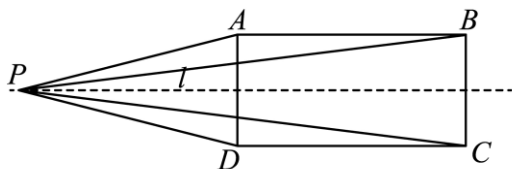


图3

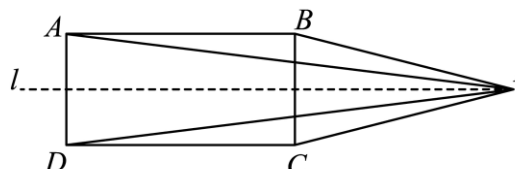


图4

综上, 可知满足条件的 P 点有 5 点.

故选: A.

【点睛】本题考查线段垂直平分线的性质, 等腰三角形的性质, 对称的性质. 利用分类讨论的思想是解答本题的关键.

二、填空题 (每小题 2 分, 共 16 分)

9. 【答案】 $-27a^6b^3$

【解析】

【分析】根据幂的乘方与积的乘方法则进行计算即可.

【详解】原式 $=-27a^6b^3$.

故答案为 $-27a^6b^3$.

【点睛】此题考查幂的乘方与积的乘方, 解题关键在于掌握运算法则.

10. 【答案】 $a \neq 1$

【解析】

【分析】根据 0 次幂的底数的规则即可得出答案.

【详解】解: 因为除了 0 以外, 其他任何数的 0 次幂都为 1, 0 的 0 次幂没有意义, 所以 $a-1 \neq 0$, 即 $a \neq 1$.

故答案为: $a \neq 1$

【点睛】本题考查了 0 次幂的底数的规则, 掌握这一知识点是解题的关键.

11. 【答案】 40° 或 100°

【解析】

【分析】由该等腰三角形的外角是 140° , 可求出相邻的内角为 40° . 分情况讨论, ①当 40° 角为顶角时, 40° 即为所求; ②当 40° 角为底角时, 结合三角形内角和定理即可求出顶角大小.

【详解】解: 根据题意可知该等腰三角形的一个内角为: $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$,

①当 40° 角为顶角时, 即该等腰三角形顶角度数为 40° ;

②当 40° 角为底角时, 该等腰三角形顶角度数 $= 180^\circ - 2 \times 40^\circ = 100^\circ$

故答案为: 40° 或 100° .



【点睛】本题考查了等腰三角形性质及三角形内角和定理，注意分类讨论是解答本题的关键.

12. 【答案】HL

【解析】

【分析】根据已知条件得出 $Rt\triangle OMP \cong Rt\triangle ONP$ (HL)，根据全等三角形的性质得到 $\angle MOP = \angle NOP$ ，即 OP 平分 $\angle AOB$.

【详解】解：∵ $OM \perp MP$ ， $ON \perp NP$ ，

∴ $\angle OMP = \angle ONP = 90^\circ$ ，

∴ 在 $Rt\triangle OMP$ 和 $Rt\triangle ONP$ 中

$$\begin{cases} OM = ON \\ OP = OP \end{cases}$$

∴ $Rt\triangle OMP \cong Rt\triangle ONP$ (HL).

∴ $\angle AOP = \angle OPB$

即 OP 平分 $\angle AOB$

故答案为：HL

【点睛】本题考查全等三角形的判定和性质，角平分线的判定，解题关键是熟练掌握全等三角形的判断和性质.

13. 【答案】11

【解析】

【分析】根据等边对等角及平行线的性质得出 CB 平分 $\angle ECD$ ，再由角平分线的性质得出 $BE = BD = 3$ ，利用全等三角形的判定和性质得出 $CE = CD = 8$ ，结合图形求周长即可.

【详解】解：∵ $AB = AC$ ，

∴ $\angle ACB = \angle ABC$ ，

∵ $AB \parallel CD$ ，

∴ $\angle BCD = \angle ABC$ ，

∴ $\angle ACB = \angle BCD$ ，

∴ CB 平分 $\angle ECD$ ，

∵ $BE \perp AC$ ， $BD \perp CD$ ，

∴ $BE = BD = 3$ ，

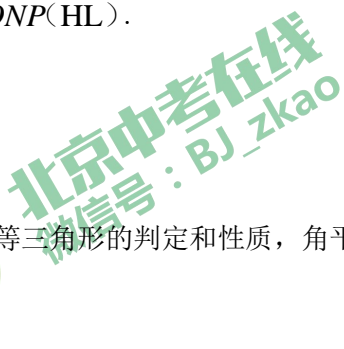
在 $Rt\triangle ECB$ 与 $Rt\triangle DCB$ 中

$$\begin{cases} BE = BD \\ CB = CB \end{cases}$$

∴ $Rt\triangle ECB \cong Rt\triangle DCB$ ，

∴ $CE = CD = 8$ ，

∴ $\triangle ABE$ 的周长为： $AB + BE + AE = AC + BE + AE = CE + BE = 8 + 3 = 11$ ，





故答案为：11.

【点睛】题目主要考查全等三角形的判定和性质，角平分线的性质及平行线的性质，综合运用这些知识点是解题关键.

14. 【答案】 ①. $a^2 + b^2$ ②. 4

【解析】

【分析】(1) 直接利用正方形面积公式进行计算即可;

(2) 根据已知图形的面积公式的特征，利用完全平方公式即可判定应增加的项，再对应到图形上即可.

【详解】解：(1) \because 甲、乙都是正方形纸片，其边长分别为 a, b

\therefore 取甲、乙纸片各 1 块，其面积和为 $a^2 + b^2$;

故答案为： $a^2 + b^2$.

(2) 要用这三种纸片紧密拼接成一个大正方形，先取甲纸片 1 块，再取乙纸片 4 块，则它们的面积和为 $a^2 + 4b^2$ ，若再加上 $4ab$ (刚好是 4 个丙)，则 $a^2 + 4b^2 + 4ab = (a + 2b)^2$ ，则刚好能组成边长为 $a + 2b$ 的正方形，图形如下所示，所以应取丙纸片 4 块.

故答案为：4.

乙	丙	乙
丙	甲	丙
乙	丙	乙

【点睛】本题考查了正方形的面积公式以及完全平方公式的几何意义，解决本题的关键是牢记公式特点，灵活运用公式等，本题涉及到的方法为观察、假设与实践，涉及到的思想为数形结合的思想.

15. 【答案】 $c < b < a$

【解析】

【分析】根据幂的乘方法则的逆用将 a, b, c 转化为同底数形式，即可比较大小.

【详解】解： $a = 81^{31} = (3^4)^{31} = 3^{124}$,

$b = 27^{41} = (3^3)^{41} = 3^{123}$,

$c = 9^{61} = (3^2)^{61} = 3^{122}$,

$\therefore 3^{124} > 3^{123} > 3^{122}$,

$\therefore c < b < a$.

故答案为： $c < b < a$.

【点睛】本题考查了幂的乘方法则的应用，解答本题的关键是熟练掌握幂的乘方法则.

16. 【答案】 ①②④

【解析】



【分析】根据新定义的运算的意义，将其转化为常见的运算，根据常见的运算的性质逐个做出判断。

【详解】解：∵ $a*b=0$ ， $a*b=(a+b)^2$ ，

∴ $(a+b)^2=0$ ，即： $a+b=0$ ，因此①符合题意，

∵ $a*b=(a+b)^2$ ， $b*a=(b+a)^2$ ，

∴ $a*b=b*a$ ，因此②符合题意，

$a*(b+c)=(a+b+c)^2$ ， $a*b+a*c=(a+b)^2+(a+c)^2$ ，

∴ $(a+b+c)^2 \neq (a+b)^2+(a+c)^2$ ，

∴ $a*(b+c) \neq a*b+a*c$ ，故③不符合题意，

∵ $a*b=(a+b)^2$ ， $(-a)*(-b)=(-a-b)^2=(a+b)^2$ ，

∴ $(a+b)^2=(-a-b)^2$ ，

∴ $a*b=(-a)*(-b)$ ，故④符合题意，

因此正确的结论是：①②④，

故答案为：①②④。

【点睛】考查完全平方公式的特点和应用，新定义一种运算关键是转化为常见的运算进行计算即可。

三、解答题（第 17 题 8 分，第 18 题 20 分，共 28 分）

17. 【答案】(1) $\sqrt{3}-1$

(2) $4m^2-3m+1$

【解析】

【分析】(1) 根据同底数幂的除法，零次幂，化简绝对值进行计算即可求解。

(2) 根据多项式除以单项式进行计算即可求解。

【小问 1 详解】

解： $2^9 \div 2^7 - (3-\pi)^0 - |\sqrt{3}-4|$

$= 2^{9-7} - 1 - (4-\sqrt{3})$

$= 4 - 1 - 4 + \sqrt{3}$

$= \sqrt{3} - 1$ ；

【小问 2 详解】

解： $(8m^3 - 6m^2 + 2m) \div 2m$

$= 4m^2 - 3m + 1$ 。

【点睛】本题考查了实数的混合运算，多项式除以单项式，正确的计算是解题的关键。

18. 【答案】(1) $-12x^3 - 4x^2$

(2) $3n^2 + 13n - 10$

(3) $-8x + 1$

(4) $4x^2 - y^2 - 2yz - z^2$



【解析】

【分析】(1) 根据单项式乘以多项式进行计算即可求解；

(2) 根据多项式乘以多项式进行计算即可求解；

(3) 先根据完全平方公式以及多项式乘以多项式进行计算，然后合并同类项；

(4) 根据平方差公式以及完全平方公式进行计算即可求解。

【小问 1 详解】

$$\text{解：} (-4x^2)(3x+1)$$

$$= -12x^3 - 4x^2;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解：} (3n-2)(n+5)$$

$$= 3n^2 + 15n - 2n - 10$$

$$= 3n^2 + 13n - 10;$$

【小问 3 详解】

$$\text{解：} (x-2)^2 - (x+3)(x+1)$$

$$= x^2 - 4x + 4 - (x^2 + 4x + 3)$$

$$= x^2 - 4x + 4 - x^2 - 4x - 3$$

$$= -8x + 1;$$

【小问 4 详解】

$$\text{解：} (2x+y+z)(2x-y-z)$$

$$= [2x+(y+z)][2x-(y+z)]$$

$$= 4x^2 - (y+z)^2$$

$$= 4x^2 - y^2 - 2yz - z^2.$$

【点睛】本题考查了整式的乘法运算，掌握多项式乘以多项式、单项式乘以多项式的运算法则，牢记乘法公式是解题的关键。

四、画图题（第 19 题 4 分，第 20 题 8 分，共 12 分）

19. 【答案】见解析

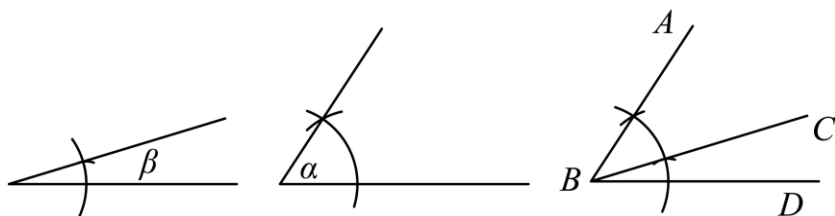
【解析】

【分析】先作 $\angle ABD = \angle \alpha$ ，再作 $\angle CBD = \angle \beta$ ，结合图形即可得出 $\angle ABC$ 。

【详解】解：先作 $\angle ABD = \angle \alpha$ ，再作 $\angle CBD = \angle \beta$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle \alpha - \angle \beta,$$

$\angle ABC$ 即为所求。



【点睛】题目主要考查作一个角等于已知角及角的差，熟练掌握作一个角等于已知角是解题关键.

20. 【答案】(1) 垂直平分线的性质；等边对等角；等角对等边

(2) 见解析 (3) 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据垂直平分线的性质，等腰三角形的性质与判定填空即可求解.

(2) 过点A作BC的垂线交BC于点F，分别作AB、AC的垂直平分线分别交AB、AC于点D、E，连接DF、FE；

(3) 模仿例题，利用垂直平分线的性质解决问题即可.

【小问1详解】

证明：DE垂直平分AB

$\therefore AD = DB$ (垂直平分线的性质)

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (等边对等角)

在Rt $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$

$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 4 = 90^\circ$

$\therefore \angle 3 = \angle 4$

$\therefore CD = DA$ (等角对等边)

$\therefore \triangle ADC$ 、 $\triangle ADB$ 是等腰三角形.

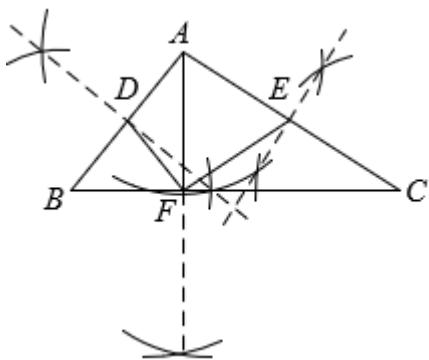
故答案为：垂直平分线的性质；等边对等角；等角对等边

【小问2详解】

解：如图所示，

过点A作BC的垂线交BC于点F，分别作AB、AC的垂直平分线分别交AB、AC于点D、E，连接DF、FE，

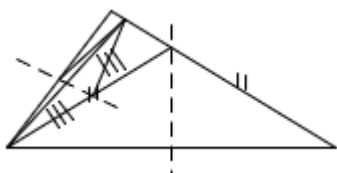
则 $\triangle ADF$ 、 $\triangle BDF$ 、 $\triangle AFE$ 、 $\triangle EFC$ 是等腰三角形；



【小问3详解】



解：如图所示，



【点睛】 本题考查等腰三角形的判定和性质，线段的垂直平分线等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

五、解答题（第 21 题 6 分，第 22，23 题每题 7 分，第 24 题 8 分，共 28 分）

21. 【答案】证明见解析.

【解析】

【分析】 根据 $AB \parallel ED$ 推出 $\angle B = \angle E$ ，再利用 SAS 判定 $\triangle ABC \cong \triangle CED$ 从而得出 $AC = CD$.

【详解】 $\because AB \parallel ED$,

$\therefore \angle B = \angle E$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CED$ 中，

$$\begin{cases} AB = CE \\ \angle B = \angle E \\ BC = ED \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CED$.

$\therefore AC = CD$.

考点：全等三角形的判定与性质.

22. 【答案】 (1) 详见解析；(2) 2.

【解析】

【分析】 由题意推出 $DN = DM$,

再由 $\angle DBM = \angle DAN$, $\angle AND = \angle BMD$, $ND = DM$,

即可证出.

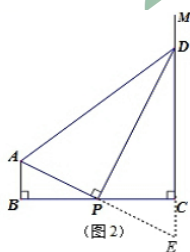
【详解】 (1) $\because CD$ 平分 $\angle ACE$, $DM \perp BE$, $DN \perp AC$,

$\therefore DN = DM$.

在 $Rt\triangle ADN$ 和 $Rt\triangle BDM$ 中，

$\because \angle DBM = \angle DAN$, $\angle AND = \angle BMD$, $ND = DM$,

$\therefore Rt\triangle ADN \cong Rt\triangle BDM$ (AAS);



(2)2.



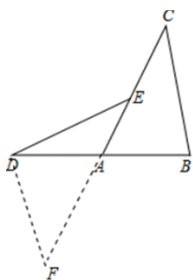
【点睛】 本题考查的知识点是角平分线的性质及全等三角形的判定与性质，解题的关键是熟练掌握角平分线的性质及全等三角形的判定与性质.

23. 【答案】 见解析

【解析】

【分析】 要直接证明 $\angle DEA = \angle C$ ，没有全等三角形也没有等腰三角形，不好证明，所以添加辅助线，过点 D 作 BC 的平行线交 CA 的延长线于点 F ，可证 $\triangle ADF \cong \triangle ABC$ ，从而利用全等三角形的性质 $DF = BC$ ，从而有 $DE = DF$ ，进而通过等量代换可得 $\angle C = \angle DEA$

【详解】 证明：过点 D 作 BC 的平行线交 CA 的延长线于点 F ，



$$\therefore \angle C = \angle F.$$

\because 点 A 是 BD 的中点，

$$\therefore AD = AB.$$

$$\text{在 } \triangle ADF \text{ 和 } \triangle ABC \text{ 中, } \begin{cases} \angle C = \angle F \\ \angle DAF = \angle BAC \\ AD = AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ABC \text{ (AAS)}$$

$$\therefore DF = BC,$$

$$\therefore DE = BC,$$

$$\therefore DE = DF.$$

$$\therefore \angle F = \angle DEA.$$

$$\text{又 } \because \angle C = \angle F,$$

$$\therefore \angle C = \angle DEA.$$

【点睛】 本题主要考查全等三角形的判定及性质，掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

24. 【答案】 (1) 见解析；

$$(2) \angle AGC = 60^\circ;$$

$$(3) FD = BD, \text{ 见解析}$$

【解析】

【分析】 (1) 根据轴对称的特征补全图形；

(2) 由三角形外角性质及等腰三角形的性质得出答案；

(3) 在 CD 上取点 P ，使 $FP = FD$ ，连接 FP ，证明 $\triangle PDF$ 为等边三角形， $\triangle CPF \cong \triangle ADB$ (AAS)，得出 $BD = PF$ ，则可得出答案.



【小问 1 详解】

解：根据题意画出图形如图 1，

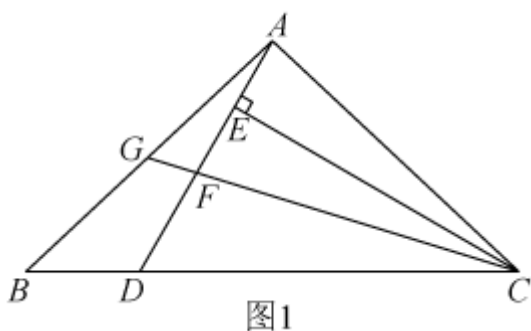


图1

【小问 2 详解】

解：∵ $AB = AC$ ，

$$\therefore \angle B = \angle ACB,$$

∵ 点 A 关于点 E 的对称点为点 F， $CE \perp AD$ ，

$$\therefore AC = CF, \angle ACE = \angle ECF,$$

$$\therefore \angle AGC = \angle B + \angle BCG = \angle B + \angle ACB - \angle ACF = 2\angle B - 2\angle ECF,$$

$$\because \angle ECF = 90^\circ - \angle EFC, \angle EFC = 60^\circ + \angle BCG,$$

$$\therefore \angle AGC = 2\angle B - 180^\circ + 120^\circ + 2\angle BCG,$$

$$\therefore \angle AGC = 60^\circ;$$

【小问 3 详解】

解： $FD = BD$ 。

证明：如图 2，在 CD 上取点 P ，使 $DP = DF$ ，连接 FP ，

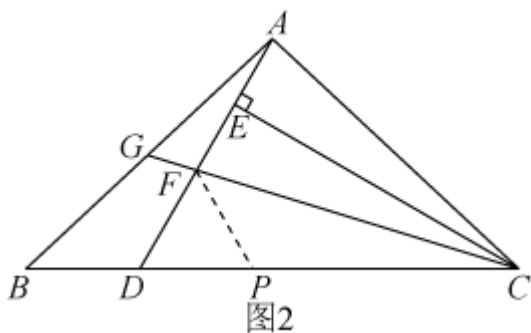


图2

$$\because \angle ADC = \angle B + \angle BAD = 60^\circ, \angle AGC = \angle B + \angle BCG = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle BCG,$$

$$\therefore \angle ADC = 60^\circ,$$

∴ $\triangle PDF$ 为等边三角形，

$$\therefore \angle DPF = 60^\circ, FD = PF$$

$$\therefore \angle FPC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle FPC,$$



又 $\because AC = CF, AB = AC,$

$\therefore AB = CF,$

$\therefore \angle BAD = \angle BCG,$

$\therefore \triangle CPF \cong \triangle ADB (AAS),$

$\therefore BD = PF,$

$\therefore FD = BD.$

【点睛】本题属于几何变换综合题，考查了轴对称的性质，等边三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，等腰三角形的性质，直角三角形的性质的综合运用；熟练掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键。

六、选做题（本题共 10 分，第 25 题 4 分，第 26 题 6 分，计入总分但总分不超过 100 分）

25. 【答案】(1) 3 (2) $(x+y)^2 = 5, x-y = \pm 1$

【解析】

【分析】(1) 设 $2x^2 + 2y^2 = m$ ，则原方程变为 $(m+3)(m-3) = 27$ ，解方程求得 $m = \pm 6$ ，根据非负数的性质即可求得 $x^2 + y^2 = 3$ ；

(2) 根据完全平方公式的变形，即可求解。

【小问 1 详解】

解：设 $2x^2 + 2y^2 = m$ ，则 $(m+3)(m-3) = 27$ ，

$\therefore m^2 - 9 = 27$ ，即 $m^2 = 36$ ，

$\therefore m = \pm 6$ ，

$\therefore 2x^2 + 2y^2 \geq 0$ ，

$\therefore 2x^2 + 2y^2 = 6$ ，

$\therefore x^2 + y^2 = 3$ ；

【小问 2 详解】

解： $\because x^2 + y^2 = 3, xy = 1$ ，

$\therefore (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 3 + 2 \times 1 = 5$ ；

$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 = 3 - 2 \times 1 = 1$ ，

$\therefore x-y = \pm 1$ 。

【点睛】本题主要考查了平方差公式和完全平方公式的应用，理解“换元法”是解题的关键。

26. 【答案】(1) (3,2)

(2) ①(3,-1)；② $-0.5 < t < 0.5$ 或 $2.5 < t < 3.5$

【解析】



【分析】(1) 点 Q 先关于 x 轴对称的点坐标为 $(-3, 2)$ ，再关于 y 轴对称的点坐标为 $(3, 2)$ ，故可得点的伴随图形点 Q' 坐标；

(2) ① $t = -1$ 时， A 点坐标为 $(-1, 1)$ ，直线 m 为 $x = 1$ ，此时点 A 先关于 x 轴对称的点坐标为 $(-1, -1)$ ，再关于 m 轴对称的点坐标为 $(3, -1)$ ，进而得到点的伴随图形点 A' 坐标；② 由题意知直线 m 为直线 $y = x$ ， A 、 B 、 C 三点的 $[x$ 轴， $m]$ 的伴随图形点坐标依次表示为： $(-1, t)$ ， $(-1, t-3)$ ， $(-3, t)$ ，由题意可得 $|t| < 0.5$ ，或 $|t-3| < 0.5$ 解出 t 的取值范围即可。

【小问 1 详解】

解：由题意知 $(-3, -2)$ 沿 x 轴翻折得点坐标为 $(-3, 2)$ ；

$(-3, 2)$ 沿 y 轴翻折得点坐标为 $(3, 2)$

故答案为： $(3, 2)$ 。

【小问 2 详解】

① 解： $t = -1$ ， A 点坐标为 $(-1, 1)$ ，直线 m 为 $x = 1$ ，

$(-1, 1)$ 沿 x 轴翻折得点坐标为 $(-1, -1)$

$(-1, -1)$ 沿直线 $x = 1$ 翻折得点坐标为 $(-1 + 2(1 - (-1)), -1)$ 即为 $(3, -1)$

故答案为： $(3, -1)$ ；

② 解： \because 直线 m 经过原点

\therefore 直线为 $y = x$

$\therefore A$ 、 B 、 C 的伴随图形点坐标先沿 x 轴翻折，点坐标依次为 $(t, -1)$ ， $(t-3, -1)$ ， $(t, -3)$ ；

然后沿直线 $y = x$ 翻折，点坐标依次表示为： $(-1, t)$ ， $(-1, t-3)$ ， $(-3, t)$

由题意可知： $|t| < 0.5$ 或 $|t-3| < 0.5$

解得： $-0.5 < t < 0.5$ 或 $2.5 < t < 3.5$ 。

【点睛】本题考查了直角坐标系中的点对称，几何图形翻折。解题的关键在于正确的将翻折后的点坐标表示出来。