2022 北京一七一中初二（下）期中

数　　学

一、选择题

1．下列二次根式中，最简二次根式是(　　)

A．$\sqrt{3a}$　　B．$\sqrt{12}$　　C．$\sqrt{\frac{3}{2}}$　　D．$\frac{2}{\sqrt{7}}$

2．下列各组数中，能构成直角三角形的是(　　)

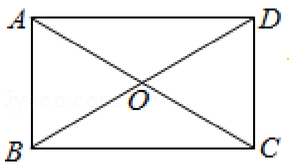
A．4，5，6　　B．1，1，$\sqrt{2}$　　C．6，8，11　　D．5，12，23

3．平行四边形的一个内角是70°，则其他三个角是(　　)

A．70°，130°，130°　　B．110°，70°，120°

C．110°，70°，110°　　D．70°，120°，120°

4．如图，在矩形$ABCD$中，对角线AC，BD交于点O，若$\angle AOB=60^{\circ}$，$BD=6$，则AB的长为(　　)



A．$\frac{3}{2}$　　B．3　　C．$\sqrt{3}$　　D．$2\sqrt{3}$

5．下列计算正确的是(　　)

A．$\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{7}$　　B．$2+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$　　C．$3\sqrt{2}-\sqrt{2}=3$　　D．$\sqrt{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

6．下列命题中正确的是(　　)

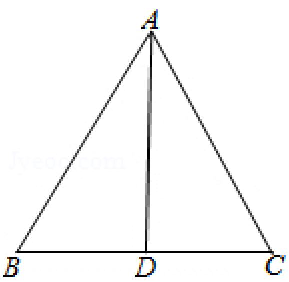
A．对角线相等的四边形是矩形

B．对角线互相垂直的四边形是菱形

C．对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形

D．一组对边相等，另一组对边平行的四边形是平行四边形

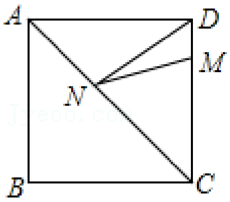
7．如图，在ΔABC中，$AB=5$，$BC=6$，BC边上的中线$AD=4$，那么AC的长是(　　)



A．5　　B．6　　C．$\sqrt{34}$　　D．$2\sqrt{13}$

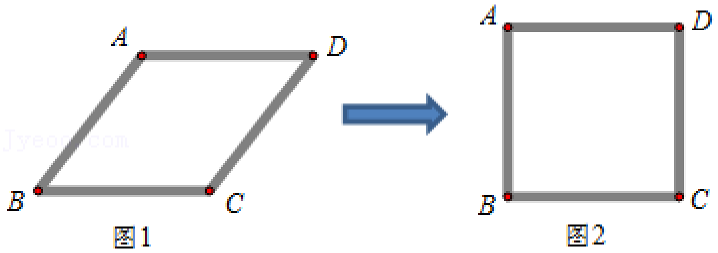
8．如图，正方形$ABCD$的边长为8，M在DC上，且$DM=2$，N是AC上一动点，则$DN+MN$的最小值为(

)



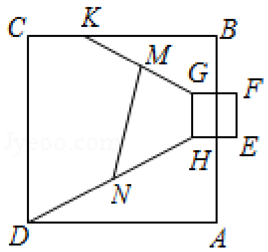
A．6　　　　B．8　　　　C．12　　　　D．10

9．小明用四根长度相同的木条制作了能够活动的菱形学具，他先活动学具成为图 1 所示菱形，并测得 $\angle B=60^{\circ}$，接着活动学具成为图 2 所示正方形，并测得对角线 $AC=40cm$，则图 1 中对角线 AC 的长为(　　)



A．$20cm$　　　　B．$30cm$　　　　C．$40cm$　　　　D．$20\sqrt{2}cm$

10．如图，边长为 1 的正方形 $EFGH$ 在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 所在平面上移动，始终保持 $EF//AB$，$CK=1$．线段 KG 的中点为 M，DH 的中点为 N，则线段 MN 的长为(　　)



A．$\sqrt{26}$　　　　B．$\sqrt{17}$　　　　C．$\dfrac{\sqrt{17}}{2}$　　　　D．$\dfrac{\sqrt{26}}{2}$

二、填空题

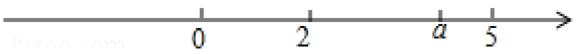
11．若根式 $\sqrt{x-8}$ 有意义，则实数 x 的取值范围为____．

12．比较大小：$2\sqrt{3}$ ____ $\sqrt{13}$．（填“$>$”、“$=$”、“$<$”）．

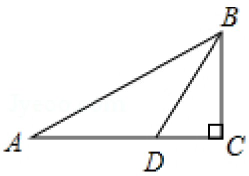
13．一个菱形的两条对角线的长分别为 5 和 8，这个菱形的面积是_____．

14．命题“平行四边形的对角线互相平分”的逆命题是_____．

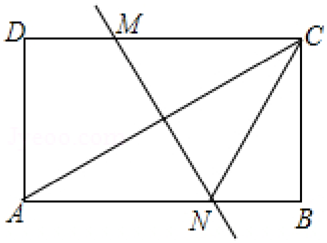
15．在数轴上表示实数 a 的点如图所示，化简 $\sqrt{(a-5)^{2}}+|a-2|$ 的结果为____．



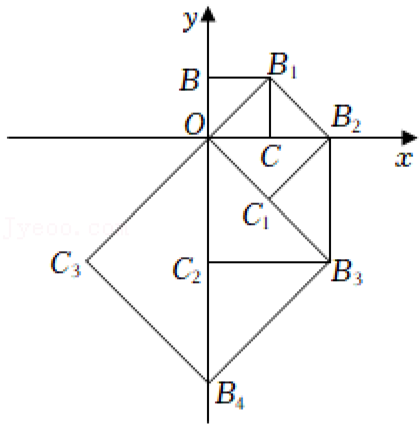
16．如图，$Rt\Delta ABC$ 中，$\angle C=90^{\circ}$，$\angle A=30^{\circ}$，BD 平分 $\angle ABC$，$AD=20$，则 $BC=$____．



17．如图，长方形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$BC=3$，将其沿直线 MN 折叠，使点 C 与点 A 重合，则 CN 的长为____．



18．如图，点$O(0,0)$，$B(0,1)$是正方形OBB_1C的两个顶点，以它的对角线OB_1为一边作正方形$OB_1B_2C_1$，以正方形$OB_1B_2C_1$的对角线OB_2为一边作正方形$OB_2B_3C_2$，再以正方形$OB_2B_3C_2$的对角线OB_3为一边作正方形$OB_3B_4C_3$，…，依次进行下去，则点B_2的坐标是____，点B_{2022}的坐标是____．



三、解答题

19．计算下列各式：

（1）$\sqrt{18}-\sqrt{32}+\sqrt{8}$；

（2）$\sqrt{48}\div\sqrt{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{12}+\sqrt{54}$．

20．下面是小东设计的“作矩形”的尺规作图过程．已知：$\text{Rt}\Delta\text{ABC}$，$\angle ABC=90°$，

求作：矩形$ABCD$，

作法：如图，

①作线段AC的垂直平分线交AC于点O；

②连接BO并延长，在延长线上截取$OD=OB$；

③连接AD，CD．

所以四边形$ABCD$即为所求作的矩形．

根据小东设计的尺规作图过程．

（1）使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

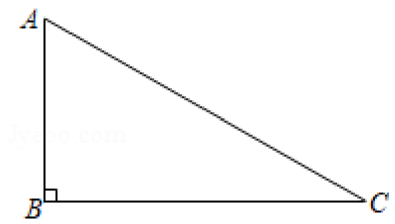
（2）完成下面的证明：

证明：$\because OA=OC$，$OD=OB$，

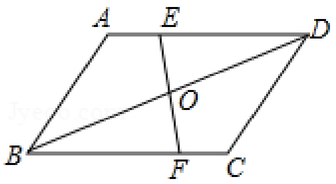
$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形(____)．（填推理的依据）

$\because \angle ABC=90°$，

$\therefore$平行四边形$ABCD$是矩形(____)．（填推理的依据）



21．如图，在▱$ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在 AD 、 BC 上，且 $AE=CF$ ， EF 、 BD 相交于点 O ，求证： $OE=OF$.

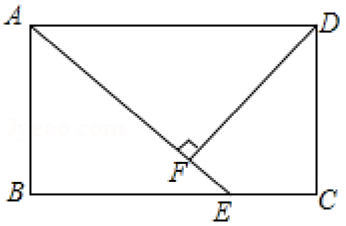


22．已知 $x=\sqrt{5}-1$ ，求代数式 x^2+2x-6 的值.

23．在矩形 $ABCD$ 中，点 E 在 BC 上， $AE=AD$ ， $DF\perp AE$ ，垂足为 F .

（1）求证： $DF=AB$ ；

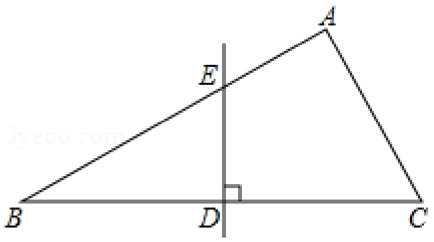
（2）若 $\angle FDC=30^{\circ}$ ，且 $AB=4$ ，求 AD .



24．如图，在 ΔABC 中， $AB=4$ ， $AC=3$ ， $BC=5$ ， DE 是 BC 的垂直平分线， DE 分别交 BC 、 AB 于点 D 、 E .

（1）求证： ΔABC 为直角三角形.

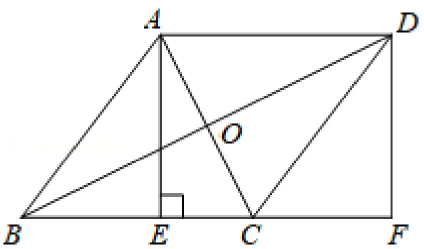
（2）求 AE 的长.



25．如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 交于点 O ，过点 A 作 $AE\perp BC$ 于点 E ，延长 BC 至 F ，使 $CF=BE$ ，连接 DF .

（1）求证：四边形 $AEFD$ 是矩形；

（2）若 $AC=4$ ， $\angle ABC=60^{\circ}$ ，求矩形 $AEFD$ 的面积.



26．已知：正方形 $ABCD$ 中，点 M 在射线 BC 上，且 $\angle BAM=\theta$ ，射线 AM 交 BD 于点 N ，作 $CE\perp AM$ 于点 E .

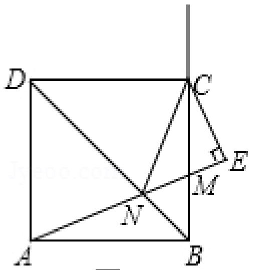


图1

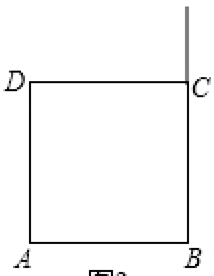


图2

（1）如图 1，当点 M 在边 BC 上时，则 θ 的取值范围是（点 M 与端点 B 不重合）____；$\angle NCE$ 与 $\angle BAM$ 的数量关系是____；

（2）若点 M 在 BC 的延长线时；

①依题意，补全图 2；

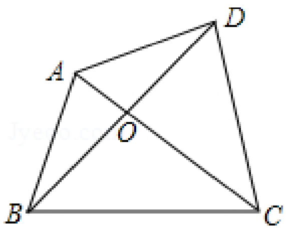
②第（1）中的 $\angle NCE$ 与 $\angle BAM$ 的数量关系是否发生变化？若变化，写出数量关系，并说明理由．

27．阅读下面内容：我们已经学习了《二次根式》和《乘法公式》，聪明的你可以发现：当 $a>0$，$b>0$ 时，$\because$ $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=a-2\sqrt{ab}+b\geqslant 0$，$\therefore$ $a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$，当且仅当 $a=b$ 时取等号．请利用上述结论解决以下问题：

（1）当 $x>0$ 时，$x+\dfrac{1}{x}$ 的最小值为____；当 $x<0$ 时，$x+\dfrac{1}{x}$ 的最大值为____．

（2）当 $x>0$ 时，求 $y=\dfrac{x^2+3x+16}{x}$ 的最小值．

（3）如图，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，ΔAOB、ΔCOD 的面积分别为 4 和 9，求四边形 $ABCD$ 面积的最小值．



参考答案

一、选择题

1．【分析】根据最简二次根式的意义进行判断即可．

【解答】解：$A.\sqrt{3a}$ 的被开方数 $3a$ 不含有能开得尽方的数或因式，因此 $\sqrt{3a}$ 是最简二次根式，所以选项 A 符合题意；

$B.\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，被开方数 12 中含有能开得尽方的因式 4，因此选项 B 不符合题意；

$C.\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，被开方数中含有分母，因此选项 C 不符合题意；

$D.\frac{2}{\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$，被开方数的分母含有二次根式，因此选项 D 不符合题意；

故选：A．

【点评】本题考查最简二次根式，掌握最简二次根式的意义是正确判断的关键．

2．【分析】根据勾股定理逆定理：$a^2+b^2=c^2$，将各个选项逐一代数计算即可得出答案．

【解答】解：A、$\because 4^2+5^2\neq 6^2$，$\therefore$不能构成直角三角形，故 A 错误；

B、$\because 1^2+1^2=\sqrt{2}^2$，$\therefore$能构成直角三角形，故 B 正确；

C、$\because 6^2+8^2\neq 11^2$，$\therefore$不能构成直角三角形，故 C 错误；

D、$\because 5^2+12^2\neq 23^2$，$\therefore$不能构成直角三角形，故 D 错误．

故选：B．

【点评】此题主要考查学生对勾股定理的逆定理的理解和掌握，要求学生熟练掌握这个逆定理．

3．【分析】平行四边形的对角相等，邻角互补，则其他角一定有一角为 70°，一角为 130°，则四个角的度数可确定．

【解答】解：根据平行四边形的性质知，相邻的两个内角互补．一个角为 70°，另三个角分别为 110°，70°，110°．故选 C

【点评】本题考查了平行四边形的角的性质．

4．【分析】先由矩形的性质得出 $OA=OB$，再证明 ΔAOB 是等边三角形，得出 $AB=OB=3$ 即可．

【解答】解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore OA=\frac{1}{2}AC$，$OB=\frac{1}{2}BD=3$，$AC=BD=6$，

$\therefore OA=OB$，

$\because \angle AOB=60^\circ$，

$\therefore \Delta AOB$ 是等边三角形，

$\therefore AB=OB=3$，

故选：B．

【点评】本题考查了矩形的性质、等边三角形的判定与性质；熟练掌握矩形的性质，证明三角形是等边三角形是解决问题的关键．

5．【分析】直接利用二次根式的加减运算法则计算得出答案．

【解答】解：A、$\sqrt{2}+\sqrt{5}$无法计算，故此选项错误；

B、$2+\sqrt{2}$无法计算，故此选项错误；

C、$3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，故此选项错误；

D、$\sqrt{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故此选项正确．

故选：D．

【点评】此题主要考查了二次根式的加减，正确掌握相关运算法则是解题关键．

6．【分析】根据矩形、菱形、正方形和平行四边形的判定方法对各选项进行判断．

【解答】解：A、对角线相等的平行四边形是矩形，所以A选项错误；

B、对角线互相垂直的平行四边形是菱形，所以B选项错误；

C、对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形，所以C选项正确；

D、一组对边相等且平行的四边形是平行四边形，所以D选项错误．

故选：C．

【点评】本题考查了命题与定理：判断事物的语句叫命题；正确的命题称为真命题，错误的命题称为假命题；经过推理论证的真命题称为定理．

7．【分析】先根据AD是BC边上的中线得出BD的长，根据勾股定理的逆定理判断出ΔABD是直角三角形，在RtΔADC中，根据勾股定理即可得出结论．

【解答】解：如图所示，

$\because AD$是BC边上的中线

$\therefore BD=DC=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 6=3$．

$\because AD^2+BD^2=4^2+3^2=25$，

$\therefore AB^2=5^2=25$，

$\therefore AD^2+BD^2=AB^2$，

$\therefore \angle ADB=90^\circ$．

$\because \angle ADB+\angle ADC=180^\circ$，

$\therefore \angle ADC=90^\circ$．

在RtΔADC中，根据勾股定理，

$AC^2=AD^2+CD^2=4^2+3^2=25$，

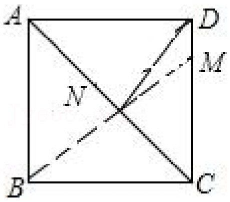
$\therefore AC=5$．

故选：A．

【点评】本题考查的是勾股定理，熟知在任何一个直角三角形中，两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方是解答此题的关键．

8．【分析】要求$DN+MN$的最小值，DN，MN不能直接求，可考虑通过作辅助线转化DN，MN的值，从而找出其最小值求解．

【解答】解：如图，连接BM，



$\because$ 点 B 和点 D 关于直线 AC 对称，

$\therefore NB = ND$，

则 BM 就是 $DN + MN$ 的最小值，

$\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长是 8， $DM = 2$，

$\therefore CM = 6$，

$\therefore BM = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$，

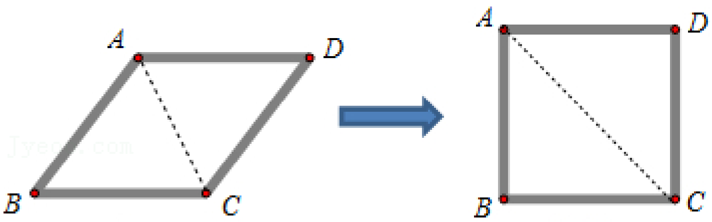
$\therefore DN + MN$ 的最小值是 10．

故选： D．

【点评】此题考查正方形的性质和轴对称及勾股定理等知识的综合应用，解题的难点在于确定满足条件的点 N 的位置：利用轴对称的方法．然后熟练运用勾股定理．

9．【分析】如图 1，2 中，连接 AC．在图 2 中，理由勾股定理求出 BC，在图 1 中，只要证明 ΔABC 是等边三角形即可解决问题．

【解答】解：如图 1，2 中，连接 AC．



在图 2 中，$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB = BC$， $\angle B = 90^\circ$，

$\because AC = 40cm$，

$\therefore AB = BC = 20\sqrt{2}(cm)$，

在图 1 中，$\because \angle B = 60^\circ$， $BA = BC$，

$\therefore \Delta ABC$ 是等边三角形，

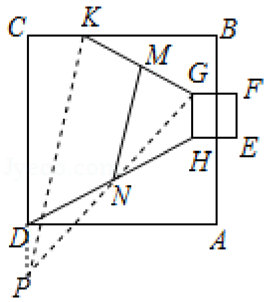
$\therefore AC = BC = 20\sqrt{2}(cm)$，

故选： D．

【点评】本题考查菱形的性质、正方形的性质、勾股定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

10．【分析】连接 GN，并延长交 CD 的延长线于点 P，连接 KP，由“AAS”可证 $\Delta DNP \cong \Delta HNG$，可得 $DP = GH = 1$， $PN = GN$，由勾股定理可求 PK 的长，由三角形中位线定理可求解．

【解答】解：如图，连接 GN，并延长交 CD 的延长线于点 P，连接 KP



$\because$ 四边形 $ABCD$，四边形 $EFGH$ 都是正方形， $EF//AB$

$\therefore \angle C=90^{\circ}$， $EF//GH//CD//AB$

$\therefore \angle HGN=\angle DPN$，且 $DN=NH$， $\angle DNP=\angle GNH$

$\therefore \Delta DNP \cong \Delta HNG(AAS)$

$\therefore DP=GH=1$， $PN=GN$

$\therefore CP=5$

在 RtΔCPK 中， $KP=\sqrt{CK^{2}+CP^{2}}=\sqrt{26}$

$\because KM=MG$， $GN=PN$

$\therefore MN=\dfrac{1}{2}KP=\dfrac{\sqrt{26}}{2}$

故选： D .

【点评】本题考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理以及三角形中位线性质定理的综合运用，通过辅助线构造全等三角形和三角形中位线是解决问题的关键.

二、填空题

11.【分析】先根据二次根式有意义的条件列出关于 x 的不等式，求出 x 的取值范围即可.

【解答】解： $\because$ 根式 $\sqrt{x-8}$ 有意义，

$\therefore x-8\geqslant 0$，

解得 $x\geqslant 8$.

故答案为： $x\geqslant 8$.

【点评】本题考查的是二次根式有意义的条件，熟知二次根式具有非负性是解答此题的关键.

12.【分析】本题需先把 $2\sqrt{3}$ 进行整理，再与 $\sqrt{13}$ 进行比较，即可得出结果.

【解答】解： $\because 2\sqrt{3}=\sqrt{12}$

$\therefore \sqrt{12}<\sqrt{13}$

$\therefore 2\sqrt{3}<\sqrt{13}$

故答案为： $<$.

【点评】本题主要考查了实数大小关系，在解题时要化成同一形式是解题的关键.

13.【分析】根据菱形的面积等于对角线乘积的一半列式计算即可得解.

【解答】解： $\because$ 菱形的两条对角线的长分别为 5 和 8，

$\therefore$ 这个菱形的面积 $=\dfrac{1}{2}\times 5\times 8=20$.

故答案为：20.

【点评】本题考查了菱形的性质，是基础题，菱形利用对角线求面积的方法需熟记.

14.【分析】把一个命题的题设和结论互换就可得到它的逆命题.

【解答】解：“平行四边形对角线互相平分”的条件是：四边形是平行四边形，结论是：四边形的对角线互相平分.

所以逆命题是：对角线互相平分的四边形是平行四边形.

故答案为：对角线互相平分的四边形是平行四边形.

【点评】本题考查了互逆命题的知识，两个命题中，如果第一个命题的条件是第二个命题的结论，而第一个命题的结论又是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做互逆命题．其中一个命题称为另一个命题的逆命题.

15.【分析】直接利用二次根式的性质以及绝对值的性质分别化简求出答案.

【解答】解：由数轴可得：$a-5<0$，$a-2>0$，

则 $\sqrt{(a-5)^2}+|a-2|$

$=5-a+a-2$

$=3$.

故答案为：3.

【点评】此题主要考查了二次根式的性质以及绝对值的性质，正确掌握相关性质是解题关键.

16.【分析】先求出 $\angle ABC=60^\circ$，再求出 $\angle CBD=\angle ABD=30^\circ$，得出 $\angle ABD=\angle A$，求出 BD，再求出 CD，最后根据勾股定理计算即可.

【解答】解：$\because \angle C=90^\circ$，$\angle A=30^\circ$，

$\therefore \angle ABC=60^\circ$，

$\because BD$ 是 $\angle ABC$ 的平分线，

$\therefore \angle CBD=\angle ABD=30^\circ$，

$\therefore \angle ABD=\angle A$

$\therefore AD=BD=20$，

$\therefore CD=\frac{1}{2}BD=10$，

$\therefore BC=\sqrt{BD^2-CD^2}=\sqrt{20^2-10^2}=10\sqrt{3}$.

故答案为：$10\sqrt{3}$.

【点评】本题考查了含 30° 角的直角三角形，用到的知识点是角平分线的性质、等腰三角形的性质、勾股定理，解题的关键是得出 $BD=AD$.

17.【分析】在直角 ΔABC 中利用勾股定理求得 AC 的长，在 AP、CP 的长度可以得到，然后证明 $\Delta APN\backsim\Delta ABC$，利用相似三角形的对应边的比相等求得 PN 的长，在直角 ΔPCN 中利用勾股定理求得 CN 的长.

【解答】解：在直角 ΔABC 中，$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

则 $AP=CP=2.5$.

$\because$ 在 ΔAPN 和 ΔABC 中，$\angle PAN=\angle BAC$，$\angle APN=\angle B=90^\circ$，

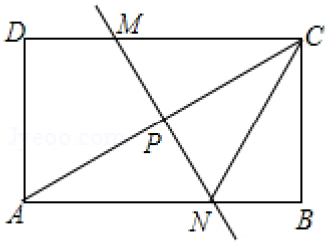
$\therefore \Delta APN\backsim\Delta ABC$，

$\therefore \frac{AP}{AB}=\frac{PN}{BC}$，即 $\frac{2.5}{4}=\frac{PN}{3}$，

$\therefore PN=\dfrac{15}{8}$，

在直角ΔPCN中，$CN=\sqrt{PN^2+CP^2}=\sqrt{2\cdot 5^2+(\dfrac{15}{8})^2}=\dfrac{25}{8}$．

故答案是：$\dfrac{25}{8}$．



【点评】本题考查了图形的折叠，以及勾股定理，相似三角形的判定与性质，正确求得PN的长度是关键．

18．【分析】根据题意和图形可看出每经过一次变化，都顺时针旋转$45°$，边长都乘以$\sqrt{2}$，所以可求出从B到B_3的后变化的坐标，再求出B_1、B_2、B_3、B_4、B_5、B_6、B_7、B_8、B_9的坐标，找出这些坐标的之间的规律，然后根据规律计算出点B_{2022}的坐标．

【解答】解：根据题意和图形可看出每经过一次变化，都顺时针旋转$45°$，边长都乘以$\sqrt{2}$，

$\because$从B到B_3经过了3次变化，

$\because 45°\times 2=90°$，$1\times(\sqrt{2})^2=2$．

$\therefore$点B_2所在的正方形的边长为2，点B_2位置在x轴正半轴．

$\therefore$点B_2的坐标是$(2,0)$；

可得出：B_1点坐标为$(1,1)$，

B_2点坐标为$(2,0)$，

B_3点坐标为$(2,-2)$，

B_4点坐标为$(0,-4)$，

B_5点坐标为$(-4,-4)$，

$B_6(-8,0)$，

$B_7(-8,8)$，

$B_8(0,16)$，

$B_9(16,16)$，

由规律可以发现，每经过8次作图后，点的坐标符号与第一次坐标符号相同，每次正方形的边长变为原来的$\sqrt{2}$倍，

$\because 2022\div 8=252\ldots 6$，

$\therefore B_{2022}$的纵横坐标符号与点B_6的相同，横坐标是负数，纵坐标为0，

$\therefore B_{2022}$的坐标为$(-2^{1011}$，$0)$．

故答案为：$(2,0)$，$(-2^{1011}$，$0)$．

【点评】本题主要考查正方形的性质和坐标与图形的性质的知识点，解答本题的关键是由点坐标的规律发现每经过8次作图后，点的坐标符号与第一次坐标符号相同，每次正方形的边长变为原来的$\sqrt{2}$倍，此题难度较大.

三、解答题

19.【分析】（1）先化简，再合并同类二次根式即可求解；

（2）先计算乘除法，再合并同类二次根式即可求解.

【解答】解：（1）$\sqrt{18}-\sqrt{32}+\sqrt{8}$

$=3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}$；

（2）$\sqrt{48}\div\sqrt{2}-\sqrt{\dfrac{1}{2}}\times\sqrt{12}+\sqrt{54}$

$=\sqrt{24}-\sqrt{6}+3\sqrt{6}$

$=2\sqrt{6}-\sqrt{6}+3\sqrt{6}$

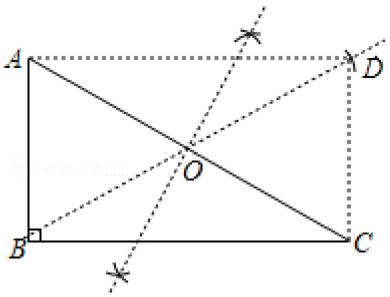
$=4\sqrt{6}$.

【点评】本题考查了二次根式的混合运算，在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍.

20.【分析】（1）根据作图过程即可补全图形；

（2）根据平行四边形的判定方法和矩形的判定方法即可完成证明.

【解答】解：（1）如图即为补全的图形；



（2）证明：$\because OA=OC$，$OD=OB$，

$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形（对角线互相平分的四边形是平行四边形），

$\because \angle ABC=90^{\circ}$，

$\therefore$平行四边形$ABCD$是矩形（有一个角是直角的平行四边形是矩形）.

故答案为：对角线互相平分的四边形是平行四边形；有一个角是直角的平行四边形是矩形.

【点评】本题考查了作图－复杂作图，平行四边形的判定与性质，矩形的判定与性质，解决本题的关键是掌握基本作图方法.

21.【分析】方法1、连接BE、DF，由已知证出四边形$BEDF$是平行四边形，即可得出结论.

方法2、先判断出$DE=BF$，进而判断出$\Delta DOE\cong\Delta BOF$即可.

【解答】证明：方法1，连接BE、DF，如图所示：

$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AD//BC$，$AD=BC$，

$\therefore DE//BF$，

$\because AE = CF$，

$\therefore DE = BF$，

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形，

$\therefore OF = OE$．

方法 2，$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD//BC$， $AD = BC$，

$\therefore \angle ODE = \angle OBF$，

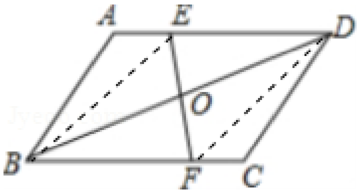
又 $\because AE = CF$，

$\therefore DE = BF$，

在 ΔDOE 和 ΔBOF 中，$\begin{cases} \angle DOE = \angle BOF \\ \angle ODE = \angle OBF \\ DE = BF \end{cases}$，

$\therefore \Delta DOE \cong \Delta BOF(AAS)$，

$\therefore OE = OF$．



【点评】本题考查了平行四边形的判定与性质；通过作辅助线证明四边形 $BEDF$ 是平行四边形是解决问题的关键．

22．【分析】直接将原式分解因式，再把 x 的值代入进而计算得出答案．

【解答】解：$x^2 + 2x - 6 = (x+1)^2 - 7$

当 $x = \sqrt{5} - 1$ 时，

原式 $= (\sqrt{5} - 1 + 1)^2 - 7$

$= 5 - 7$

$= -2$．

【点评】此题主要考查了二次根式的化简求值，正确运用乘法公式是解题关键．

23．【分析】（1）利用"AAS"证 $\Delta ADF \cong \Delta EAB$ 即可得；

（2）由 $\angle ADF + \angle FDC = 90^\circ$、$\angle DAF + \angle ADF = 90^\circ$ 得 $\angle FDC = \angle DAF = 30^\circ$，据此知 $AD = 2DF$，根据 $DF = AB$ 可得答案．

【解答】证明：（1）在矩形 $ABCD$ 中，$\because AD//BC$，

$\therefore \angle AEB = \angle DAF$，

又 $\because DF \perp AE$，

$\therefore \angle DFA = 90^\circ$，

$\therefore \angle DFA = \angle B$，

又 $\because AD = EA$，

$\therefore \Delta ADF \cong \Delta EAB$，

$\therefore DF = AB$．

（2）$\because \angle ADF+\angle FDC=90^\circ$，$\angle DAF+\angle ADF=90^\circ$，

$\therefore \angle FDC=\angle DAF=30^\circ$，

$\therefore AD=2DF$，

$\because DF=AB$，

$\therefore AD=2AB=8$．

【点评】本题主要考查矩形的性质，解题的关键是掌握矩形的性质和全等三角形的判定与性质及直角三角形的性质．

24．【分析】（1）利用勾股定理逆定理：如果三角形的三边长 a，b，c 满足 $a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形就是直角三角形可得 ΔABC 是直角三角形；

（2）根据线段垂直平分线的性质可得 $BE=CE$，设 $AE=x$，则 $EC=4-x$，根据勾股定理可得 $x^2+3^2=(4-x)^2$，再解即可．

【解答】（1）证明：$\because \Delta ABC$ 中，$AB=4$，$AC=3$，$BC=5$，

又 $\because 4^2+3^2=5^2$，

即 $AB^2+AC^2=BC^2$，

$\therefore \Delta ABC$ 是直角三角形；

（2）证明：连接 CE．

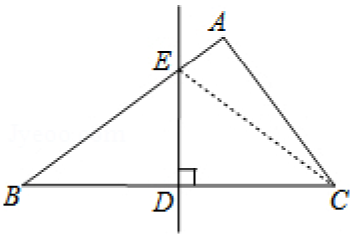
$\because DE$ 是 BC 的垂直平分线，

$\therefore EC=EB$，

设 $AE=x$，则 $EC=4-x$．

$\therefore x^2+3^2=(4-x)^2$．

解之得 $x=\dfrac{7}{8}$，即 AE 的长是 $\dfrac{7}{8}$．



【点评】此题主要考查了勾股定理逆定理和勾股定理，关键是掌握勾股定理的逆定理：如果三角形的三边长 a，b，c 满足 $a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形就是直角三角形．勾股定理：在任何一个直角三角形中，两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方．

25．【分析】（1）根据菱形的性质得到 $AD//BC$ 且 $AD=BC$，等量代换得到 $BC=EF$，推出四边形 $AEFD$ 是平行四边形，根据矩形的判定定理即可得到结论；

（2）根据全等三角形的判定定理得到 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{ABE}\cong\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{DCF}$ (HL)，求得矩形 $AEFD$ 的面积 $=$ 菱形 $ABCD$ 的面积，根据等腰三角形的性质得到 $AO=\dfrac{1}{2}AC=2$，$AB=4$，$BO=2\sqrt{3}$ 于是得到结论．

【解答】（1）证明：$\because$四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AD//BC$， $AD=BC$，

$\because CF=BE$，

$\therefore BC=EF$，

$\therefore AD//EF$， $AD=EF$，

$\therefore$四边形 $AEFD$ 是平行四边形，

$\because AE\perp BC$，

$\therefore \angle AEF=90^{\circ}$，

$\therefore$平行四边形 $AEFD$ 是矩形；

（2）$\because AB=CD$， $BE=CF$， $\angle AEB=\angle DFC=90^{\circ}$，

$\therefore \text{Rt}\Delta\text{ABE}\cong\text{Rt}\Delta\text{DCF}$（$HL$），

$\therefore$矩形 $AEFD$ 的面积$=$菱形 $ABCD$ 的面积，

$\because \angle ABC=60^{\circ}$，

$\therefore \Delta ABC$ 是等边三角形，

$\because AC=4$，

$\therefore AO=\dfrac{1}{2}AC=2$， $AB=4$， $BO=2\sqrt{3}$，

$\therefore$矩形 $AEFD$ 的面积$=$菱形 $ABCD$ 的面积$=\dfrac{1}{2}\times4\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$．

【点评】本题考查了矩形的判定和性质，菱形的性质，勾股定理，正确的识别图形是解题的关键．

26．【分析】（1）根据全等三角形的判定和性质以及正方形的性质解答即可；

（2）①根据题意画出图形即可；

②根据全等三角形的判定和性质以及正方形的性质解答．

【解答】解：（1）如图 1，当点 M 在边 BC 上时，则θ的取值范围是$0^{\circ}<\theta<45^{\circ}$， $\angle NCE=2\angle BAM$ ，理由如下：

$\because$当 M 与 B 重合时， $\angle BAM=\theta=0^{\circ}$，当 M 与 C 重合时，由正方形 $ABCD$ 可得， $\angle BAM=\angle BAC=\theta=45^{\circ}$，

$\therefore$点 M 在边 BC 上时，则θ的取值范围是$0^{\circ}<\theta\leqslant45^{\circ}$，

$\because$正方形 $ABCD$，

$\therefore AB=BC$， $\angle ABN=\angle CBN=45^{\circ}$，

在 ΔABN 与 ΔCBN 中

$$\begin{cases}AB=BC\\ \angle ABN=\angle CBN\\ BN=BN\end{cases}，$$

$\therefore \Delta ABN\cong\Delta CBN(SAS)$，

$\therefore \angle BAN=\angle NCB$，

$\because CE\perp AE$， 正方形 $ABCD$，

$\therefore \angle BAN+\angle AMB=90^{\circ}$， $\angle CME+\angle MCE=90^{\circ}$，

$\because \angle AMB=\angle CME$，

$\therefore \angle BAN=\angle CME$，

$\therefore \angle NCE=\angle NCB+\angle MCE=2\angle BAM$，

故答案为：$0^{\circ}<\theta\leqslant 45^{\circ}$，$\angle NCE=2\angle BAM$；

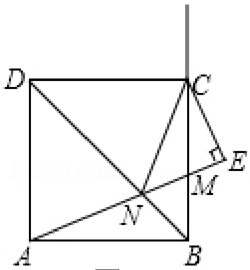


图1

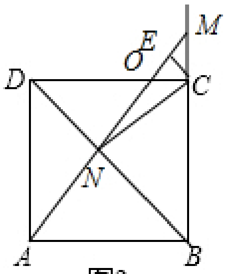


图2

（2）①如图 2，

② $\angle NCE$ 与 $\angle BAM$ 的数量关系发生变化，$\angle NCE=180^{\circ}-2\angle BAM$，理由如下：

$\because$ 正方形 $ABCD$，

$\therefore AD=DC$，$\angle ADN=\angle CDN=45^{\circ}$，

在 ΔADN 与 ΔCDN 中

$$\begin{cases} AD=DC \\ \angle ADN=\angle CDN \\ DN=DN \end{cases}，$$

$\therefore \Delta ADN\cong\Delta CDN(SAS)$，

$\therefore \angle DAN=\angle DCN=90^{\circ}-\angle BAM$，

$\because CE\perp AM$，正方形 $ABCD$，

$\therefore \angle OCE+\angle EOC=90^{\circ}$，$\angle DOA+\angle DAN=90^{\circ}$，

$\because \angle EOC=\angle DOA$，

$\therefore \angle OCE=\angle DAN=90^{\circ}-\angle BAM$，

$\therefore \angle NCE=\angle OCE+\angle DCN=90^{\circ}-\angle BAM+90^{\circ}-\angle BAM=180^{\circ}-2\angle BAM$．

【点评】本题主要考查了四边形的综合题，涉及全等三角形，正方形的性质，解答本题的关键是设计三角形全等，巧妙地借助两个三角形全等，寻找所求角与角之间的等量关系．

27.【分析】（1）当 $x>0$ 时，按照公式 $a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$（当且仅当 $a=b$ 时取等号）来计算即可；$x<0$ 时，由于 $-x>0$，$-\dfrac{1}{x}>0$，则也可以按照公式 $a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$（当且仅当 $a=b$ 时取等号）来计算；

（2）将 $y=\dfrac{x^2+3x+16}{x}$ 的分子分别除以分母，展开，将含 x 的项用题中所给公式求得最小值，再加上常数即可；

（3）设 $S_{\Delta BOC}=x$，已知 $S_{\Delta AOB}=4$，$S_{\Delta COD}=9$，则由等高三角形可知：$S_{\Delta BOC}:S_{\Delta COD}=S_{\Delta AOB}:S_{\Delta AOD}$，用含 x 的式子表示出 $S_{\Delta AOD}$，四边形 $ABCD$ 的面积用含 x 的代数式表示出来，再按照题中所给公式求得最小值，加上常数即可．

【解答】解：（1）当 $x>0$ 时，$x+\dfrac{1}{x}\geqslant 2\sqrt{x\cdot\dfrac{1}{x}}=2$；

当 $x<0$ 时，$x+\dfrac{1}{x}=-(-x-\dfrac{1}{x})$

$\because -x-\dfrac{1}{x}\geqslant 2\sqrt{(-x)\cdot(-\dfrac{1}{x})}=2$

$\therefore -(-x-\frac{1}{x})\leqslant -2$

$\therefore$当$x>0$时，$x+\frac{1}{x}$的最小值为2；当$x<0$时，$x+\frac{1}{x}$的最大值为-2.

故答案为：2；-2；

（2）由$y=\frac{x^2+3x+16}{x}=x+\frac{16}{x}+3$，

$\because x>0$，

$\therefore\ y=x+\frac{16}{x}+3\geqslant 2\sqrt{x\bullet\frac{16}{x}}+3=11$，

当$x=\frac{16}{x}$时，最小值为11.

（3）设$S_{\Delta BOC}=x$，已知$S_{\Delta AOB}=4$，$S_{\Delta COD}=9$

则由等高三角形可知：$S_{\Delta BOC}:S_{\Delta COD}=S_{\Delta AOB}:S_{\Delta AOD}$

$\therefore x:9=4:S_{\Delta AOD}$

$\therefore: S_{\Delta AOD}=\frac{36}{x}$

$\therefore$四边形$ABCD$面积$=4+9+x+\frac{36}{x}\geqslant 13+2\sqrt{x\bullet\frac{36}{x}}=25$

当且仅当$x=6$时取等号，即四边形$ABCD$面积的最小值为25.

【点评】本题考查了配方法在最值问题中的应用，同时本题还考查了分式化简和等高三角形的性质，本题难度中等略大，属于中档题.