

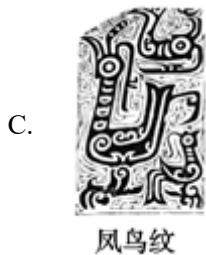


2022 北京陈经纶分校初二（下）期中

数 学

一、选择题

1. 彩陶、玉器、青铜器等器物以及壁画、织锦上美轮美奂的纹样，穿越时空，向人们呈现出古代中国丰富多彩的物质与精神世界，各种纹样经常通过平移、旋转、轴对称以及其它几何构架连接在一起，形成复杂而精美的图案. 以下图案纹样中，从整体观察（个别细微之处的细节忽略不计），大致运用了旋转进行构图的是（ ）.



2. 下列二次根式中，属于最简二次根式的是（ ）

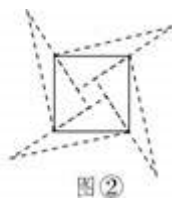
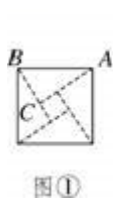
A. $\sqrt{0.3}$

B. $\sqrt{3x^2}$

C. $\sqrt{a^2+b^2}$

D. $\sqrt{8}$

3. 图①是我国古代著名的“赵爽弦图”的示意图，它是由四个全等的直角三角形围成的. 若 $AC=6$ ， $BC=5$ ，将四个直角三角形中的边长为 6 的直角边分别向外延长一倍，得到图②所示的“数学风车”，则这个风车的外围周长是（ ）



A. 51

B. 49

C. 76

D. 无法确定

4. 对于一次函数 $y = -2x + 4$ ，下列结论错误的是（ ）

A. 函数值随自变量 增大而减小

B. 函数的图象不经过第三象限

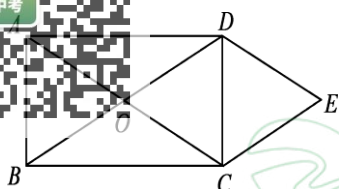
C. 函数的图象与 x 轴的交点坐标为 $(0, 4)$

D. 函数的图象向下平移 4 个单位长度得到 $y = -2x$ 的图象

5. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O ，且 $DE \parallel AC$ ， $CE \parallel BD$ ，若 $AC=2$ ，则四边形 $OCED$

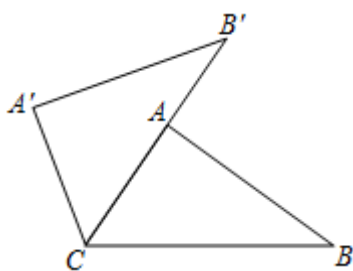


北京中考 ()



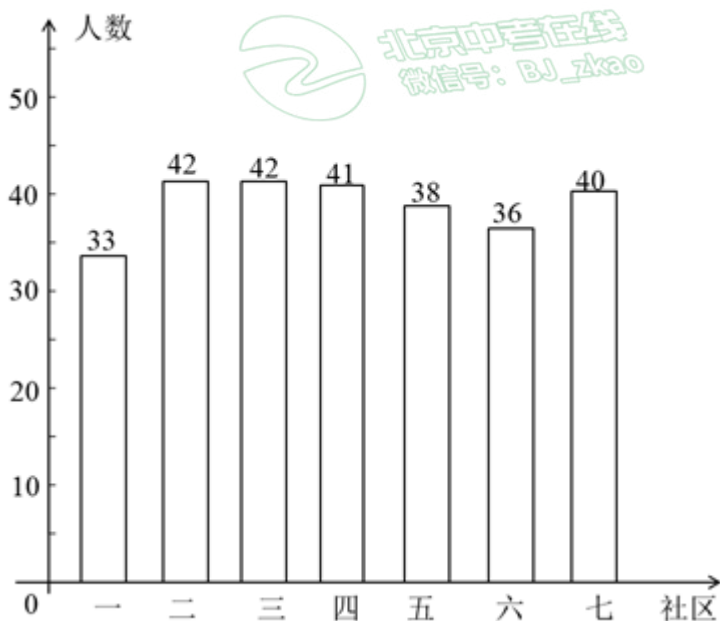
- A. 16
- B. 8
- C. 4
- D. 2

6. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$. 将 $Rt\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转 48° 得到 $Rt\triangle A'B'C$, 点 A 在边 $B'C$ 上, 则 $\angle B'$ 的大小为 ()



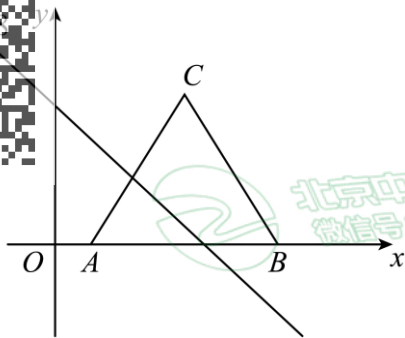
- A. 42°
- B. 48°
- C. 52°
- D. 58°

7. 小楠所在社会实践活动小组的同学们响应“垃圾分类, 从我做起”的号召, 主动到附近的 7 个社区宣传垃圾分类. 她们记录的各社区参加活动的人数如图所示, 那么这组数据的众数和中位数分别是 ()



- A. 42, 40
- B. 42, 38
- C. 2, 40
- D. 2, 38

8. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AC = BC = 13$, 把 $\triangle ABC$ 放在平面直角坐标系 xOy 中, 且点 A, B 的坐标分别为 $(2, 0), (12, 0)$, 将 $\triangle ABC$ 沿 x 轴向左平移, 当点 C 落在直线 $y = -x + 8$ 上时, 线段 AC 扫过的面积为 ()



A. 66

B. 108

C. 132

D. 162

二、填空题

9. 函数 $y = \sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

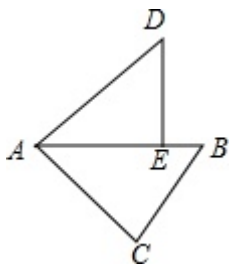
10. 若最简二次根式 $2\sqrt{3a-1}$ 与 $\sqrt{a+3}$ 是同类二次根式，则 a 的值为_____.

11. 已知 $P_1(-3, y_1)$, $P_2(2, y_2)$ 是一次函数 $y = 2x + 1$ 的图象上的两个点，则 y_1, y_2 的大小关系是_____.

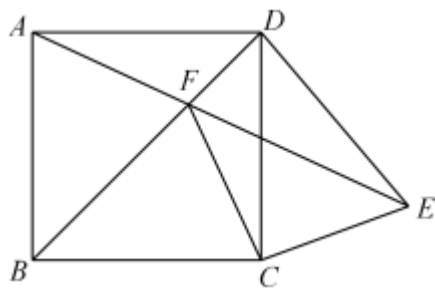
12. 在菱形 ABCD 中， $\angle A = 60^\circ$ ，其所对的对角线长为 4，则菱形 ABCD 的面积是_____.

13. 命题“等边三角形的三个内角相等”的逆命题是_____.

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转，使点 C 落在线段 AB 上的点 E 处，点 B 落在点 D 处，则 BD 的长为_____.



15. 如图，点 E 为正方形 ABCD 外一点，且 $ED = CD$ ，连接 AE，交 BD 于点 F. 若 $\angle CDE = 40^\circ$ ，则 $\angle DCF$ 的度数为_____.



16. 某校举办球赛，分为若干组，其中第一组有 A, B, C, D, E 五个队，这五个队要进行单循环赛，即每两个队之间要进行一场比赛，每场比赛采用三局两胜制，即三局中胜两局就获胜. 每场比赛胜负双方根据比分会获得相应的积分（如 2:0 与 2:1 的积分不同），积分均为正整数.



	A	B	C	D	E	获胜场数	总积分
A		2:1	2:0	1:2	2:0	x	13
B	1:2		m	0:2	1:2	0	y
C	0:2	n		1:2	2:1	2	p
D	2:1	2:0	2:1		1:2	3	12
E	0:2	2:1	1:2	2:1		2	9

小贴士：此处的“2:1”表示在E队与B队的这场比赛中E队赢两局，输一局，E队以2:1的比分战胜B队



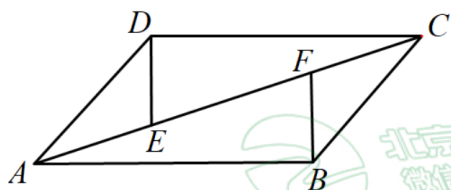
根据上表回答问题：

- 当B队的总积分 $y = 6$ 时，上表中 m 处应填___；
- 写出C队总积分 p 的所有可能值为___.

三、解答题

17. 计算： $(2\sqrt{48} - 3\sqrt{27}) \div \sqrt{6}$

18. 如图，AC为▭ABCD的对角线，点E、F在AC上，且AE = CF，求证：DE = BF.



19. 利用勾股定理可以在数轴上画出表示 $\sqrt{20}$ 的点，请依据以下思路完成画图，并保留画图痕迹：

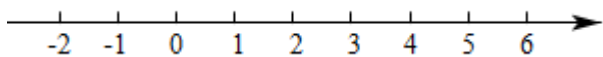
第一步：（计算）尝试满足 $\sqrt{20} = \sqrt{a^2 + b^2}$ ，使其中 a, b 都为正整数.你取的正整数 $a = \underline{\quad}$ ，
 $b = \underline{\quad}$ ；

第二步：（画长为 $\sqrt{20}$ 的线段）以第一步中所取的正整数 a, b 为两条直角边长画 $Rt\triangle OEF$ ，使 O 为原点，点 E 落在数轴的正半轴上， $\angle OEF = 90^\circ$ ，则斜边 OF 的长即为 $\sqrt{20}$.

请在下面的数轴上画图：（第二步不要求尺规作图，不要求写画法）

第三步：（画表示 $\sqrt{20}$ 的点）在下面的数轴上画出表示 $\sqrt{20}$ 的点 M ，并描述第三步的画图步骤：

_____.



20. “一带一路”战略为民营快递企业转变为跨境物流商提供了机遇. 也让国民可以足不出户地买到世界各国的商品. 小丝购买了一些物品，并了解到两家快递公司的收费方式.

甲公司：物品重量不超过1千克的，需付费20元，超过1千克的部分按每千克4元计价.

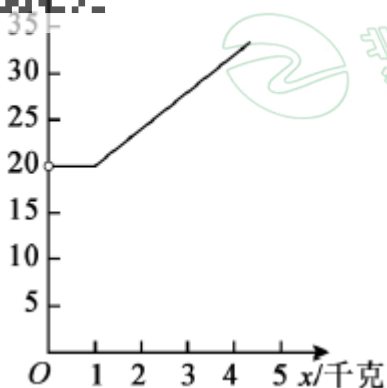
乙公司：按物品重量每千克7元计价，外加一份包装费10元.

设物品的重量为 x 千克，甲、乙公司快递该物品的费用分别为 $y_{甲}$ ， $y_{乙}$.

- 写出 $y_{乙}$ 与 x 的函数表达式；



给出了 $y_{甲}$ 与 x 的函数图象，请在图中画出 (1) 中的函数图象；



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

(3) 小丝需要快递的物品重量为 4 千克，如果想节省费用，结合图象指出，应选择的快递公司 是_____。

21. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = AD$ ， $CB = CD$ ，我们把这种两组邻边分别相等的四边形叫做筝形。

根据学习平行四边形性质的经验，小文对筝形的性质进行了探究。

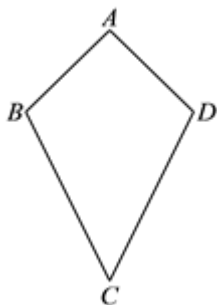
(1) 小文根据筝形的定义得到筝形边的性质是_____；

(2) 小文通过观察、实验、猜想、证明得到筝形角的性质是“筝形有一组对角相等”。

请你帮他证明过程补充完整。

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao



已知：如图，在筝形 $ABCD$ 中， $AB = AD$ ， $CB = CD$ 。

求证：_____。

证明：

(3) 小文连接筝形 两条对角线，探究得到筝形对角线的性质是_____。（写出一条即可）

22. 2016 年 9 月开始，初二级的同学们陆续到北京农业职业技术学院进行了为期一周的学农教育活动。丰富的课程开阔了同学们的视野，其中“酸奶的制作”课程深受同学们喜爱。学农 1 班和学农 2 班的同学们经历“煮奶—降温—发酵—后熟”四步，制作了“凝固型”酸奶。现每班随机抽取 10 杯酸奶做样本（每杯 100 克），记录制作时所添加蔗糖克数如表 1、表 2 所示。

表 1 学农 1 班所抽取酸奶添加蔗糖克数统计表

(单位:克)



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	4.5	5.8	5.4	6.9	4.2	7	4.9	5.8	9.8	6.8

表2 学农2班所抽取酸奶添加蔗糖克数统计表 (单位:克)

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
蔗糖质量	7.4	4.9	7.8	4.1	7.2	5.8	7.6	6.8	4.5	4.9

据研究发现,若蔗糖含量在5%~8%,即100克酸奶中,含糖5~8克的酸奶口感最佳.两班所抽取酸奶的相关统计数据如表3所示.

表3 两班所抽取酸奶的统计数据表

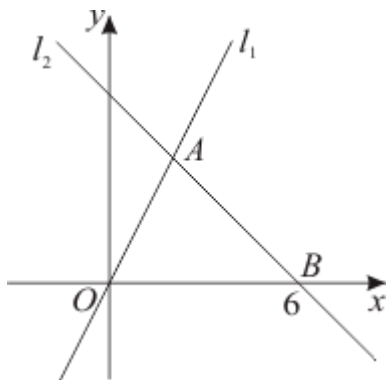
	酸奶口感最佳的杯数 (杯)	每杯酸奶中添加的 蔗糖克数平均值(克)	每杯酸奶中添加的 蔗糖克数的方差
学农1班	x	6.11	2.39
学农2班	6	6.1	1.81

根据以上材料回答问题:

(1) 表3中, $x =$ _____:

(2) 根据以上信息,你认为哪个学农班的同学制作的酸奶整体口感较优?请说明理由.

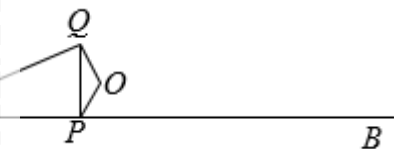
23. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,直线 $l_1: y = mx (m \neq 0)$ 与直线 $l_2: y = ax + b (a \neq 0)$ 相交于点 $A(2, 4)$, 直线 l_2 与 x 轴交于点 $B(6, 0)$.



(1) 分别求直线 l_1 和 l_2 的表达式;

(2) 过动点 $P(n, 0)$ 且垂直于 x 轴的直线与 l_1, l_2 的交点分别为 C, D , 当点 C 位于点 D 上方时,请直接写出 n 的取值范围.

24. 如图, P 是线段 AB 上的一点, $AB = 6\text{cm}$, O 是 AB 外一定点, 连接 OP , 将 OP 绕点 O 顺时针旋转 120° 得 OQ , 连接 PQ, AQ .



小腾根据学习函数的经验，对线段 AP , PQ , AQ 的长度之间的关系进行了探究.

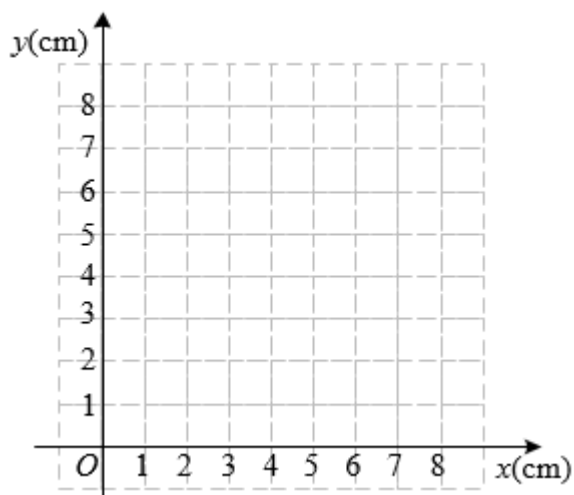
下面是小腾的探究过程，请补充完整：

(1) 对于点 P 在 AB 上的不同位置，画图、测量，得到了线段 AP , PQ , AQ 的长度（单位：cm）的几组值，如下表：

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7
AP	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00
PQ	4.00	2.31	0.84	1.43	3.07	4.77	6.49
AQ	4.00	3.08	2.23	1.57	1.40	1.85	2.63

小腾发现：在 AP , PQ , AQ 的长度这三个量中，若 AP 的长度是自变量，则 PQ 的长度和 AQ 的长度都是自变量 AP 的函数，请判断小腾的发现是否正确. ____（填“正确”或“不正确”）.

(2) 若小腾的发现是正确的，请在同一平面直角坐标系 xOy 中，画出 (1) 中所确定的函数的图象；若小腾的发现是错误的，请重新确定自变量和函数，并在同一平面直角坐标系 xOy 中，画出你所确定的函数的图象.



(3) 结合函数图象，解决问题：若点 P 与点 A 不重合，且当 $AQ = PQ$ 时，线段 AP 的长度约为 _____ cm.（精确到 0.1）

25. 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, 过点 B 作 BC 的垂线 l . 点 P 为直线 AB 上的一个动点（不与点 A, B 重合），将射线 PC 绕点 P 顺时针旋转 90° 交直线 l 于点 D .

(1) 如图 1，点 P 在线段 AB 上，依题意补全图形；

①求证： $\angle BDP = \angle PCB$ ；

②用等式表示线段 BC, BD, BP 之间的数量关系，并证明.



在线段 AB 的延长线上，直接写出线段 BC , BD , BP 之间的数量关系.

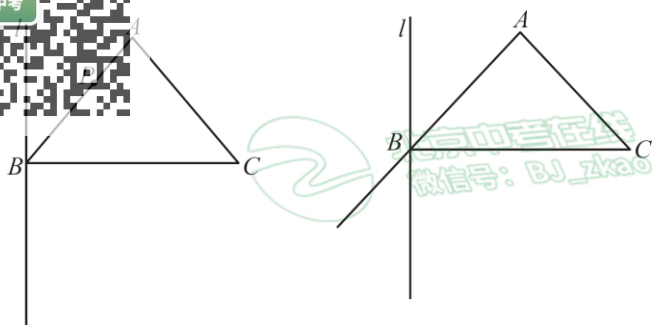
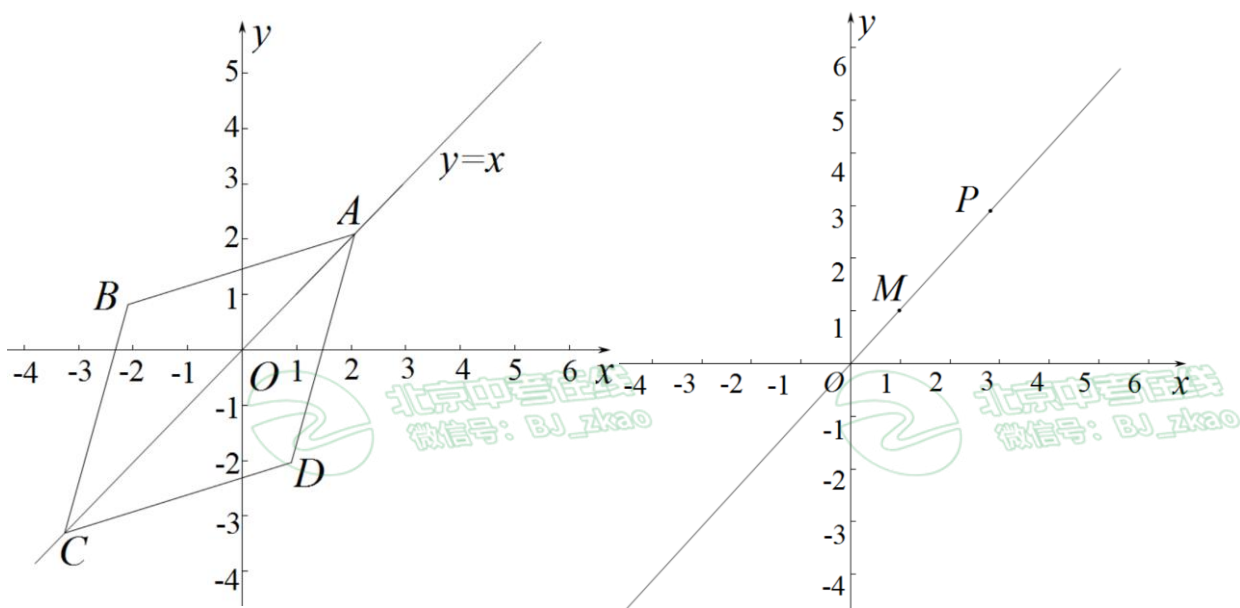


图1

备用图

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，如果点 A , 点 C 为某个菱形的一组对角的顶点，且点 A, C 在直线 $y = x$ 上，那么称该菱形为点 A, C 的“极好菱形”，下图为点 A, C 的“极好菱形”的一个示意图.



已知点 M 的坐标为 $(1, 1)$ ，点 P 的坐标为 $(3, 3)$.

- (1) 点 $E(2, 1)$, $F(1, 3)$, $G(4, 0)$ 中，能够成为点 M, P 的“极好菱形”的顶点的是___;
- (2) 如果四边形 $MNPO$ 是点 M, P 的“极好菱形”.
 - ①当点 N 坐标为 $(3, 1)$ 时，求四边形 $MNPQ$ 的面积;
 - ②当四边形 $MNPQ$ 的面积为 12，且与直线 $y = x + b$ 有公共点时，直接写出 b 的取值范围.



参考答案

四、选择题

1. 【答案】B

【解析】

【分析】根据旋转的性质与特点判断即可.

【详解】解：A、图中利用的是对称，错误；

B、图中利用的是旋转，正确；

C、图中利用的位似，错误；

D、图中利用的是平移，错误；

故选：B.

【点睛】此题考查旋转问题，关键是根据旋转、对称、平移、位似的特点解答.

2. 【答案】C

【解析】

【分析】根据最简二次根式 条件进行判断即可.

【详解】对 A， $\sqrt{0.3}$ ，被开方数是分数，不是最简二次根式，不符合题意；

对 B， $\sqrt{3x^2}$ ，含有可开方的因数，不是最简二次根式，不符合题意；

对 C， $\sqrt{a^2+b^2}$ ，符合最简条件，是最简二次根式，符合题意正确；

对 D， $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ ，不是最简二次根式，故本选项不符合题意；

故选 C.

【点睛】本题考查 是最简二次根式的概念，被开方数不含分母、被开方数中不含能开得尽方的因数或因式的二次根式，叫做最简二次根式.

3. 【答案】C

【解析】

【详解】试题解析：依题意得，设“数学风车”中的四个直角三角形的斜边长为 x ，则

$$x^2=12^2+5^2=169,$$

解得 $x=13$.

故“数学风车”的周长是： $(13+6) \times 4=76$.

故选：C.

4. 【答案】C

【解析】

【分析】根据一次函数的图象和性质，平移的规律以及函数图象与坐标轴的交点的求法即可判断.

【详解】解：A、 $\because k=-2<0$ ， \therefore 函数值随自变量的增大而减小，故选项不符合题意；

B、 $\because k=-2<0$ ， $b=4>0$ ，函数经过第一、二、四象限，不经过第三象限，故选项不符合题意；



时, $x=2$, 则函数图象与 x 轴交点坐标是 $(2, 0)$, 故选项符合题意;

将函数图象向下平移 4 个单位长度得 $y=-2x+4-4=-2x$, 故选项不符合题意;

【点睛】 本题考查了一次函数的图象和性质, 一次函数图象平移, 在直线 $y=kx+b$ 中, 当 $k>0$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $k<0$ 时, y 随 x 的增大而减小.

5. **【答案】** C

【解析】

【分析】 根据矩形的对角线互相平分且相等, 得到 $OD=OC=\frac{1}{2}AC$, 再利用两对边平行的四边形为平行四边形得到四边形 OCED 为平行四边形, 利用邻边相等的平行四边形为菱形得到四边形 OCED 为菱形, 即可求出其周长.

【详解】 解: \because 四边形 ABCD 为矩形,

$\therefore OA=OC, OB=OD$, 且 $AC=BD=2$,

$\therefore OA=OB=OC=OD=\frac{1}{2}AC=1$,

$\because CE \parallel BD, DE \parallel AC$,

\therefore 四边形 OCED 为平行四边形,

$\because OD=OC$,

\therefore 四边形 OCED 为菱形,

$\therefore OD=DE=EC=OC=1$,

则四边形 OCED 的周长为 $1+1+1+1=4$.

故选 C.

【点睛】 本题考查矩形的性质, 菱形的判定与性质, 熟练掌握菱形的判定与性质是解题的关键.

6. **【答案】** A

【解析】

【详解】 解: \because 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, 将 $Rt\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转 48° 得到 $Rt\triangle A'B'C'$

$\therefore \angle A'=\angle BAC=90^\circ, \angle ACA'=48^\circ$,

$\therefore \angle B'=90^\circ - \angle ACA'=42^\circ$.

故选 A.

7. **【答案】** A

【解析】

【分析】 根据众数和中位数的定义分别进行解答即可.

【详解】 解: 在这一组数据中 42 是出现次数最多的, 故众数是 42;

而将这组数据从小到大的顺序排列后, 处于中间位置的那个数是 40, 由中位数的定义可知, 这组数据的中位数是 40.

故选: A.



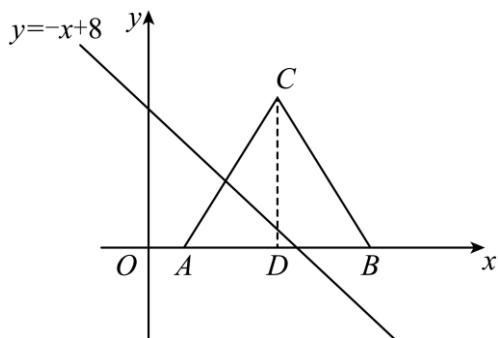
本题考查统计的有关知识，找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数（或两个数的平均数）为中位数；众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不只一个，正确理解众数及中位数的定义是解题的关键。

8. 【答案】C

【解析】

【分析】过点 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D ，由点 A 、 B 的坐标利用勾股定理可求出点 C 的坐标，再利用一次函数图象上点的坐标特征可求出点 C 移动后的坐标，借助平行四边形的面积即可得出线段 AC 扫过的面积。

【详解】过点 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D ，如图所示。



\because 点 A 、 B 的坐标分别为 $(2, 0)$ 、 $(12, 0)$ ， $AC=BC=13$ ，

$$\therefore AD=BD=\frac{1}{2}AB=5,$$

$$\therefore CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=12.$$

\therefore 点 C 的坐标为 $(7, 12)$ 。

当 $y=12$ 时，有 $12=-x+8$ ，

解得： $x=-4$ ，

\therefore 点 C 平移后的坐标为 $(-4, 12)$ 。

$\therefore \triangle ABC$ 沿 x 轴向左平移 $7-(-4)=11$ 个单位长度，

\therefore 线段 AC 扫过的面积 $S=11CD=132$ 。

故选：C。

【点睛】此题考查坐标与图形变化-平移，等腰三角形的性质，一次函数图象上点的坐标特征，作辅助线构造直角三角形是解题关键。

二、填空题

9. 【答案】 $x \geq 2$

【解析】

【分析】根据被开方式是非负数列式求解即可。

【详解】解：依题意，得 $x-2 \geq 0$ ，

解得： $x \geq 2$ ，

故答案为 $x \geq 2$ 。

【点睛】本题考查了函数自变量的取值范围，函数有意义时字母的取值范围一般从几个方面考虑：①当函



①当函数解析式是整式时，字母可取全体实数；②当函数解析式是分式时，考虑分式的分母不能为0；③当函数解析式是二次根式时，被开方数为非负数。④对于实际问题中的函数关系式，自变量的取值除必须使表达式有意义外，还要保证实际问题有意义。

10. 【答案】2

【解析】

【分析】根据同类二次根式定义，它们的被开方数相同，列出方程求解。

【详解】解： \because 最简二次根式 $2\sqrt{3a-1}$ 与 $\sqrt{a+3}$ 是同类二次根式，

$\therefore 3a-1=a+3$ ，解得 $a=2$ ，

故答案为：2.

【点睛】本题考查同类二次根式的概念，同类二次根式是化为最简二次根式后，被开方数相同的二次根式称为同类二次根式。

11. 【答案】 $y_1 < y_2$

【解析】

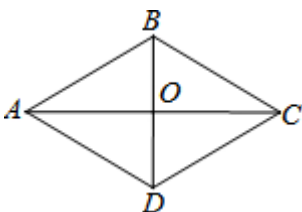
【详解】把 $P_1(-3, y_1)$ ， $P_2(2, y_2)$ 代入 $y = 2x + 1$ 可得 $y_1 = -5$ ， $y_2 = 2$ ，所以 $y_1 < y_2$.

12. 【答案】 $8\sqrt{3}$

【解析】

【分析】直接利用菱形的性质结合勾股定理得出菱形的另一条对角线的长，进而利用菱形面积求法得出答案。

【详解】如图所示：



\because 在菱形 ABCD 中， $\angle BAD = 60^\circ$ ，其所对的对角线长为4，

\therefore 可得 $AD = AB$ ，故 $\triangle ABD$ 是等边三角形，

则 $AB = AD = 4$ ，

故 $BO = DO = 2$ ，

则 $AO = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ ，

故 $AC = 4\sqrt{3}$ ，

则菱形 ABCD 的面积是： $\frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$ 。

故答案为 $8\sqrt{3}$ 。

【点睛】此题主要考查了菱形的性质以及勾股定理，正确得出菱形的另一条对角线的长是解题关键。

13. 【答案】三个内角相等的三角形是等边三角形

【解析】



逆命题就是原命题的题设和结论互换,找到原命题的题设为等边三角形,结论为三个内角相等,互换

解:命题“等边三角形的三个内角相等”的逆命题是“三个内角相等的三角形是等边三角形”.

【点睛】本题考查逆命题的概念,解决本题的关键是熟练掌握逆命题的概念,知道题设和结论互换.

14. 【答案】 $\sqrt{10}$

【解析】

【分析】由旋转的性质可求得 AE、DE,由勾股定理可求得 AB,则可求得 BE,连接 BD,在 Rt△BDE 中可求得 BD 的长.

【详解】在△ABC 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=4$, $BC=3$,

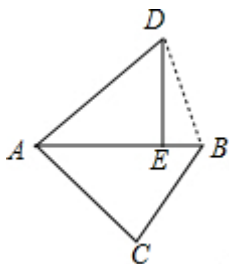
$$\therefore AB=5,$$

$\because \triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转得到△AED,

$$\therefore \angle DEA=\angle C=90^\circ, AE=AC=4, DE=BC=3,$$

$$\therefore BE=AB-AE=5-4=1,$$

连接 BD,



$$\text{Rt}\triangle BDE \text{ 中, 由勾股定理可得 } BD=\sqrt{DE^2+BE^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10},$$

即 B、D 两点间的距离为 $\sqrt{10}$,

故答案为 $\sqrt{10}$.

【点睛】本题主要考查旋转的性质,掌握旋转前后对应线段相等、对应角相等是解题的关键.

15. 【答案】 25°

【解析】

【分析】根据正方形性质和已知得: $AD=DE$, 利用等腰三角形性质计算 $\angle DAE=25^\circ$, 证明 $\triangle ADF \cong \triangle CDF$ (SAS), 可得 $\angle DCF=\angle DAF=25^\circ$.

【详解】解: \because 四边形 ABCD 是正方形,

$$\therefore AD=DC, \angle ADC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB=\angle BDC=45^\circ,$$

$$\therefore DC=DE,$$

$$\therefore AD=DE,$$

$$\therefore \angle DAE=\angle DEA,$$

$$\therefore \angle ADE=90^\circ+40^\circ=130^\circ,$$



$$\frac{180^\circ - 130^\circ}{2} = 25^\circ,$$

在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} AD = DC \\ \angle ADB = \angle BDC, \\ DF = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CDF$ (SAS),

$\therefore \angle DCF = \angle DAF = 25^\circ,$

故答案为: 25° .

【点睛】 本题考查了正方形的性质、三角形全等的性质和判定、等腰三角形的性质、三角形内角和定理, 属于基础题, 熟练掌握正方形的性质是关键.

16. **【答案】** ①. 0: 2 ②. 9 或 10

【解析】

【分析】 (1) 每场比赛的结果有四种: 0: 2, 1: 2, 2: 1, 2: 0, 设以上四种得分为 a, b, c, d , 且 $a < b < c < d$, 根据 E 和 A 的总分可得关于 a, b, c, d 的等式, 化简即可得出 a, b, c, d 的值, 设 m 对应的积分为 x , 根据题意得关于 x 的方程, 解得 x 的值, 则可得答案;

(2) C 队胜 2 场, 分两种情况: 当 C, B 结果为 2: 0 时; 当 C, B 的结果为 2: 1 时, 分别计算出 p 的值即可.

【详解】 解: (1) 由题可知: 每场比赛的结果有四种:

0: 2, 1: 2, 2: 1, 2: 0,

根据题意可知每种结果都会得到一个正整数积分, 设以上四种得分为 a, b, c, d , 且 $a < b < c < d$,

根据 E 的总分可得: $a+c+b+c=9$,

$$\therefore a=1, b=2, c=3,$$

根据 A 的总分可得: $c+d+b+d=13$,

$$\therefore d = (13 - c - b) \div 2$$

$$= (13 - 3 - 2) \div 2$$

$$= 4,$$

设 m 对应的积分为 x ,

当 $y=6$ 时, $b+x+a+b=6$, 即 $2+x+1+2=6$,

$$\therefore x=1,$$

$\therefore m$ 处应填 0: 2;

(2) $\because C$ 队胜 2 场,

\therefore 分两种情况: 当 C, B 的结果为 2: 0 时,

$$p=1+4+3+2=10;$$

当 C, B 的结果为 2: 1 时,



$x^2=9$;

∴ 积分 p 的所有可能值为 9 或 10.

故答案为: 9 或 10.

【点睛】本题考查了统计表在比赛积分问题中的应用, 读懂表格中的数据, 理清题中的数量关系是解题的关键.

三、解答题

17. 【答案】 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

【解析】

【分析】根据根式的化简原则化简计算即可.

【详解】解: 原式 $= (8\sqrt{3} - 9\sqrt{3}) \div \sqrt{6}$

$$= (-\sqrt{3}) \div \sqrt{6}$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

【点睛】本题主要考查根式的计算, 是基本知识点, 应当熟练的计算.

18. 【答案】见解析

【解析】

【分析】由平行四边形的性质得到 $AD = CB$, $AD \parallel BC$, 再利用边角边证明 $\triangle ADE \cong \triangle CBF$, 即可得到 $DE = BF$

【详解】证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = CB, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BCF,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 中,

$$\begin{cases} AD = CB \\ \angle DAE = \angle BCF \\ AE = CF \end{cases},$$

$$\triangle ADE \cong \triangle CBF (SAS)$$

$$\therefore DE = BF.$$

【点睛】本题考查了平行四边形的性质和三角形全等的证明, 熟练掌握是解题的关键

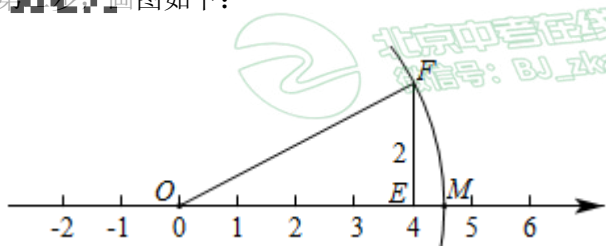
19. 【答案】第一步: 4, 2; 第二步: 画图见解析; 第三步: 以原点 O 为圆心, OF 长为半径作弧, 弧与数轴正半轴 交点即为点 M , 画图见解析.

【解析】



解：第一步：∵ $\sqrt{20} = \sqrt{4^2 + 2^2}$ ，

画图如下：



第三步，作图如上，以原点 O 为圆心， OF 长为半径作弧，弧与数轴正半轴的交点即为点 M 。

20. 【答案】(1) $y_Z = 7x + 10$ ；(2) 详见解析；(3) 甲。

【解析】

【分析】(1) 根据乙公司的快递费用 = $7 \times$ 物品重量 + 10，即可得出 y_Z 与 x 的函数表达式；

(2) 根据一次函数图象上点的坐标特征找出 y_Z 与 x 的函数图象经过的两点，描点、连线，即可画出 (1) 中的函数图象；

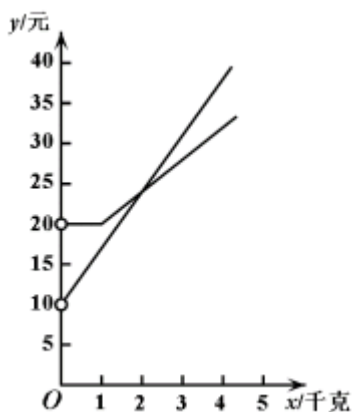
(3) 根据数量关系找出 $y_{甲}$ 与 x 的函数表达式，令 $y_{甲} = y_Z$ 求出费用相等时 x 的值，结合函数图象即可找出结论。

【详解】解：(1) 根据题意可知： y_Z 与 x 的函数表达式为： $y_Z = 7x + 10$ ；

(2) 当 $x=0$ 时， $y_Z = 7x + 10 = 10$ ；

当 $x=1$ 时， $y_Z = 7x + 10 = 17$ 。

描点、连点成线，画出函数图象，如图所示。



(3) 根据题意可知： $y_{甲}$ 与 x 的函数表达式为： $y_{甲} = \begin{cases} 20(0 < x \leq 1) \\ 4x + 16(x > 1) \end{cases}$ 。

当 $y_{甲} = y_Z$ 时，有 $7x + 10 = 4x + 16$ ，

解得： $x = 2$ 。

观察函数图象可知：当 $x > 2$ 时， $y_{甲}$ 与 x 的函数图象在 y_Z 与 x 的函数图象的下方，

∴ 当 $x = 4$ 时，选择甲公司费用较低。

故答案为甲。



本题考查了一次函数的应用、一次函数的图象以及一次函数图象上点的坐标特征，解题的关键

根据数量关系，找出 y_2 与 x 的函数表达式；(2) 利用一次函数图象上点的坐标特征找出 y_2 与 x

的函数图象经过的两点坐标；(3) 观察函数图象解决问题.

21. 【答案】(1) 筝形的两组邻边分别相等 (2) $\angle B = \angle D$ (3) 筝形的两条对角线互相垂直

【解析】

【详解】试题分析：(1) 根据筝形的定义即可得筝形边的性质；(2) $\angle B = \angle D$ ，连接 AC ，利用 SSS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ，即可得结论；(3) 根据线段垂直平分线的判定即可得筝形的两条对角线互相垂直.

试题解析：

(1) 筝形的两组邻边分别相等.

(2) $\angle B = \angle D$.

证明：连接 AC .

$\because AB = AD, CB = CD, AC = AC,$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ (SSS).

$\therefore \angle B = \angle D$.

(3) 筝形的两条对角线互相垂直

22. 【答案】(1) 6. (2) 学农 2 班的同学制作的酸奶整体口感较优，理由见解析.

【解析】

【详解】(1) 6.

(2) 学农 2 班的同学制作的酸奶整体口感较优.

理由如下：所抽取的样本中，两个学农班酸奶口感最佳的杯数一样，每杯酸奶中所添加蔗糖克数的平均值基本相同，学农 2 班的方差较小，更为稳定.

23. 【答案】(1) 直线 l_1 的表达式为 $y=2x$ ，直线 l_2 的表达式为 $y=-x+6$

(2) $n > 2$

【解析】

【分析】(1) 利用待定系数法求直线 l_1, l_2 的表达式；

(2) 方法 1：当点 C 位于点 D 上方时，根据图象写出结果.

方法 2：把 $x=n$ 分别代入直线 l_1 与直线 l_2 的解析式，求出 C, D 两点的纵坐标，根据点 C 位于点 D 上方，列出关于 n 的不等式，即可求解.

【小问 1 详解】

解： \because 点 $A(2, 4)$ 在 $l_1: y=mx$ 上，

$\therefore 2m=4,$

$\therefore m=2,$

\therefore 直线 l_1 的表达式为 $y=2x,$

\because 点 $A(2, 4)$ 和 $B(6, 0)$ 在直线 $l_2: y=ax+b$ 上，



$$=4, \text{ 解得: } \begin{cases} a = -1 \\ b = 6 \end{cases},$$

与直线的表达式为 $y = -x + 6$;

【小问 2 详解】

解：方法 1：当点 C 位于点 D 上方时，

由图象得， n 的取值范围是： $n > 2$.

方法 2：当 $x = n$ 时，

$$y_C = 2n, y_D = -n + 6,$$

\because 点 C 位于点 D 上方，

$$\therefore 2n > -n + 6,$$

解得 $n > 2$.

【点睛】 本题考查用待定系数法求解函数解析式、两直线平行和相交的问题，明确待定系数法只需把所给的点的坐标代入函数表达式列方程或方程组解出即可，同时利用数形结合的思想求 n 的取值.

24. **【答案】** (1) 正确 (2) 见解析

(3) 3.1

【解析】

【分析】 (1) 根据变量的定义即可求解；

(2) 依据表格中的数据描点、连线即可得；

(3) 利用图象法，求两函数图象交点的横坐标即可.

【小问 1 详解】

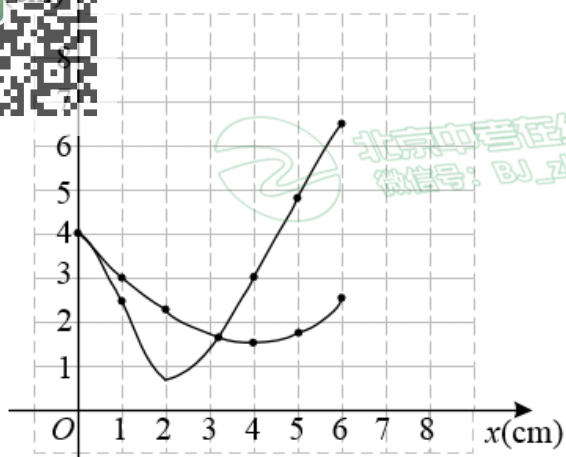
解：当 AP 长度取一值时，则 PQ 、 AQ 都有唯一一个值与之对应，根据变量的定义， AP 是自变量， PQ 、 AQ 是因变量，即 PQ 、 AQ 是 AP 的函数，

故小腾的发现正确，

故答案为：正确；

【小问 2 详解】

解：依据表格中的数据描点、连线即可得；



【小问3详解】

解：当 $AQ=PQ$ 时，即为两个函数图象的交点，

从图上看，交点的横坐标大约为 0cm 或 3.1cm ，

\because 点 P 与点 A 不重合，

$\therefore AP \approx 3.1\text{cm}$ ，

故答案为：3.1.

【点睛】本题是动点问题的函数图象，解题的关键是理解题意，学会利用数形结合的思想思考问题，属于中考常考题型.

25. 【答案】(1) 见解析；①见解析；② $BC-BD=\sqrt{2}BP$ ；见解析；(2) $BD-BC=\sqrt{2}BP$

【解析】

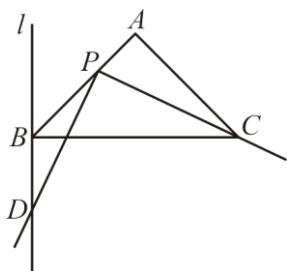
【分析】(1) 根据题意补全图形即可：

① 设 PD 与 BC 的交点为 E ，根据三角形内角和定理可求解；

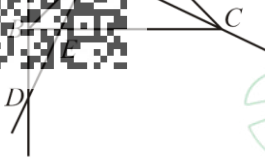
② 过点 P 作 $PF \perp BP$ 交 BC 于点 F 。证明 $\triangle BPD \cong \triangle FPC$ ，即可得到结论；

(2) 过点 P 作 $PH \perp BP$ 交 CB 的延长线于点 H ，证明 $\triangle HPC \cong \triangle BPD$ 即可。

【详解】解：(1) 补全图形，如图。



① 证明：如图①，设 PD 与 BC 的交点为 E 。



图①

根据题意可知， $\angle CPD=90^\circ$.

$\because BC \perp l,$

$\therefore \angle DBC=90^\circ.$

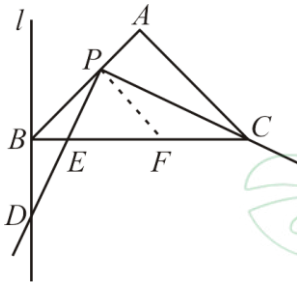
$\therefore \angle BDP + \angle BED = 90^\circ, \angle PCB + \angle PEC = 90^\circ.$

$\because \angle BED = \angle PEC$

$\therefore \angle BDP = \angle PCB.$

② $BC - BD = \sqrt{2} BP.$

证明：如图②，过点 P 作 $PF \perp BP$ 交 BC 于点 F.



图②

$\because AB = AC, \angle A = 90^\circ,$

$\therefore \angle ABC = 45^\circ.$

$\therefore BP = PF, \angle PFB = 45^\circ.$

$\therefore \angle PBD = \angle PFC = 135^\circ.$

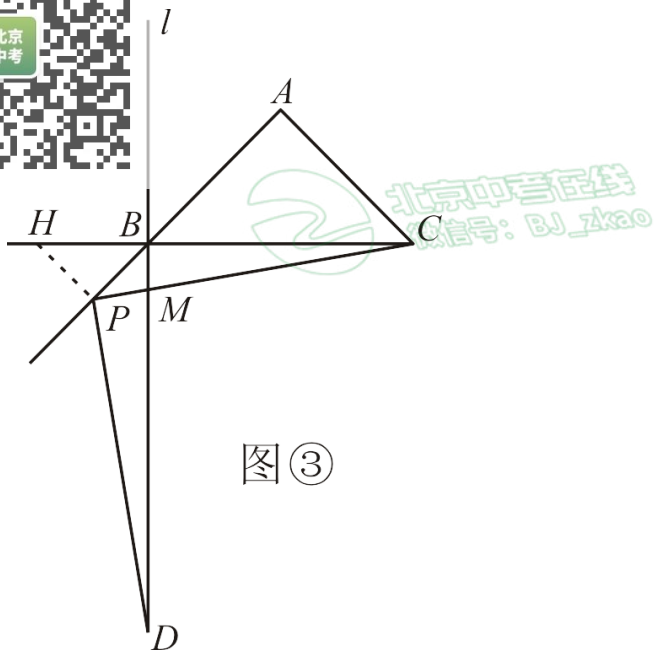
$\therefore \triangle BPD \cong \triangle FPC.$

$\therefore BD = FC.$

$\because BF = \sqrt{2} BP,$

$\therefore BC - BD = \sqrt{2} BP.$

(3) 过点 P 作 $PH \perp BP$ 交 CB 的延长线于点 H，如图③，



图③

$\because \angle DPC = \angle CBM = 90^\circ, \angle PMD = \angle BMC$

$\therefore \angle PDM = \angle BCM$

$\because \angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$

$\therefore \angle HBP = 45^\circ$

$\therefore \angle DBP = 45^\circ$

$\because \angle BPH = 90^\circ$

$\therefore \angle BHP = 45^\circ$

$\therefore HP = BP$

$\therefore HB = \sqrt{2}PB$

又 $\angle DPC = 90^\circ$

$\therefore \angle HPC = \angle BPD,$

在 $\triangle HPC$ 和 $\triangle BPD$ 中,

$$\begin{cases} HP = BP \\ \angle BPD = \angle HPC \\ \angle PHC = \angle PBD \end{cases}$$

$\therefore \triangle HPC \cong \triangle BPD$

$\therefore BD = HC = HB + BC = \sqrt{2}BP + BC$

$\therefore BD - BC = \sqrt{2}BP.$

【点睛】 此题主要考查了三角形全等的判定与性质，以及等腰直角三角形的性质运用和勾股定理的应用，熟练掌握相关定理与性质是解答此题的关键。

26. **【答案】** (1) F, G (2) ①4; ② $-5 \leq b \leq 5$

【解析】

【分析】 (1) 如图 1 中，观察图象可知： F, G 能够成为点 M, P 的“极好菱形”顶点。

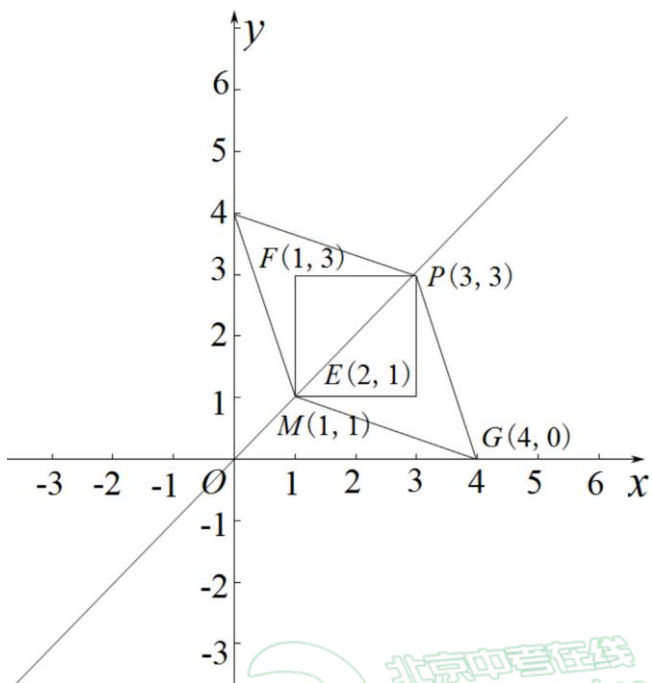


图2中，根据已知三点的坐标可得极好菱形，根据菱形面积公式可得结果；

根据菱形的性质得： $QN \perp MP$ ，且对角线互相平分，再得出 $\triangle EMN$ 是等腰直角三角形，进而得出 N 和 Q 的坐标，最后根据四边形 $MNPQ$ 与直线 $y=x+b$ 有公共点，得出结论。

【小问1详解】

解：如图1中，观察图象可知： F, G 能够成为点 M, P 的“极好菱形”顶点。



故答案为： F, G 。

【小问2详解】

①如图， $M(1, 1), P(3, 3), N(3, 1)$,

设点 Q 的坐标为 (x, y) ,

$$\text{则} \begin{cases} \frac{1}{2}(1+3) = \frac{1}{2}(x+3) \\ \frac{1}{2}(1+3) = \frac{1}{2}(y+1) \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$$

\therefore 点 Q 的坐标为 $(1, 3)$,

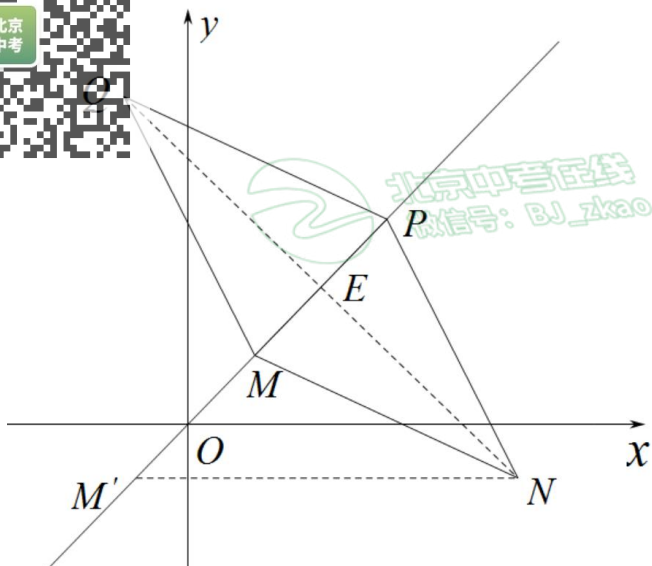
由点 P, M 的坐标得,

$$PM = \sqrt{(3-1)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\text{同理可得 } QN = \sqrt{(3-1)^2 + (1-3)^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\text{则边长 } MNPQ \text{ 的面积} = \frac{1}{2} PM \cdot QN = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4;$$

②如图，作直线 QN ，交 x 轴于 A ，过点 N 作 x 轴的平行线交 $y=x$ 于点 M' ，



∵点 M 的坐标为 $(1, 1)$ ，点 P 的坐标为 $(3, 3)$ ，

$$\therefore PM = 2\sqrt{2},$$

∵四边形 $MNPQ$ 的面积为 12，

$$\therefore \text{四边形 } MNPQ \text{ 的面积} = \frac{1}{2} PM \cdot QN = 12,$$

$$\therefore QN = 6\sqrt{2},$$

∵四边形 $MNPQ$ 是菱形，

$$\therefore QN \perp MP, EM = \sqrt{2}, EN = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore M(1, 1),$$

$$\therefore OM = \sqrt{2},$$

$$\therefore OE = 2\sqrt{2},$$

∵ M 和 P 在直线 $y=x$ 上，

$$\therefore \angle MOA = 45^\circ,$$

∴ $\triangle EMN$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore EM' = EN = 3\sqrt{2},$$

则点 $M'(-1, -1)$ ，

∴点 N 的纵坐标为 -1 ，

∴点 N 的坐标为 $(5, -1)$ ，

将 $(5, -1)$ 代入 $y=x+b$ 得： $-1=5+b$ ，解得 $b=-6$ ，

同理可知： Q 的坐标为 $(-1, 4)$ ，

此时， $b=5$ ，

由题意得： 四边形 $MNPQ$ 与直线 $y=x+b$ 有公共点时，

b 的取值范围是 $-5 \leq b \leq 5$ 。



北京
中考

本题是一次函数的综合题，考查了菱形的性质、正方形的判定、点 M, P 的“极好菱形”的定义等知识。解题的关键是理解题意，学会利用图象解决问题，属于中考创新题目。

