

八年级数学

2024.1

注意
事项

1. 本试卷共 8 页，共两部分，四道大题，26 道小题。其中第一大题至第三大题为必做题，满分 100 分。第四大题为选做题，满分 10 分，计入总分，但卷面总分不超过 100 分。考试时间 100 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和学号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将考试材料一并交回。



第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 火纹是一种常见的装饰图案，多用于建筑、家具设计等。下列火纹图案中，可以看成轴对称图形的是



(A)



(B)



(C)



(D)

2. 下列运算中，正确的是

(A) $x^8 \div x^2 = x^4$

(B) $(x^3)^4 = x^7$

(C) $(-2x^3)^3 = -8x^9$

(D) $x^4 + x = x^5$

3. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(-2, 3)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是

(A) $(-2, -3)$

(B) $(2, -3)$

(C) $(3, -2)$

(D) $(2, 3)$

4. 下列各式从左到右变形一定正确的是

(A) $\frac{x}{y} = \frac{x^2}{y^2}$

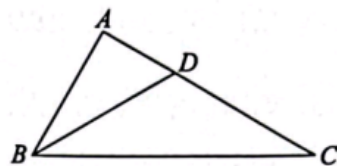
(B) $\frac{-x-y}{x+y} = -1$

(C) $\frac{x}{y} = \frac{x+z}{y+z}$

(D) $\frac{x+y}{x^2-y^2} = \frac{1}{x+y}$

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, $\angle C=30^\circ$, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线. 若点 D 到 BC 的距离为3, 则 AC 的长为

- (A) 12 (B) 7.5
(C) 9 (D) 6

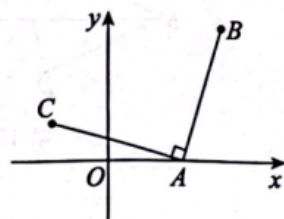


6. 如果 $a^2-3a-7=0$, 那么代数式 $(a-1)^2+a(a-4)-2$ 的值为

- (A) -15 (B) -8 (C) 6 (D) 13

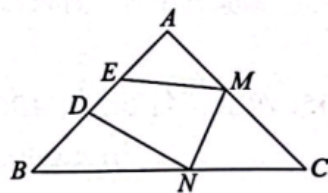
7. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(2, 0)$, $B(3, b)$ ($b>0$), $AC \perp AB$ 且 $AC=AB$, 则点 C 的横坐标为

- (A) $-b-1$ (B) $1-b$
(C) $b-2$ (D) $2-b$



8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle A=90^\circ$, 点 D, E 是边 AB 上的两个定点, 点 M, N 分别是边 AC, BC 上的两个动点. 当四边形 $DEM N$ 的周长最小时, $\angle DNM + \angle EMN$ 的大小是

- (A) 45° (B) 90°
(C) 75° (D) 135°



第二部分 非选择题



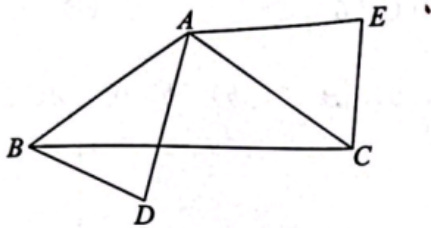
二、填空题 (共16分, 每题2分)

9. 计算: (1) $(\sqrt{2}+1)^0 = \underline{\hspace{2cm}}$; (2) $7^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

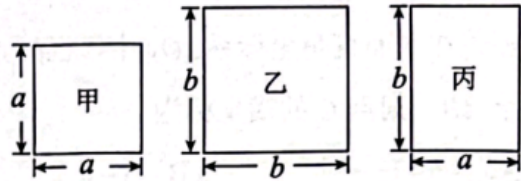
10. 若分式 $\frac{1}{x-6}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 计算: $(-5a) \cdot (-2a^3b) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 如图, $\triangle ABC$ 为等腰三角形, $AB=AC$, $\angle DAE=\angle BAC$, 连接 BD , CE . 只需添加一个条件即可证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 这个条件可以是_____ (写出一个即可).
13. 如图, 有甲、乙、丙三种正方形和长方形纸片, 用 1 张甲种纸片、4 张乙种纸片和 4 张丙种纸片恰好拼成 (无重叠、无缝隙) 一个大正方形, 则拼成的大正方形的边长为_____ (用含 a , b 的式子表示).

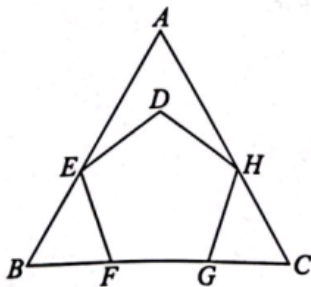


第 12 题图

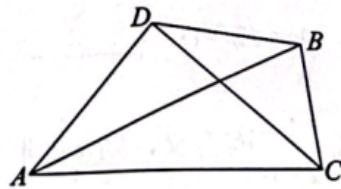


第 13 题图

14. 甲、乙两名同学作为志愿者帮助图书馆清点一批图书, 甲 3 h 清点完这批图书的 $\frac{1}{3}$, 乙加入清点剩余的图书, 两人合作 2.4 h 清点完剩余的图书. 如果乙单独清点这批图书需要几小时? 若设乙单独清点这批图书需要 x h, 则根据题意可列方程为_____.
15. 在正三角形纸片 ABC 上按如图方式画一个正五边形 $DEFGH$, 其中点 F , G 在边 BC 上, 点 E , H 分别在边 AB , AC 上, 则 $\angle BEF$ 的大小是_____°.
16. 如图, 动点 C 与线段 AB 构成 $\triangle ABC$, 其边长满足 $AB=9$, $CA=2a+2$, $CB=2a-3$. 点 D 在 $\angle ACB$ 的平分线上, 且 $\angle ADC=90^\circ$, 则 a 的取值范围是_____, $\triangle ABD$ 的面积的最大值为_____.



第 15 题图



第 16 题图



三、解答题（共 68 分，第 17 题 8 分，第 18 题 11 分，第 19 题 8 分，第 20 题 7 分，第 21 题 9 分，第 22 题 8 分，第 23 题 9 分，第 24 题 8 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 分解因式:

(1) $xy^3 - xy$;

(2) $2x^2 - 20x + 50$.



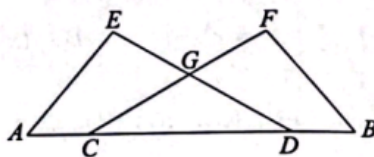
18. (1) 计算: $(a-3b)(2a+b)$;

(2) 先化简, 再求值: $(a-2+\frac{2a-a^2}{a+2})\div\frac{a-2}{a^2+4a+4}$, 其中 $a=\frac{3}{2}$.

19. 如图, 点 C, D 在 AB 上, $AC=BD, EA=FB, \angle A=\angle B, ED, FC$ 相交于点 G .

(1) 求证: $\angle ADE = \angle BCF$;

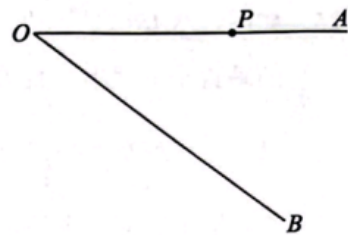
(2) 求证: $EG = FG$.



20. 解方程: $\frac{6}{x} + 1 = \frac{x}{x+3}$.

21. 已知：如图， $\angle AOB$.

求作：射线 OC ，使 $\angle AOC = 3\angle AOB$ ，且点 C 在直线 OA 的下方.



作法：①在射线 OA 上取一点 P ，过点 P 作射线 OA

的垂线，与射线 OB 相交于点 M ；

②在 MP 的延长线上取一点 N ，使 $PN = PM$ ；

③以点 O 为圆心， OM 长为半径画弧，

再以点 M 为圆心， MN 长为半径画弧，两弧在直线 OA 下方相交于点 C ；

④作射线 OC 。

所以射线 OC 即为所求作的射线。

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明。

证明：连接 ON ， CM 。

$$\because PM \perp OA, PN = PM,$$

$$\therefore ON = OM. (\text{_____}) (\text{填推理的依据})$$

$$\therefore \angle \text{_____} = 2\angle POM.$$

$$\because OC = OM,$$

$$\therefore OC = ON.$$

在 $\triangle OCM$ 和 $\triangle ONM$ 中，

$$\begin{cases} OC = ON, \\ OM = OM, \\ \text{_____} = \text{_____}, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OCM \cong \triangle ONM. (\text{_____}) (\text{填推理的依据})$$

$$\therefore \angle \text{_____} = \angle NOM.$$

$$\therefore \angle AOC = \angle POM + \angle COM = 3\angle POM,$$

$$\text{即 } \angle AOC = 3\angle AOB.$$



22. 阅读材料:

如果整数 x, y 满足 $x = a^2 + b^2, y = c^2 + d^2$, 其中 a, b, c, d 都是整数, 那么一定存在整数 m, n , 使得 $xy = m^2 + n^2$.

例如, $25 = 3^2 + 4^2, 40 = 2^2 + 6^2, 25 \times 40 = 30^2 + (-10)^2$ 或 $25 \times 40 = 18^2 + 26^2, \dots$

根据上述材料, 解决下列问题:

(1) 已知 $5 = 1^2 + 2^2, 74 = 5^2 + 7^2, 5 \times 74 = 19^2 + 3^2$ 或 $5 \times 74 = m^2 + 17^2, \dots$

若 $m > 0$, 则 $m =$ _____;

(2) 已知 $41 = 4^2 + 5^2, y = c^2 + d^2$ (c, d 为整数), $41y = m^2 + n^2$. 若 $m = 5c - 4d$,

求 n (用含 c, d 的式子表示);

(3) 一般地, 上述材料中的 m, n 可以用含 a, b, c, d 的式子表示, 请直接写出一组满足条件的 m, n (用含 a, b, c, d 的式子表示).



23. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB < AC$, 点 D 在 $\triangle ABC$ 的内部, $CD = AB, \angle DBA = \angle DCA$.

(1) 如图 1, 线段 BD 的延长线交 AC 于点 E , 且 $BE \perp AC$.

① 求 $\angle DAE$ 的度数;

② 用等式表示线段 AC, BD, DE 之间的数量关系, 直接写出结果;

(2) 如图 2, 点 F 在线段 DB 的延长线上, 连接 CF 交射线 AD 于点 M , 且 M 为 CF 的中点. 求证: $DF = AC$.

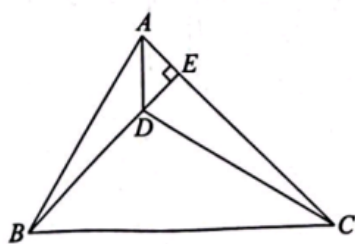


图 1

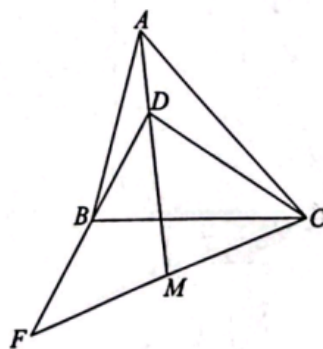


图 2

24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $T(t, 0)$, 直线 l 经过点 T 且与 x 轴垂直. 对于图形 M 和图形 N , 给出如下定义: 将图形 M 关于 y 轴对称的图形记为 M_1 , 图形 M_1 关于直线 l 对称的图形记为 M_2 , 若图形 M_2 与图形 N 有公共点, 则称图形 M 是图形 N 的“双称图形”.

例如, 如图 1, 当 $t = -2$ 时, 对于点 $P(1.5, -2.5)$ 和第三象限角平分线 OQ , 点 P 关于 y 轴的对称点是 $P_1(-1.5, -2.5)$, 点 P_1 关于直线 l 的对称点 $P_2(-2.5, -2.5)$ 在射线 OQ 上, 则点 P 是射线 OQ 的“双称图形”.

已知点 $A(2t, 1)$, $B(2t+3, 1)$, 图形 N 是以线段 AB 为一边在直线 AB 上方所作的正方形 $ABCD$.

(1) 当 $t = 1$ 时, 直线 l 和正方形 $ABCD$ 如图 2 所示.

①在 $H(0, 3)$, $R(-4, 2)$, $K(3, 4)$ 这三个点中, 点_____是图形 N 的“双称图形”;

②点 $E(m, 2)$, $F(m+2, 2)$, $G(m+1, 3)$, $\triangle EFG$ 是图形 N 的“双称图形”, 求 m 的取值范围;

(2) 若图形 N 是它自身的“双称图形”, 直接写出 t 的取值范围.

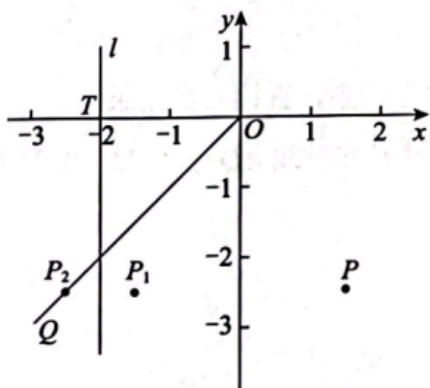


图 1

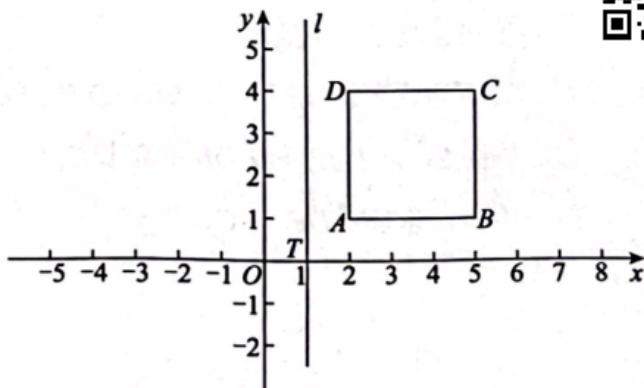


图 2

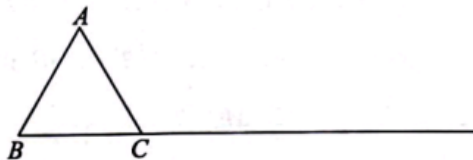
四、选做题（共 10 分，第 25 题 4 分，第 26 题 6 分）

25. 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形. 点 D 是 BC 延长线上的一个动点，连接 AD ，点 E 在 AD 的垂直平分线上，且 BE 平分 $\angle ABD$ ，连接 EA ， ED ，过点 E 作 $EF \perp BD$ 于点 F .

(1) 当 $\angle EDF = 45^\circ$ 时， $\frac{BE}{FD}$ 的值为_____；

(2) 给出下面四个结论：

- ①点 E 一定在 BD 的垂直平分线上；
 - ②点 F 一定是线段 CD 的中点；
 - ③当 $DF = BC$ 时， $AB \perp AD$ ；
 - ④点 D 运动过程中， $\angle AED$ 的大小始终不变.
- 上述结论中，所有正确结论的序号是_____.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于任意两点 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ ，给出如下定义：

将点 P_1 与 P_2 的“变倍距离”记为 $d(P_1, P_2)$ ，

若 $|x_1 - x_2| \geq |y_1 - y_2|$ ，则 $d(P_1, P_2) = 5|x_1 - x_2| + 4|y_1 - y_2|$ ；

若 $|x_1 - x_2| < |y_1 - y_2|$ ，则 $d(P_1, P_2) = 4|x_1 - x_2| + 3|y_1 - y_2|$ 。

例如，点 $M(-1, 5)$ 与 $N(2, 4)$ 的“变倍距离” $d(M, N) = 5 \times 3 + 4 \times 1 = 19$ 。

已知点 $A(2, 0)$ 。

(1) 若点 $B(0, 2)$ ， $C(0, -3)$ ，则 $d(A, B) = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $d(A, C) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 点 D 在 y 轴负半轴上，且 $d(A, D) = 15$ ，求点 D 的坐标；

(3) 点 P, Q 是第一、三象限角平分线上的两个动点 (P 与 Q 不重合)，

若 $d(A, P) = d(A, Q) = t$ ，直接写出 t 的取值范围。