



2022 北京八十中初二（上）期中

数 学

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

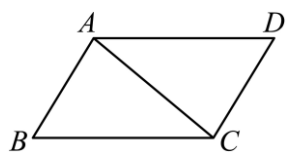
1. 在下列长度的四根木棒中，能与 2cm，9cm 长的两根木棒钉成一个三角形的是（ ）。

- A. 3cm B. 5cm C. 7cm D. 9cm

2. 下列运算正确的是（ ）

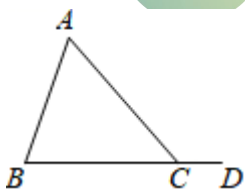
- A. $(a^2)^3 = a^6$ B. $3a^2 \cdot 2a^3 = 6a^6$
 C. $(ab^2)^2 = a^2b^2$ D. $a + a^2 = a^3$

3. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ ， $AC = 8\text{cm}$ ， $AB = 5\text{cm}$ ， $BC = 9\text{cm}$ ，则 AD 的长是（ ）



- A. 5cm B. 7cm C. 8cm D. 9cm

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 75^\circ$ ，点 D 在 BC 的延长线上， $\angle ACD = 160^\circ$ ，则 $\angle A$ 为（ ）

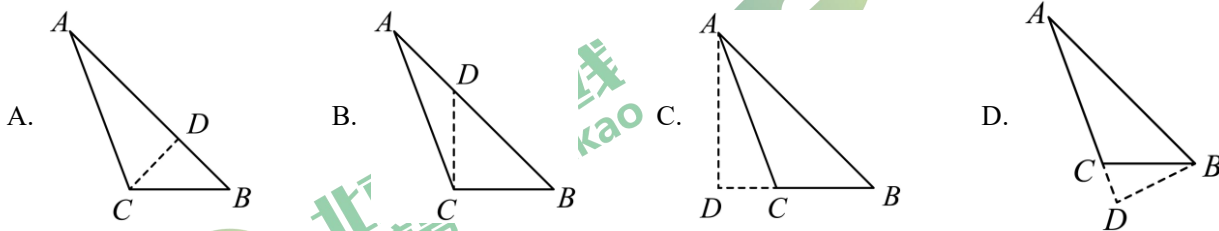


- A. 75° B. 85° C. 95° D. 105°

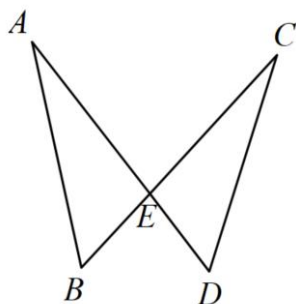
5. 若二次三项式 $x^2 + kx + 4$ 是一个完全平方式，则 k 值是（ ）

- A. 4 B. -4 C. ± 2 D. ± 4

6. 如图，过 $\triangle ABC$ 的顶点 A ，作 BC 边上的高，以下作法正确的是（ ）

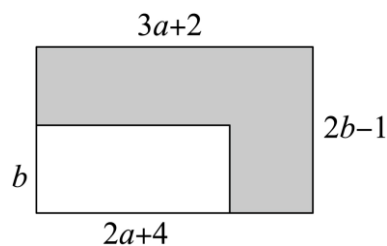


7. 如图， AD 和 CB 相交于点 E ， $BE = DE$ ，请添加一个条件（只添加一个即可），使 $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ ，下列不正确的是（ ）



- A. $AB = CD$ B. $\angle A = \angle C$ C. $\angle B = \angle D$ D. $AE = CE$

8. 如图，在长为 $3a+2$ ，宽为 $2b-1$ 的长方形铁片上，挖去长为 $2a+4$ ，宽为 b 的小长方形铁片，则剩余部分面积是 ()



- A. $6ab - 3a + 4b$ B. $4ab - 3a - 2$ C. $6ab - 3a + 8b - 2$ D. $4ab - 3a + 8b - 2$

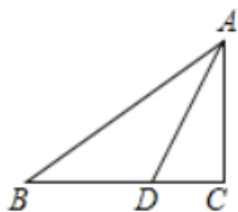
二、填空题 (本题共 24 分，每小题 3 分)

9. 若 $(x-3)^0 = 1$ ，则 x 的取值范围是_____.

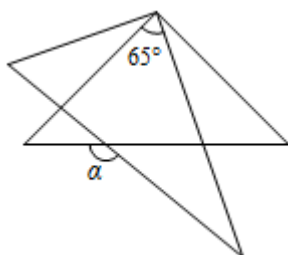
10. 计算: $a(a-b^2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 已知一个多边形的内角和为 540° ，则这个多边形是_____边形.

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle CAB$ ， $BC = 10\text{cm}$ ， $BD = 6\text{cm}$ ，则点 D 到 AB 的距离是_____.



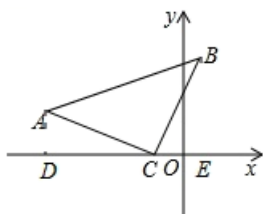
13. 如图，将分别含有 30° 、 45° 角的一副三角板重叠，使直角顶点重合，若两直角重叠形成的角为 65° ，则图中角 α 的度数为_____.



14. 如图，在 $\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，点 C 坐标为 $(-2,0)$ ，点 A 的坐标为 $(-6,3)$ ，则 B

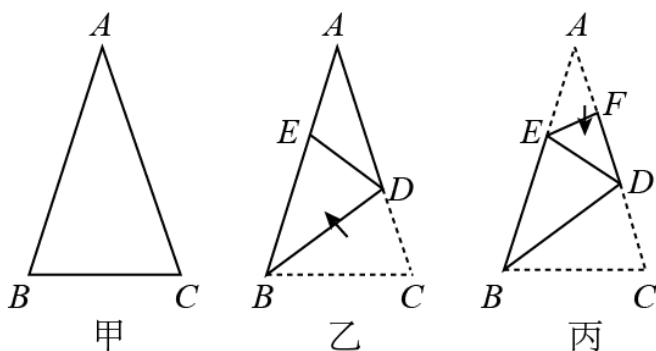


点的坐标是_____.



15. 已知 $a-b=3$, $ab=2$, 则 a^2+b^2 的值为_____.

16. 已知一张三角形纸片 ABC (如图甲), 其中 $AB=AC$, 将纸片沿过点 B 的直线折叠, 使点 C 落到 AB 边上的 E 点处, 折痕为 BD (如图乙), 再将纸片沿过点 E 的直线折叠, 点 A 恰好与点 D 重合, 折痕为 EF (如图丙). 原三角形纸片 ABC 中, $\angle ABC$ 的大小为_____.



三、解答题 (本共 52 分, 第 17-18 题每小题 8 分; 第 19-24 题每小题 5 分; 第 25 题 6 分)

17 计算:

- (1) $(a-1)(a+2)+2a^5+a^3$;
- (2) $(a+b)^2-(a-2b)(a+2b)$.

18 因式分解:

- (1) $-x^2y+y$;
- (2) $3x^3-12x^2y+12xy^2$.

19. 先化简, 再求值: $(x-y)(x^2+xy+y^2)$, 其中 $x=2, y=\frac{1}{2}$.

20. 下面是小明同学设计的“作一个角等于已知角”的尺规作图过程.

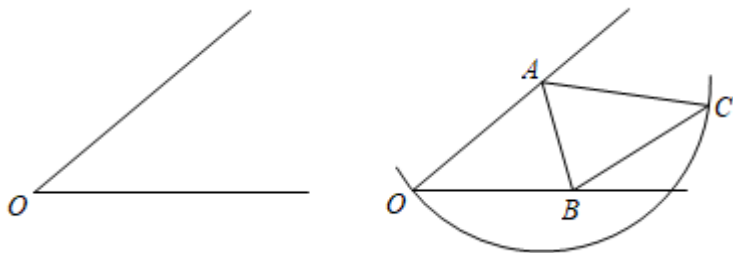
已知: $\angle O$.

求作: 一个角, 使它等于 $\angle O$.

作法: 如图,

- ①在 $\angle O$ 的两边上分别任取一点 A, B ;
- ②以点 A 为圆心, OA 为半径画弧; 以点 B 为圆心, OB 为半径画弧, 两弧交于点 C ;
- ③连结 AC, BC . 所以 $\angle C$ 即为所求作的角.

请根据小明设计的尺规作图过程.



(1) 使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）

(2) 完成下列证明.

证明：连接 AB ，

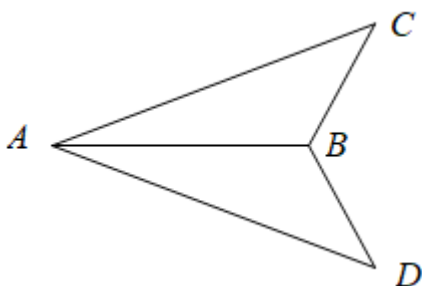
在 $\triangle OAB$ 和 $\triangle CAB$ 中，

$$\begin{cases} OA = CA \\ OB = \text{①} \\ AB = AB \end{cases}$$

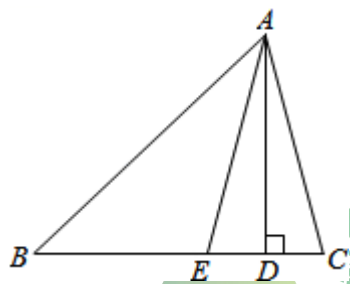
$\therefore \triangle OAB \cong \triangle CAB$ (②) (填推理依据).

$\therefore \angle C = \angle O$ (③) (填推理依据).

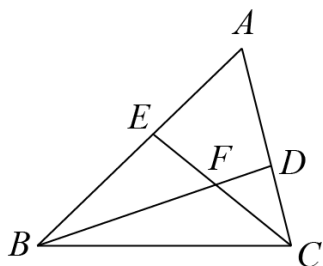
21. 已知：如图， AB 平分 $\angle CAD$, $\angle C = \angle D$. 求证： $AC = AD$.



22. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的 BC 上的高， AE 平分 $\angle BAC$ ，若 $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ ，求 $\angle AEC$ 和 $\angle DAE$ 的度数.



23. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = \alpha$ ， BD, CE 是 $\triangle ABC$ 的两条角平分线，且 BD, CE 交于点 F .

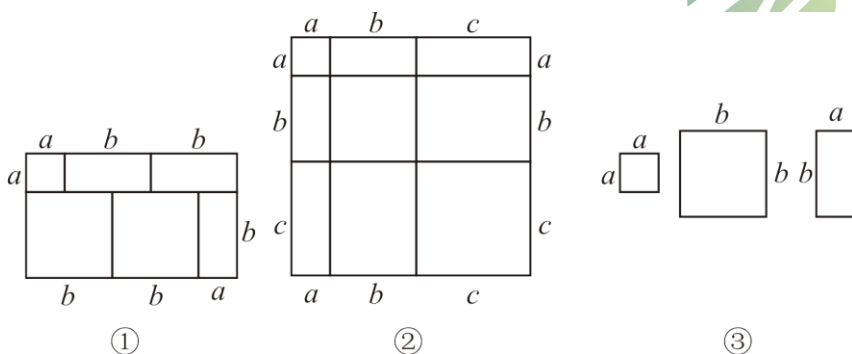


(1) 用含 α 的式子表示 $\angle BFC$ ，则 $\angle BFC =$ _____；

(2) 当 $\alpha = 60^\circ$ 时，用等式表示 BE, BC, CD 这三条线段之间的数量关系，并证明你的结论。

24. 如图 1，利用两种不同的方法计算这个图形的面积，可以得到一个等式：

$$(a+2b)(a+b) = a^2 + 3ab + 2b^2.$$

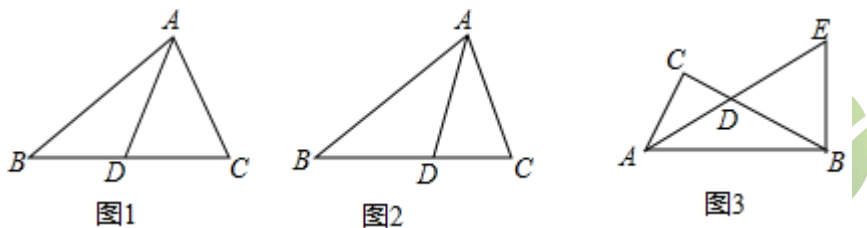


(1) 如图②，可得等式：_____；

(2) 根据 (1) 所得等式，若 $a+b+c=8$ ， $ab+ac+bc=19$ ，则 $a^2+b^2+c^2=$ _____；

(3) 图③中的纸片（足够多）. 利用 3 张边长为 a 的正方形，2 张边长 b 为的正方形，5 张边长分别为 a, b 的长方形拼出一个长方形，那么这个长方形较长的边长为_____，请您画出这个长方形的拼图.

25. 在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 边上的点（不与点 B, C 重合），连接 AD .



(1) 如图 1，当点 D 是 BC 边的中点时， $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} =$ _____；

(2) 如图 2，当 AD 平分 $\angle BAC$ 时，若 $AB = m$ ， $AC = n$ ，求 $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD}$ 的值（用含 m, n 的式子表示）；

(3) 如图 3， AD 平分 $\angle BAC$ ，延长 AD 到 E ，使得 $AD = DE$ ，连接 BE ，若 $AC = 3, AB = 5, S_{\triangle BDE} = 10$ ，求 $S_{\triangle ABC}$ 值.



参考答案

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

1. 【答案】D

【解析】

【分析】根据三角形的三边关系解答即可.

【详解】解： \because 三角形的两边为 2cm，9cm，

\therefore 第三边长的取值范围为 $9-2 < x < 9+2$ ，

即 $7 < x < 11$ ，

只有 D 符合题意，

故选：D.

【点睛】本题考查了三角形的三边关系，要知道，三角形的两边之和大于第三边.

2. 【答案】A

【解析】

【分析】利用合并同类项法则，单项式乘单项式，积的乘方性质等知识逐项判断即可.

【详解】 $\because (a^2)^3 = a^6$ ，故选项 A 正确.

$\because 3a^2 \cdot 2a^3 = 6a^5$ ，故选项 B 错误.

$\because (ab^2)^2 = a^2b^4$ ，故选项 C 错误.

$\because a$ 和 a^2 不是同类项，不能合并，故选项 D 错误.

故选：A.

【点睛】本题主要考查合并同类项，单项式乘单项式，积的乘方运算与幂的乘方运算，同底数幂的运算，掌握运算法则是解决此题的关键.

3. 【答案】D

【解析】

【分析】根据全等三角形的性质，即可求解.

【详解】解： $\because \triangle ABC \cong \triangle CDA$ ，

$\therefore AD = BC = 9\text{cm}$ ，

故选：D

【点睛】此题考查了全等三角形的性质，解题的关键是掌握全等三角形对应边相等的性质.

4. 【答案】B

【解析】

【分析】根据三角形的外角等于和它不相邻的两个内角的和求解即可.

【详解】解： \because 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 75^\circ$ ，点 D 在 BC 的延长线上， $\angle ACD = 160^\circ$ ，

$\therefore \angle A = \angle ACD - \angle B = 160^\circ - 75^\circ = 85^\circ$ ，



故选：B.

【点睛】本题考查了三角形外角的性质，解题关键是明确三角形的外角等于和它不相邻的两个内角的和.

5. 【答案】D

【解析】

【分析】根据完全平方公式的结构特征进一步求解即可.

【详解】 $\because x^2 + kx + 4$ 是一个完全平方式，

$$\therefore \left(\frac{k}{2}\right)^2 = 4,$$

$$\therefore k^2 = 16,$$

$$\therefore k = \pm 4,$$

故选：D.

【点睛】本题主要考查了完全平方公式的运用，熟练掌握相关公式是解题关键.

6. 【答案】C

【解析】

【分析】根据高的定义即可判断.

【详解】由三角形高线的定义可知， BC 边上的高应满足过 BC 边所对顶点，垂直 BC 边的垂线段，结合图形可知，C 选项中 AD 即为 $\triangle ABC$ 的 BC 边上的高.

故选：C.

【点睛】本题考查作图，熟记三角形高的定义是解题的关键.

7. 【答案】A

【解析】

【分析】根据三角形全等的判定定理可逐项排除.

【详解】A 选项 $AB = CD$ 时，不能判定 $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ 全等；

B 选项，

$$\because \angle A = \angle C, \text{ 且 } \angle AEB = \angle CED$$

$$\therefore \angle B = \angle D, BE = DE$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDE$$

C 选项，

$$\because \angle B = \angle D, \text{ 且 } \angle AEB = \angle CED$$

$$\therefore \angle A = \angle C, BE = DE$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDE$$

D 选项，

$$\because AE = CE, \text{ 且 } \angle AEB = \angle CED, BE = DE$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDE$$



故选 A

【点睛】本题考查了三角形全等的判定定理，要熟练掌握判定定理可快速求解.

8. 【答案】B

【解析】

【分析】根据长方形的面积公式分别计算出大长方形、小长方形的面积，再进行相减即可得出答案.

【详解】解： $(3a+2)(2b-1)-b(2a+4)$

$$= 6ab - 3a + 4b - 2 - 2ab - 4b$$

$$= 4ab - 3a - 2,$$

故剩余部分面积是 $4ab - 3a - 2$,

故选 B.

【点睛】本题考查了多项式乘多项式、整式的混合运算，解题的关键是掌握长方形的面积公式.

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9. 【答案】 $x \neq 3$

【解析】

【分析】任何不为零的数的零次幂都等于零，根据定义解答.

【详解】解： $\because (x-3)^0 = 1,$

$$\therefore x \neq 3,$$

故答案为： $x \neq 3$.

【点睛】此题考查了零指数幂定义，熟记定义是解题的关键.

10. 【答案】 $a^2 - ab^2$

【解析】

【分析】单项式乘多项式直接计算求解即可.

【详解】 $a(a-b^2) = a^2 - ab^2$

故答案为： $a^2 - ab^2$.

【点睛】本题考查单项式乘多项式，要注意运算符号，不能少乘或漏乘.

11. 【答案】5

【解析】

【详解】设这个多边形是 n 边形，由题意得，

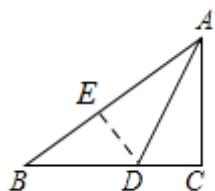
$$(n-2) \times 180^\circ = 540^\circ, \text{ 解之得, } n=5.$$

12. 【答案】4cm

【解析】

【分析】过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E，然后根据角平分线上的点到角的两边的距离相等的性质可得 $DE=CD$ ，再代入数据求出 CD，即可得解.

【详解】解：如图，过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E，



$\because \angle C=90^\circ$, AD 平分 $\angle CAB$,

$\therefore DE=CD$,

$\because BC=10\text{cm}$, $BD=6\text{cm}$,

$\therefore CD=BC-BD=10-6=4\text{cm}$,

$\therefore DE=4\text{cm}$.

故答案为: 4cm.

【点睛】本题考查了角平分线上的点到角的两边的距离相等的性质, 是基础题, 熟记性质是解题的关键.

13. 【答案】 140° ## 140 度

【解析】

【分析】如图, 首先标注字母, 利用三角形的内角和求解 $\angle ADC$, 再利用对顶角的相等, 三角形的外角的性质可得答案.

【详解】解: 如图, 标注字母,

由题意得: $\angle ACB = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$,

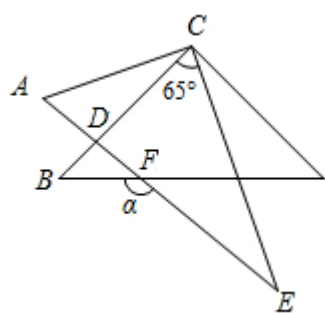
$\therefore \angle A = 60^\circ$,

$\therefore \angle BDE = \angle ADC = 180^\circ - 60^\circ - 25^\circ = 95^\circ$,

$\therefore \angle B = 45^\circ$,

$\therefore \alpha = \angle B + \angle BDE = 45^\circ + 95^\circ = 140^\circ$.

故答案为: 140°



【点睛】本题考查的是三角形的内角和定理, 三角形的外角的性质, 掌握以上知识是解题的关键.

14. 【答案】(1, 4)

【解析】

【分析】过 A 和 B 分别作 $AD \perp OC$ 于 D, $BE \perp OC$ 于 E, 利用已知条件可证明 $\triangle ADC \cong \triangle CEB$, 再由全等三角形的性质结合已知数据, 即可求出 B 点的坐标.

【详解】过 A 和 B 分别作 $AD \perp OC$ 于 D, $BE \perp OC$ 于 E,



$\because \angle ACB=90^\circ$,

$\therefore \angle ACD+\angle CAD=90^\circ$, $\angle ACD+\angle BCE=90^\circ$,

$\therefore \angle CAD=\angle BCE$,

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle CEB$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADC = \angle CEB = 90^\circ \\ \angle CAD = \angle BCE \\ AC = BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle CEB(AAS)$,

$\therefore DC=BE$, $AD=CE$,

\because 点C的坐标为 $(-2, 0)$, 点A的坐标为 $(-6, 3)$,

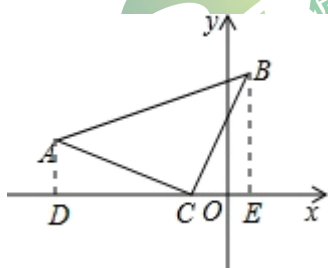
$\therefore OC=2$, $AD=CE=3$, $OD=6$,

$\therefore CD=OD-OC=4$, $OE=CE-OC=3-2=1$,

$\therefore BE=4$,

$\therefore B$ 点的坐标是 $(1, 4)$,

故答案为: $(1, 4)$.



【点睛】 本题主要考查三角形全等的判定和性质定理以及几何图形与坐标, 添加辅助线, 构造“一线三垂直”全等三角形模型, 是解题的关键.

15. **【答案】** 13

【解析】

【分析】 先将 $a^2 + b^2$ 变形成 $(a-b)^2 + 2ab$, 代入计算即可.

【详解】 解: $a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$,

将 $a-b=3$, $ab=2$ 代入上式得:

$$a^2 + b^2 = (3)^2 + 2 \times 2 = 9 + 4 = 13$$

【点睛】 考查了完全平方的几个变形公式, 解题关键是将 $a^2 + b^2$ 变形成 $(a-b)^2 + 2ab$ 形式.

16. **【答案】** 72° ##72度

【解析】

【分析】 根据折叠的性质可得 $\angle BED=\angle C$, $\angle A=\angle ADE$, 再由三角形外角的性质可得 $\angle C=2\angle A$, 然后根据等腰三角形的性质, 可得 $\angle ABC=2\angle A$, 再根据三角形内角和定理, 可得 $\angle A=36^\circ$, 即可求解.

【详解】 解: 根据题意得: $\angle BED=\angle C$, $\angle A=\angle ADE$,



$$\because \angle BED = \angle A + \angle ADE = 2\angle A,$$

$$\therefore \angle C = 2\angle A,$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle C,$$

$$\therefore \angle ABC = 2\angle A,$$

$$\because \angle ABC + \angle C + \angle A = 180^\circ,$$

$$\therefore 5\angle A = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 2\angle A = 72^\circ.$$

故答案为：72°

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的性质，图形的折叠等知识，熟练掌握折叠的性质，等腰三角形的性质是解题的关键。

三、解答题（本共 52 分，第 17-18 题每小题 8 分；第 19-24 题每小题 5 分；第 25 题 6 分）

17. 【答案】(1) $2a^5 + a^3 + a^2 + a - 2$

(2) $5b^2 + 2ab$

【解析】

【分析】(1) 根据多项式乘以多项式以及合并同类项法则进行计算即可；

(2) 根据完全平方公式以及平方差公式将原式展开，然后合并同类项即可。

小问 1 详解】

解：原式 = $a^2 + 2a - a - 2 + 2a^5 + a^3$

$$= 2a^5 + a^3 + a^2 + a - 2;$$

【小问 2 详解】

原式 = $a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 4b^2)$

$$= a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 4b^2$$

$$= 5b^2 + 2ab.$$

【点睛】本题考查了整式的混合运算，乘法公式，熟练掌握相关运算法则是解本题的关键。

18. 【答案】(1) $y(1+x)(1-x)$

(2) $3x(x-2y)^2$

【解析】

【分析】(1) 先提取公因式，然后利用平方差公式进行因式分解即可；

(2) 先提取公因式，然后利用完全平方公式进行因式分解即可。

【小问 1 详解】

$$-x^2y + y$$



$$= y(1-x^2)$$

$$= y(1+x)(1-x)$$

【小问 2 详解】

$$3x^3 - 12x^2y + 12xy^2$$

$$= 3x(x^2 - 4xy + 4y^2)$$

$$= 3x(x-2y)^2$$

【点睛】此题考查了因式分解的方法，解题的关键是熟练掌握因式分解的方法，因式分解的方法有：提公因式法，平方差公式法，完全平方公式法，十字相乘法等。

19. 【答案】 $x^3 - y^3$, $\frac{63}{8}$

【解析】

【分析】先根据多项式乘以多项式法则进行计算，再合并同类项，最后代入求出即可。

【详解】 $(x-y)(x^2+xy+y^2)$

$$= x^3 + x^2y + xy^2 - x^2y - xy^2 - y^3$$

$$= x^3 - y^3,$$

当 $x=2, y=\frac{1}{2}$ 时，

$$x^3 - y^3 = 2^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 8 - \frac{1}{8} = \frac{63}{8}.$$

【点睛】本题考查了整式的混合运算和求值，能正确根据整式的运算法则进行化简是解答此题的关键。

20. 【答案】(1) 见解析 (2) ① BC ② SSS ③ 全等三角形对应边相等

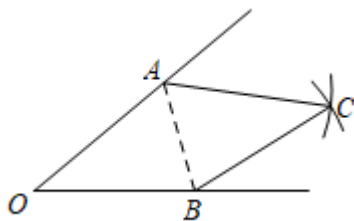
【解析】

【分析】(1) 利用直尺和圆规，补全图形即可；

(2) 根据全等三角形的判定与性质即可完成证明。

【小问 1 详解】

解：使用直尺和圆规，补全图形（下图）（保留作图痕迹）。



【小问 2 详解】

证明：连接 AB，



在 $\triangle OAB$ 和 $\triangle CAB$ 中,

$$\begin{cases} OA = CA \\ OB = BC \\ AB = AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle OAB \cong \triangle CAB$ (SSS) (填推理依据).

$\therefore \angle C = \angle O$ (全等三角形对应边相等) (填推理依据).

故答案为: BC , SSS , 全等三角形对应边相等.

【点睛】 本题考查了作图-复杂作图、全等三角形的判定与性质, 解决本题的关键是掌握全等三角形的判定与性质.

21. **【答案】** 证明见解析

【解析】

【分析】 根据题意证明 $\triangle ACB \cong \triangle ADB$, 然后根据全等三角形的性质求解即可.

【详解】 $\because AB$ 平分 $\angle CAD$

$$\therefore \angle CAB = \angle DAB$$

在 $\triangle ACB$ 和 $\triangle ADB$ 中

$$\begin{cases} \angle C = \angle D \\ \angle CAB = \angle DAB \\ AB = AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACB \cong \triangle ADB (AAS)$$

$$\therefore AC = AD.$$

【点睛】 本题主要考查全等三角形的判定与性质, 熟练掌握 SAS、AAS、ASA、SSS 等全等三角形的判定方法是解题的关键.

22. **【答案】** $\angle EAD = 15^\circ$, $\angle AED = 75^\circ$

【解析】

【分析】 由三角形内角和定理可求得 $\angle BAC$ 的度数, 在 $Rt\triangle ADC$ 中, 可求得 $\angle DAC$ 的度数, AE 是角平分线, 有 $\angle EAC = \frac{1}{2}\angle BAC$, 故 $\angle EAD = \angle EAC - \angle DAC$, $\angle AEC = 90^\circ - \angle EAD$.

【详解】 解: $\because \angle B = 40^\circ$, $\angle C = 70^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 70^\circ,$$

$\because AE$ 是角平分线,

$$\therefore \angle EAC = \frac{1}{2}\angle BAC = 35^\circ.$$

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的 BC 上的高, $\angle C = 70^\circ$,

$$\therefore \angle EAD = \angle EAC - \angle DAC = 35^\circ - 20^\circ = 15^\circ;$$

$$\therefore \angle AED = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ.$$



【点睛】 本题考查了三角形内角和定理、角平分线的定义，属于简单题，熟悉三角形的内角和是 180° 是解题关键.

23. 【答案】 (1) $90^\circ + \frac{1}{2}\alpha$

(2) $BE + CD = BC$ ，理由见详解

【解析】

【分析】 (1) 根据三角形的内角和等于 180° 求出 $\angle ABC + \angle ACB$ ，再根据角平分线的定义求出 $\angle FBC + \angle FCB$ ，然后根据三角形的内角和定理列式计算即可得解.

(2) 利用角平分线得出 $\angle EBF = \angle MBF$ ，进而得出 $\triangle BEF \cong \triangle BMF$ ，求出 $\angle BFM$ ，即可判断出 $\angle CFM = \angle CFD$ ，即可判断出 $\triangle FCM \cong \triangle FCD$ 即可得出结论；

【小问 1 详解】

$\because \angle A = \alpha$,

$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - \alpha$,

$\because BD$ 、 CE 分别是 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线，

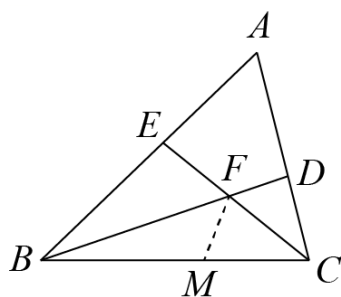
$\therefore \angle FBC + \angle FCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \alpha) = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$,

在 $\triangle FBC$ 中， $\angle BFC = 180^\circ - (\angle FBC + \angle FCB) = 180^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2}\alpha\right) = 90^\circ + \frac{1}{2}\alpha$.

故答案为： $90^\circ + \frac{1}{2}\alpha$ ；

【小问 2 详解】

$BE + CD = BC$ ，理由如下：



在 BC 上取一点 M ，使 $BM = BE$ ，

$\because BD$ ， CE 是 $\triangle ABC$ 的两条角平分线，

$\therefore \angle FBC = \frac{1}{2}\angle ABC$ ， $\angle BCF = \frac{1}{2}\angle ACB$ ，

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$ ，

$\because \angle A = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 120^\circ$ ，



$$\therefore \angle BFC = 180^\circ - (\angle CBF + \angle BCF) = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BFE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CFD = \angle BFE = 60^\circ$$

\because BD 是 $\angle ABC$ 的平分线,

$$\therefore \angle EBF = \angle MBF,$$

在 $\triangle BEF$ 和 $\triangle BMF$ 中,

$$\begin{cases} BE = BM \\ \angle EBF = \angle MBF, \\ BF = BF \end{cases}$$

$\therefore \triangle BEF \cong \triangle BMF (SAS),$

$$\therefore \angle BFE = \angle BFM = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CFM = \angle BFC - \angle BFM = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CFM = \angle CFD = 60^\circ,$$

\because CE 是 $\angle ACB$ 的平分线,

$$\therefore \angle FCM = \angle FCD,$$

在 $\triangle FCM$ 和 $\triangle FCD$ 中,

$$\begin{cases} \angle CFM = \angle CFD \\ CF = CF \\ \angle FCM = \angle FCD \end{cases},$$

$\therefore \triangle FCM \cong \triangle FCD (ASA),$

$$\therefore CM = CD,$$

$$\therefore BC = CM + BM = CD + BE;$$

【点睛】 主要考查了角平分线的定义, 三角形内角和定理, 全等三角形的判定和性质, 解本题的关键是判断出 $\angle CFM = \angle CFD$.

24. **【答案】** (1) $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

(2) 26 (3) $3a+2b$, 画图见解析

【解析】

【分析】 (1) 根据图 2, 利用直接求与间接法分别表示出正方形面积, 即可确定出所求等式;

(2) 根据 (1) 中的等式, 进行变形, 求出所求式子的值即可;

(3) 根据题意知图形的面积是 $3a^2 + 5ab + 2b^2$, 列出关系式 $3a^2 + 5ab + 2b^2 = (3a+2b)(a+b)$, 即可确定出长方形较长的边.

【小问 1 详解】

由图②可知: 正方形的边长为 $a+b+c$, 各部分面积分别是: $a^2, b^2, c^2, 2ab, 2ac, 2bc$.



$$\therefore (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

故答案是： $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ ；

【小问 2 详解】

$$\because a+b+c=8, \quad ab+ac+bc=19,$$

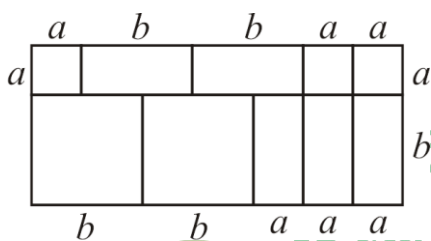
$$\therefore a^2+b^2+c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+ac+bc) = 8^2 - 2 \times 19 = 26,$$

故答案是： 26；

【小问 3 详解】

根据题意得： $3a^2 + 5ab + 2b^2 = (3a+2b)(a+b)$ ，

画图如下：



则较长的一边为 $3a+2b$ ；

故答案是： $3a+2b$ 。

【点睛】 本题考查了多项式乘以多项式， 弄清图形的面积的不同表示方法， 熟练掌握运算法则是解本题的关键；

25. 【答案】 (1) 1:1

(2) $m:n$

(3) 16

【解析】

【分析】 (1) 过 A 作 $AE \perp BC$ 于 E ， 根据三角形面积公式求出即可；

(2) 过 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ， $DF \perp AC$ 于 F ， 根据角平分线性质的性质求出 $DE = DF$ ， 根据三角形面积公式求出即可；

(3) 根据已知和 (1) (2) 的结论求出 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的面积， 即可求出答案.

【小问 1 详解】

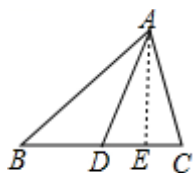
) 过 A 作 $AE \perp BC$ 于 E ，

\because 点 D 是 BC 边上的中点，

$$\therefore BD = DC,$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} = \left(\frac{1}{2} \times BD \times AE\right) : \left(\frac{1}{2} \times CD \times AE\right) = 1:1$$

故答案为： 1:1；



【小问 2 详解】

图1

过 D 作 $DE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AC$ 于 F ,

$\because AD$ 为 $\angle BAC$ 的角平分线,

$\therefore DE = DF$,

$\because AB = m, AC = n$,

$\therefore S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} = (\frac{1}{2} \times AB \times DE) : (\frac{1}{2} \times AC \times DF) = m : n$;

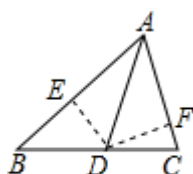


图2

【小问 3 详解】

$\because AD = DE$,

\therefore 由 (1) 知: $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle EBD} = 1 : 1$,

$\because S_{\triangle BDE} = 10$,

$\therefore S_{\triangle ABD} = 10$,

$\because AC = 3, AB = 5, AD$ 平分 $\angle BAC$,

\therefore 由 (2) 知: $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} = AB : AC = 5 : 3$,

$\therefore S_{\triangle ACD} = 6$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = 10 + 6 = 16$,

故答案为: 16.

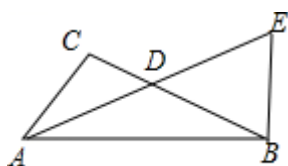


图3

【点睛】 本题考查了角平分线性质的和三角形的面积公式, 能根据 (1) (2) 得出规律是解此题的关键.