广渠门中学 2020-2021 学年第一学期期中考试

初二数学试卷

一、选择题

1. 下列标志是轴对称图形的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

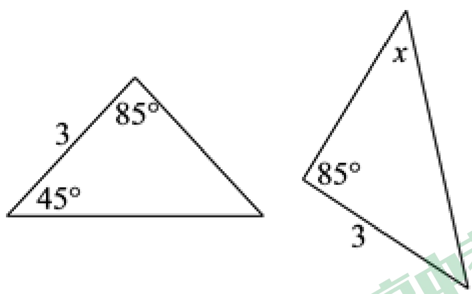
2. 下列计算正确的是$(\quad)$

A. $a^3\cdot a^4=a^{12}$　B. $(3x)^3=9x^3$　C. $(b^3)^2=b^5$　D. $a^{10}\div a^2=a^8$

3. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 P（2，1）关于 y 轴对称的点的坐标是（ ）

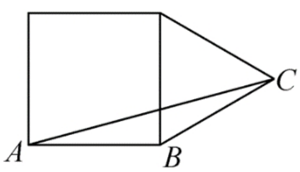
A. （－2，1）　B. （2，1）　C. （－2，－1）　D. （2，－1）

4. 如图，图中的两个三角形是全等三角形，其中一些角和边的大小如图所示，那么x的值是（　　）.



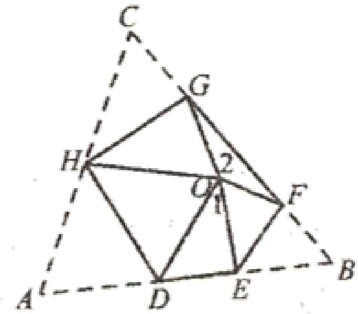
A. 30°　B. 45°　C. 50°　D. 85°

5. 将边长为 1 的一个正方形和一个等边三角形按如图的方式摆放，则$\triangle ABC$的面积为（　　）



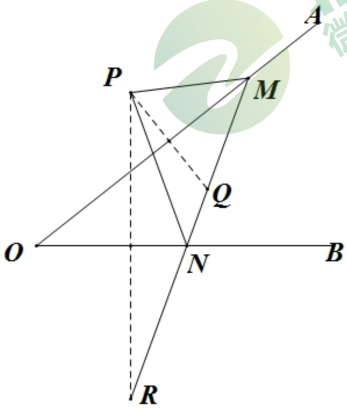
A. 1　B. $\frac{1}{2}$　C. $\frac{1}{4}$　D. $\frac{1}{8}$

6. 如图，将ΔABC沿DH、HG、EF翻折，三个顶点均落在点O处．若$\angle 1=40^{\circ}$，则$\angle 2$的度数为（　）



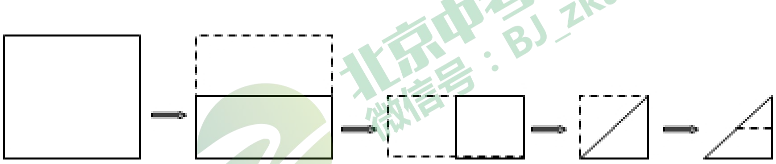
A. 50°　　B. 60°　　C. 90°　　D. 140°

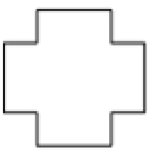
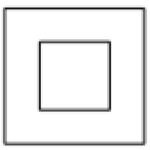
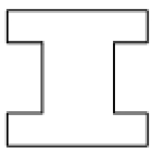
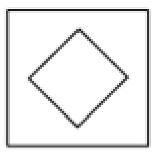
7. 如图，P是$\angle AOB$外的一点，M，N分别是$\angle AOB$两边上的点，点P关于OA的对称点Q恰好落在线段MN上，点P关于OB的对称点R恰好落在MN的延长线上． 若$PM=2.5$，$PN=3$，MR=7，则线段QN的长为（ ）



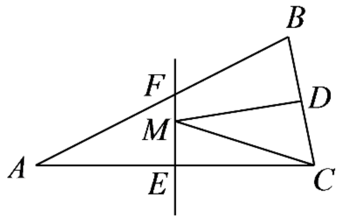
A. 1　　B. 1.5　　C. 2　　D. 2.5

8. 将一正方形纸片按下列顺序折叠，然后将最后折叠的纸片沿虚线剪去上方的小三角形，将纸片展开，得到的图形是(　　).



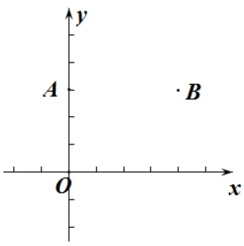
A. 　　B. 　　C. 　　D. 

9. 如图，在$\triangle ABC$中$AB=AC$，$BC=4$，面积是20，AC的垂直平分线EF分别交AC、AB边于E、F点，若点D为BC边的中点，点M为线段上一动点，则$\triangle CDM$周长的最小值为（　　）．



A. 6　　　　B. 8　　　　C. 10　　　　D. 12

10. 在平面直角坐标系内点 A、点 B 的坐标是分别为（0,3）、（4,3），在坐标轴上找一点 C，使△ABC 是等腰三角形，则符合条件的点 C 的个数是（　　）

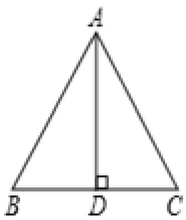


A. 5 个　　　　B. 6 个

C. 7 个　　　　D. 8 个

二、填空题

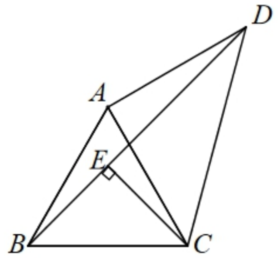
11. 如图，在△*ABC* 中，*AB*=*AC*，*BC*=6，*AD*⊥*BC* 于 *D* 点，则 *BD*=_________.



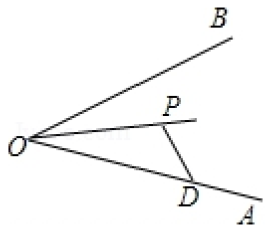
12. 若 $3\times27\times9=3^x$，则 $x=$__________.

13. 已知等腰三角形两边长分别为 3cm 和 5cm，则等腰三角形的周长为_________cm .

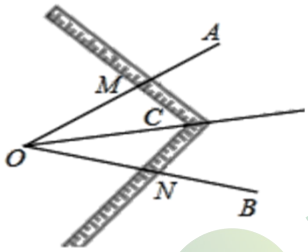
14. 如图，以等边△ABC 的边 AC 为腰作等腰直角△CAD，使得∠DAC=90°，连接 BD，作 CE⊥BD，若 BE=10，则 CD=______________.



15. 如图，已知点 P 为$\angle AOB$ 的角平分线上的一定点，D 是射线 OA 上的一定点，E 是 OB 上的某一点，满足 $PE=PD$，则$\angle OEP$ 与$\angle ODP$ 的数量关系是_____.



16. 工人师傅常用角尺平分一个任意角．做法如下：如图，∠AOB 是一个任意角，在边 OA，OB 上分别取 OM＝ON，移动角尺，使角尺两边相同的刻度分别与 M，N 重合．则过角尺顶点 C 的射线 OC 便是∠AOB 的平分线。这样做的依据是_______.



三、解答题

17. 计算：

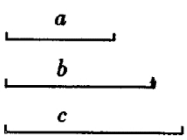
（1）$3x^2y\cdot(-2x^3y^2)^2$；

（2）$(-2a^2)\cdot(3ab^2-5ab^3)$.

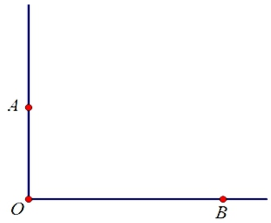
18. 尺规作图：

（1）已知：如图，线段 a、b、c.

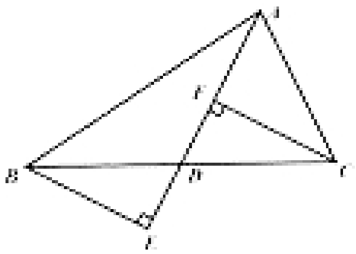
求作：ΔABC，使得 $BC＝a$，$AC＝b$，$AB＝c$．（保留作图痕迹，不写作法）



（2）如图，AO、OB 是互相垂直的墙壁，墙角 O 处是一个老鼠洞，一只猫在 A 处发现了 B 处的一只老鼠正在向洞口逃窜．若猫以与老鼠同样的速度去追捕老鼠，请在图中作出最快能截住老鼠的位置 C．（尺规作图，保留作图痕迹，不写作法）

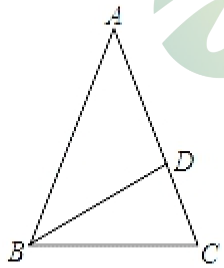


19. 如图，在△ABC 中，AD 是中线，分别过点 B、C 作 AD 及其延长线的垂线 BE、CF，垂足分别为点 E、F．求证：BE=CF．

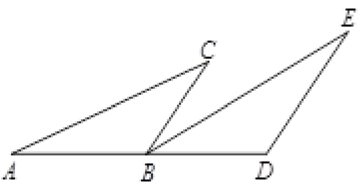


20. 如图，在△ABC 中，AB=AC，∠A=36°，BD 平分∠ABC 交 AC 于点 D．

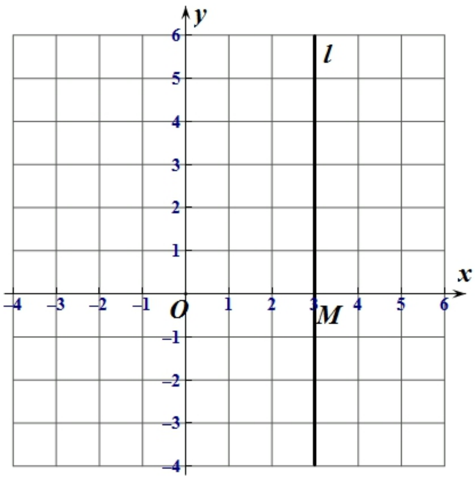
求证：AD=BC．



21. 如图，点 B 在线段 AD 上，$BC \parallel DE$，$AB = ED$，$BC = DB$.求证：$\angle A = \angle E$.



22. 如图，在平面直角坐标系中，直线 l 过点 $M(3，0)$，且平行于 y 轴，如果 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别是 $A(-2，0)$，$B(-1，0)$，$C(-1，4)$，$\triangle ABC$ 关于 y 轴的对称图形是△$A_1B_1C_1$.



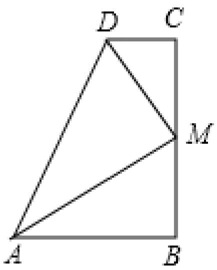
（1）请在图中的直角坐标系中画出$\triangle A_1B_1C_1$；

（2）若$\triangle A_1B_1C_1$关于直线l的对称图形是$\triangle A_2B_2C_2$，请继续在右边直角的坐标系中画出$\triangle A_2B_2C_2$，并写出$\triangle A_2B_2C_2$三个顶点的坐标．

23. 已知：如图，∠B=∠C=90°，M是BC的中点，且DM平分∠ADC．

（1）求证：AM平分∠DAB．

（2）试说明线段DM与AM有怎样的位置关系？并证明你的结论．



24. 从图1所示的风筝中可以抽象出几何图形，我们把这种几何图形叫做“筝形”．

具体定义如下：如图2，在四边形$ABCD$中，$AB=AD$，$BC=DC$，我们把这种两组邻边分别相等的四边形叫做“筝形”．


图1

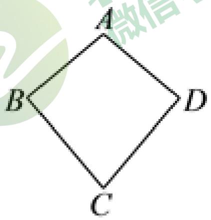


图2

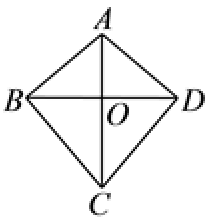


图3

（1）结合图3，通过观察、测量、折纸，可以猜想“筝形”具有诸如“AC平分$\angle BAD$和$\angle BCD$”这样的性质，请结合图形，再写出两条“筝形”的性质．

①____________________________.

②____________________________.

（2）从你写出的两条性质中，任选一条“筝形”的性质给出证明.

25. 如图 1，在△ABC 中，∠ACB=2∠B，∠BAC 的平分线 AO 交 BC 于点 D，点 H 为 AO 上一动点，过点 H 作直线 l⊥AO 于 H，分别交直线 AB、AC、BC、于点 N、E、M.

（1）当直线 l 经过点 C 时（如图 2），求证：BN=CD；

（2）当 M 是 BC 中点时，写出 CE 和 CD 之间的等量关系，并加以证明；

（3）请直接写出 BN、CE、CD 之间的等量关系.

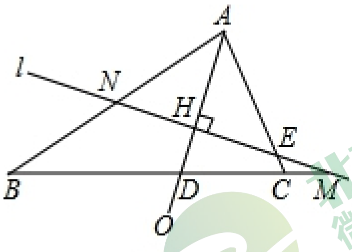


图1

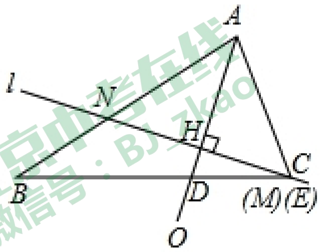
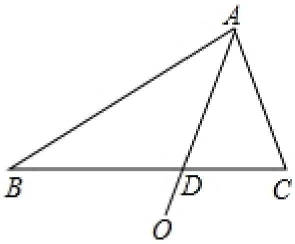
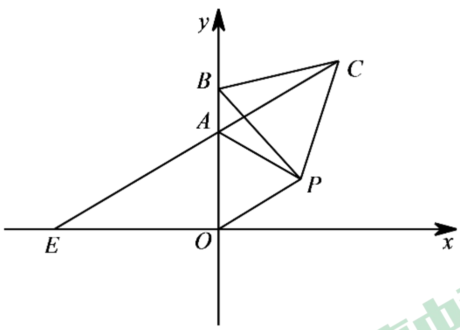
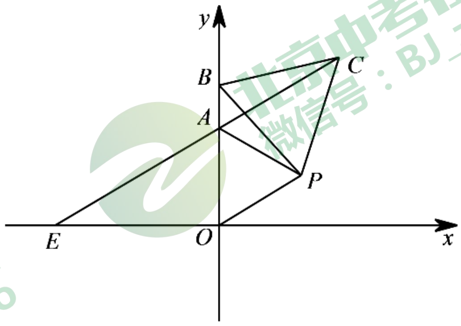


图2



26. 如图，在平面直角坐标系中，$\triangle AOP$ 为等边三角形，$A(0, 2)$，点 B 为 y 轴上一动点，以 BP 为边作等边 $\triangle PBC$，延长 CA 交 x 轴于点 E.





备用图

（1）求证：$OB = AC$；

（2）$\angle CAP$ 的度数是____________________；（直接写出答案，不需要说明理由.）

（3）当 B 点运动时，猜想 AE 的长度是否发生变化？如不变，请求出 AE 的长度；若改变，请说明理由.

参考答案

一、选择题

1. 【答案】B

【解析】

试题分析：将一个图形沿着某条直线折叠，如果直线两边的图形能够完全重合，则这个图形就是轴对称图形，这条直线就是对称轴.根据定义可得：B 为轴对称图形.

2. 【答案】D

【解析】

【分析】

根据同底数幂的乘法、积的乘方及同底数幂的除法直接进行排除选项.

【详解】A、$a^3 \cdot a^4 = a^7$，故错误；

B、$(3x)^3 = 27x^3$，故错误；

C、$\left(b^3\right)^2 = b^6$，故错误；

D、$a^{10} \div a^2 = a^8$，故正确；

故选 D.

【点睛】本题主要考查同底数幂的乘法、积的乘方及同底数幂的除法，熟练掌握同底数幂的乘法、积的乘方及同底数幂的除法是解题的关键.

3. 【答案】A

【解析】

试题分析：根据"关于 y 轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数"解答.

解：点 P（2，1）关于 y 轴对称的点的坐标是（﹣2，1）.

故选 A.

考点：关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标.

4. 【答案】C

【解析】

由三角形内角和为180°，

可求边长为3的边所对的角为$180^{\circ}-45^{\circ}-85^{\circ}=50^{\circ}$，

由全等三角形对应角相等可知$x=50^{\circ}$，

故选C.

5. 【答案】C

【解析】

【分析】

过点C作CD和CE垂直正方形的两个边长，再利用正方形和等边三角形的性质得出CE的长，进而得出△ABC的面积即可.

【详解】解：过点C作CD和CE垂直正方形的两个边长，如图，

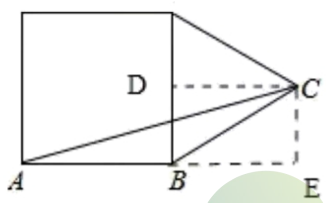
∵一个正方形和一个等边三角形的摆放，

∴四边形DBEC是矩形，

∴$CE=DB=\frac{1}{2}$，

∴△ABC的面积$=\frac{1}{2}AB\cdot CE=\frac{1}{2}\times1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$，

故选：C.



【点睛】此题考查正方形的性质，关键是根据正方形和等边三角形的性质得出BE和CE的长.

6. 【答案】D

【解析】

【分析】

根据三角形内角和定理求解即可.

【详解】根据三角形内角和定理可得

$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$

∵将 ΔABC 沿 DH、HG、EF 翻折

$\therefore \angle C=\angle GOH, \angle B=\angle EOF, \angle A=\angle HOD$

$\therefore \angle GOH+\angle EOF+\angle HOD=180^\circ$

$\therefore \angle 2=360^\circ-\angle 1-\angle GOH+\angle EOF+\angle HOD=360^\circ-40^\circ-180^\circ=140^\circ$

故答案为：D．

【点睛】本题考查了折叠三角形的角度问题，掌握三角形的内角和定理是解题的关键．

7. 【答案】B

【解析】

【分析】

利用轴对称图形的性质得出 PM＝MQ，PN＝NR，进而利用 MR＝7cm，得出 NQ 的长．

【详解】解：∵点 P 关于 OA 的对称点 Q 恰好落在线段 MN 上，点 P 关于 OB 的对称点 R 落在 MN 的延长线上，
∴PM＝MQ，PN＝NR，
∵PM＝2.5cm，PN＝3cm，MR＝7cm，
∴RN＝3cm，MQ＝2.5cm，
即 NQ＝MR−MQ-RN＝7-2.5-3＝1.5（cm）．
故选：B．

【点睛】此题主要考查了轴对称图形的性质，得出 PM＝MQ，PN＝NR 是解题关键．

8. 【答案】C

【解析】

【分析】

严格按照所给方法向下对折，再向右对折，向右下对折，剪去上部分的等腰直角三角形，展开得到答案．

【详解】易得剪去的 4 个小正方形正好两两位于原正方形一组对边的中间．

故选 C．

【点睛】解答此题最好的办法是动手操作一下，即可以解决问题，又锻炼动手操作能力．

9. 【答案】D

【解析】

【分析】

连接 AD，由于△ABC 是等腰三角形，点 D 是 BC 边的中点，故 AD⊥BC，再根据三角形的面积公式求出 AD 的长，再根据 EF 是线段 AB 的垂直平分线可知，点 B 关于直线 EF 的对称点为点 A，故 AD 的长为 BM＋MD 的最小值，由此即可得出结论．

【详解】连接 AD，

∵△ABC 是等腰三角形，点 D 是 BC 边的中点，

∴AD⊥BC，

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\bullet AD=\frac{1}{2}\times4\times AD=20$，解得 AD＝10，

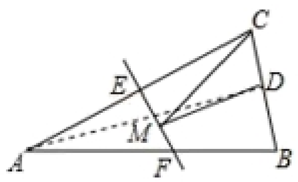
∵EF 是线段 AC 的垂直平分线，

∴点 B 关于直线 EF 的对称点为点 A，

∴AD 的长为 CM＋MD 的最小值，

∴△CDM 的周长最短＝（CM＋MD）＋CD＝AD＋$\frac{1}{2}$BC＝10＋$\frac{1}{2}\times4$＝10＋2＝12．

故选：D．



【点睛】本题考查的是轴对称–最短路线问题，熟知等腰三角形三线合一的性质是解答此题的关键．

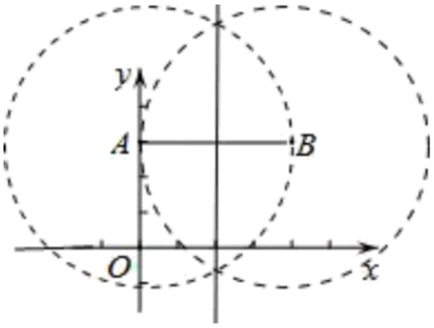
10. 【答案】C

【解析】

【分析】

要使△ABC 是等腰三角形，可分三种情况（①若 AC＝AB，②若 BC＝BA，③若 CA＝CB）讨论，通过画图就可解决问题．

【详解】解：如图：



①若 AC＝AB，则以点 A 为圆心，AB 为半径画圆，与坐标轴有 4 个交点；

②若 BC＝BA，则以点 B 为圆心，BA 为半径画圆，与坐标轴有 2 个交点（A 点除外）；

③若 CA＝CB，则点 C 在 AB 的垂直平分线上，

∵A（0，3），B（4，3），

∴AB∥x 轴，

∴AB 的垂直平分线与坐标轴只有 1 个交点.

综上所述：符合条件的点 C 的个数有 7 个.

故选：C.

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的判定、圆的定义、垂直平分线的性质的逆定理等知识，还考查了动手操作的能力，运用分类讨论的思想是解决本题的关键.

二、填空题

11. 【答案】3

【解析】

【详解】解：∵AB＝AC，AD⊥BC 于 D，∴BD＝$\frac{1}{2}$BC＝3

故答案为：3.

12. 【答案】6

【解析】

【分析】

把等式左边各因数写成与右边相同的底数幂的形式，根据同底数幂乘法的运算法则可得指数的方程，解方程即可.

【详解】∵$3\times27\times9=3^x$，

则$3\times3^3\times3^2=3^x$，

即$3^{(1+3+2)}=3^x$，

$\therefore 1+3+2=x$，

解得 $x=6$．

故答案为：6．

【点睛】本题考查同底数幂的乘法，同底数幂相乘，底数不变，指数相加，熟练掌握运算法则是解题关键．

13. 【答案】11 或 13．

【解析】

【分析】

由于未说明两边哪个是腰哪个是底，故需分情况讨论，从而得到其周长．

【详解】当等腰三角形的腰为 3cm，底为 5cm 时，3cm，3cm，5cm 能够组成三角形，此时周长为 3＋3＋5＝11cm；

当等腰三角形的腰为 5，底为 3cm 时，3cm，5cm，5cm 能够组成三角形，此时周长为 5＋5＋3＝13cm．

则这个等腰三角形的周长是 11cm 或 13cm．

故答案为 11 或 13．

【点睛】本题考查的是等腰三角形的性质和三角形的三边关系等知识，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考常考题型．

14. 【答案】20

【解析】

【分析】

由题意易得 AB=AD，∠BAD=150°，则有∠ABD=∠ADB=15°，进而可得∠DBC=45°，∠EDC=30°，然后可得 BE=EC=10，最后根据直角三角形的性质可求解．

【详解】解：∵△ABC 是等边三角形，△CAD 是等腰直角三角形，∠DAC=90°，

∴AB=AC，AC=AD，∠BAC=∠ABC=60°，∠ADC=45°，

∴∠BAD=∠BAC+∠CAD=150°，AB=AD，

∴∠ABD=∠ADB=15°，

∴∠EBC=∠ABC-∠ABD=45°，∠EDC=∠ADC-∠ADB=30°，

∵CE⊥BD，BE=10，

∴△BEC 为等腰直角三角形，

∴BE=EC=10，

在 Rt△DEC 中，

CD=2EC=20；

故答案为 20．

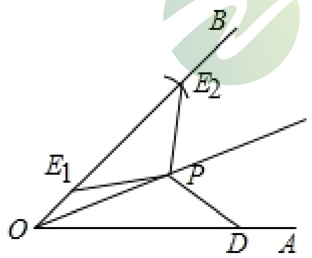
【点睛】本题主要考查等腰直角三角形的性质、等边三角形的性质及含 30°角的直角三角形的性质，熟练掌握等腰直角三角形的性质、等边三角形的性质及含 30°角的直角三角形的性质是解题的关键．

15. 【答案】相等或互补

【解析】

∠OEP=∠ODP 或∠OEP+∠ODP=180°，理由如下：

以 O 为圆心，以 OD 为半径作弧，交 OB 于 E_2，连接 PE_2，如图所示：



∵在△E_2OP 和△DOP 中，$\begin{cases} OE_2 = OD \\ \angle E_2OP = \angle DOP \\ OP = OP \end{cases}$，

∴△E_2OP≌△DOP(SAS)，

∴E_2P=PD，

即此时点 E_2 符合条件，此时∠OE_2P=∠ODP；

以 P 为圆心，以 PD 为半径作弧，交 OB 于另一点 E1，连接 PE_1，

则此点 E_1 也符合条件 PD=PE_1，

∵PE_2=PE_1=PD，

∴∠PE_2E_1=∠PE_1E_2，

∵∠OE_1P+∠E_2E_1P=180°，

∵∠OE_2P=∠ODP，

∴∠OE_1P+∠ODP=180°，

∴∠OEP 与∠ODP 所有可能的数量关系是：∠OEP=∠ODP 或∠OEP+∠ODP=180°，

故答案为∠OEP=∠ODP 或∠OEP+∠ODP=180°.

点睛：本题考查了全等三角形的性质与判定、等腰三角形的性质和判定等知识点，主要考查学生的猜想能力、分析能力和解决问题的能力，题目具有一定的代表性.

16. 【答案】SSS 证明△COM≌△CON，全等三角形对应角相等

【解析】

【分析】

由三边相等得△COM≌△CON，再根据全等三角形对应角相等得出∠AOC＝∠BOC.

【详解】由图可知，CM＝CN，又 OM＝ON，OC 为公共边，

∴△COM≌△CON，

∴∠AOC＝∠BOC，

即 OC 即是∠AOB 的平分线.

故答案为：SSS 证明△COM≌△CON，全等三角形对应角相等.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定及性质．要熟练掌握确定三角形的判定方法，利用数学知识解决实际问题是一种重要的能力，要注意培养.

三、解答题

17. 【答案】（1）$12x^8y^5$；（2）$-6a^3b^2+10a^3b^3$.

【解析】

【分析】

（1）根据幂的乘方和积的乘方进行运算即可；

（2）根据积的乘方进行运算即可.

【详解】解：（1）$3x^2y\cdot(-2x^3y^2)^2$

$=3x^2y\cdot4x^6y^4$

$=12x^8y^5$；

（2）$(-2a^2)\cdot(3ab^2-5ab^3)$

$=-6a^3b^2+10a^3b^3$．

【点睛】本题考查了积的乘方和幂的乘方，掌握运算法则是解题关键．

18. 【答案】（1）图见解析（2）图见解析

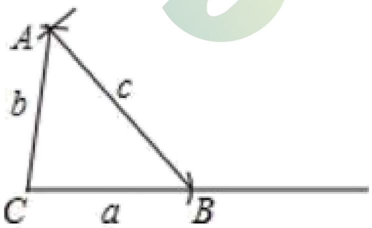
【解析】

【分析】

（1）首先画 AB＝c，再以 B 为圆心，a 为半径画弧，以 A 为圆心，b 为半径画弧，两弧交于一点 C，连接 BC，AC，即可得到△ABC；

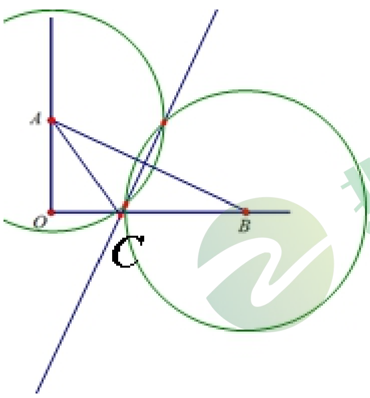
（2）作 AB 的垂直平分线，与 OB 的交点就是 C 点．

【详解】（1）如图所示：



△ABC 就是所求的三角形．

（2）如图，C 点为所求．



【点睛】此题主要考查了复杂作图，关键是掌握基本作图的方法，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．

19. 【答案】详见解析

【解析】

【分析】

在△ABC 中，AD 是中线，得 $BD=CD$，根据∠BED＝∠CFD，∠BDE＝∠CDF，BD＝CD，

得△BED≌△CFD，故 $BE=CF$.

【详解】证明：∵在△ABC 中，AD 是中线，

∴$BD=CD$，

∵$CF\perp AD$，$BE\perp AD$，

∴∠CFD＝∠BED＝90°，在△BED 与△CFD 中，

∵∠BED＝∠CFD，∠BDE＝∠CDF，BD＝CD，

∴△BED≌△CFD，

∴$BE=CF$.

【点睛】全等三角形的判定和性质.

20. 【答案】证明见解析.

【解析】

由等腰三角形性质及三角形内角和定理，可求出∠ABD=∠C=BDC. 再据等角对等边，及等量代换即可求解.

试题解析：∵AB=AC， ∠A=36°∴∠ABC=∠C=$\frac{1}{2}$ (180°-∠A)= $\frac{1}{2}$ ×(180°-36°)=72°，又∵BD 平分∠ABC， ∴∠ABD=∠DBC=$\frac{1}{2}$ ∠ABC=$\frac{1}{2}$ ×72°=36°， ∠BDC=∠A+∠ABD=36°+36°=72°， ∴∠C=∠BDC， ∠A=AB，

∴AD=BD=BC.

21. 【答案】证明见解析

【解析】

【分析】

若要证明∠A=∠E，只需证明△ABC≌△EDB，题中已给了两边对应相等，只需看它们的夹角是否相等，已知给了 DE//BC，可得∠ABC=∠BDE，因此利用 SAS 问题得解.

【详解】∵DE//BC

∴∠ABC=∠BDE

在△ABC 与△EDB 中

$$\begin{cases} AB = DE \\ \angle ABC = \angle BDE, \\ BC = BD \end{cases}$$

∴△ABC≌△EDB（SAS)

∴∠A=∠E

22. 【答案】（1）图见解析（2）图见解析 A_2（4，0），B_2（5，0），C_2（5，4）.

【解析】

【分析】

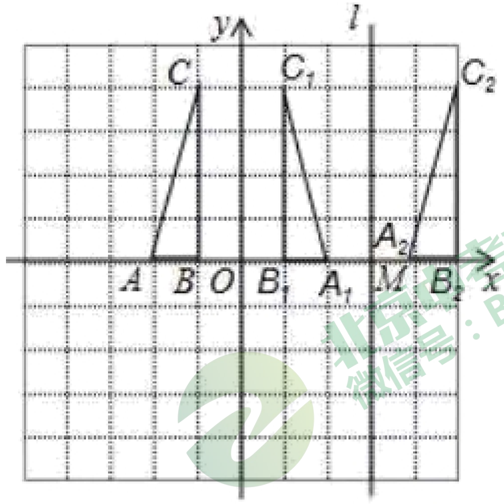
（1）直接利用关于 y 轴对称点的性质得出对应点位置进而得出答案；

（2）利用轴对称图形的性质得出对应点位置即可.

【详解】解：（1）如图所示：$\triangle A_1B_1C_1$，即为所求；

（2）如图所示：$\triangle A_2B_2C_2$，即为所求；

顶点坐标 A_2（4，0），B_2（5，0），C_2（5，4）.



【点睛】此题主要考查了轴对称变换，正确得出对应点位置是解题关键.

23. 【答案】（1）见解析；（2）AM⊥DM，证明见解析.

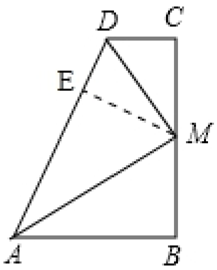
【解析】

【分析】

（1）过 M 作 ME⊥AD 于 E，根据角平分线性质求出 ME=MC=MB，再根据角平分线的判定即可；

（2）根据平行线性质求出∠BAD+∠ADC=180°，结合已知求出∠MAD+∠MDA=90°，即可求出答案.

【详解】（1）证明：过 M 作 ME⊥AD 于 E，



∵DM 平分∠ADC，∠C=90°，ME⊥AD，

∴MC=ME，

∵M 为 BC 的中点，

∴BM=MC=ME，

∵∠B=90°，ME⊥AD，

∴AM 平分∠DAB；

（2）AM⊥DM，

证明如下：

∵∠B=∠C=90°，

∴∠B+∠C=180°，

∴AB//DC，

∴∠BAD+∠ADC=180°，

∵AM 平分∠DAB，DM 平分∠ADC，

∴$\angle MAD=\frac{1}{2}\angle BAD$，$\angle MDA=\frac{1}{2}\angle ADC$，

∴∠MAD+∠MDA=90°，

∴∠AMD=90°，

∴AM⊥DM.

【点睛】本题考查了平行线的性质，角平分线性质和判定的应用，主要考查学生综合运用性质进行推理的能力，难度适中．

24. 【答案】（1）①$\angle ABC=\angle ADC$．②$BD\perp AC$，$OB=OD$．（2）见解析

【解析】

【分析】

（1）①一组对角相等，$\angle ABC=\angle ADC$；②AC 垂直平分 BD，$OB=OD$，$BD\perp AC$；

（2）证明$\angle ABC=\angle ADC$，由已知条件不难证明$\triangle ABC\cong\triangle ADC$，即可证明$\angle ABC=\angle ADC$．

【详解】解：（1）①一组对角相等，$\angle ABC=\angle ADC$；

②AC 垂直平分 BD，$OB=OD$，$BD\perp AC$．

（2）证明：$\angle ABC=\angle ADC$，

证：在$\triangle ABC$和$\triangle ADC$中，

$$\begin{cases} AB=AD \\ BC=DC \\ AC=AC \end{cases},$$

∴$\triangle ABC\cong\triangle ADC$（SSS），

∴$\angle ABC=\angle ADC$．

【点睛】本题考查四边形综合．关键结合全等三角形的判定与性质解题．

25. 【答案】（1）证明见解析；（2）CD=2CE；（3）当点 M 在线段 BC 上时，CD=BN+CE ； 当点 M 在 BC 的延长线上时，CD=BN-CE ； 当点 M 在 CB 的延长线上时，CD=CE-BN.

【解析】

试题分析：（1）连接 ND，先由已知条件证明：DN=DC，再证明 BN=DN 即可；

（2）当 M 是 BC 中点时，CE 和 CD 之间的等量关系为 CD=2CE，过点 C 作 CN'⊥AO 交 AB 于 N'．过点 C 作 CG∥AB 交直线 l 于 G，再证明△BNM≌△CGM 问题得证；

（3）BN、CE、CD 之间的等量关系要分三种情况讨论：①当点 M 在线段 BC 上时；②当点 M 在 BC 的延长线上时；③当点 M 在 CB 的延长线上时．

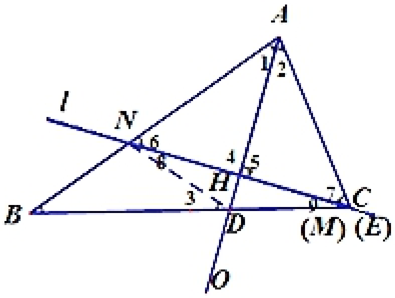
试题解析：（1 ）证明：连接 ND ，

∵AO 平分∠BAC ， ∴∠1= ∠2 ，

∵直线 l ⊥AO 于 H，∴∠4=∠5=90°，∴∠6=∠7，∴AN=AC，

∴NH=CH，∴AH 是线段 NC 的中垂线，∴DN=DC，∴∠8=∠9，∴∠AND=∠ACB，

∵∠AND=∠B+∠3，∠ACB=2∠B，∴∠B=∠3，∴BN=DN，∴BN=DC；



（2）如图，当 M 是 BC 中点时，CE 和 CD 之间的等量关系为 CD=2CE.

证明：过点 C 作 CN' ⊥AO 交 AB 于 N'，

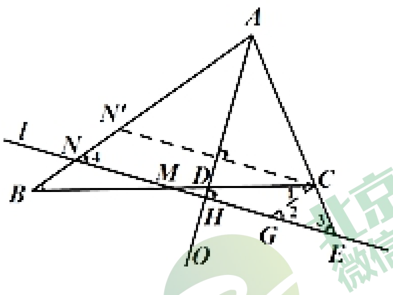
由（1）可得 BN'=CD，AN'=AC，AN=AE，∴∠4=∠3，NN'=CE，

过点 C 作 CG ∥AB 交直线 l 于 G，∴∠4=∠2，∠B=∠1，∴∠2=∠3，∴CG=CE，

∵M 是 BC 中点，$\begin{cases}\angle B=\angle 1\\ BM=CM\\ \angle NMB=\angle GMC\end{cases}$，∴BM=CM，

∴在△BNM 和△CGM 中，△BNM ≌△CGM，∴BN=CG，∴BN=CE，

∴CD=BN'=NN'+BN=2CE；



（3）BN、CE、CD 之间的等量关系：

当点 M 在线段 BC 上时，CD=BN+CE；

当点 M 在 BC 的延长线上时，CD=BN-CE；

当点 M 在 CB 的延长线上时，CD=CE-BN.

26.【答案】（1）见详解；（2）60°；（3）不变，$AE=8$

【解析】

【分析】

（1）由题意易得△OPB≌△APC，然后根据三角形全等的性质可求证；

（2）由（1）可直接进行求解；

（3）由题意易得∠EAO=60°，则有∠AEO=30°，进而根据直角三角形的性质可求解.

【详解】（1）证明：∵$\triangle AOP$为等边三角形，

∴AP=OP，∠APO=60°，

∵△PBC是等边三角形，

∴PB=PC，∠BPC=60°，

∵∠APB是公共角，

∴∠OPB=∠APC，

∴△OPB≌△APC（SAS），

∴OB=AC；

（2）解：由（1）可得△OPB≌△APC，

∴∠BOP=∠CAP，

∵∠BOP=60°，

∴∠CAP=60°，

故答案为60°；

（3）解：不变，AE=8，理由如下：

由（2）得：∠CAP=60°，

∵∠OAP=60°，

∴∠EAO=60°，

∴∠AEO=30°，

∵$A(0，2)$，

∴OA=4，

∴AE=2OA=8．

【点睛】本题主要考查平面直角坐标系与图形的综合、等边三角形的性质及含 30°角的直角三角形的性质，熟练掌握平面直角坐标系与图形的综合、等边三角形的性质及含 30°角的直角三角形的性质是解题的关键．