



通州区 2023 年初中学业水平模拟考试

数学参考答案及评分标准

2023 年 4 月

一、选择题：(本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	A	C	D	D	B	A

二、填空题(本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分)

9. $x \neq 1$ 10. $2(x-2)^2$ 11. 3 12. $x=3$ 13. $R \geq 2$

14. 4500 15. 2 16. 答案不唯一，五种方案写一种即可；2600

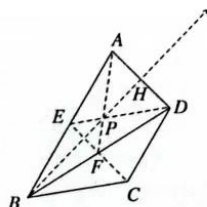
三、解答题(17-23 题每题 5 分，24、25 题每题 6 分，26-28 每题 7 分，共 68 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解：原式 $= 2 + 1 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ (4 分)
 $= 3$ (5 分)

18. 解： $\begin{cases} \frac{x}{3} \leq \frac{x+1}{4} & (1) \\ 2(x+1) > 3x+1 & (2) \end{cases}$
由(1)得： $x \leq 3$ (2 分)
由(2)得： $x < 1$ (4 分)
 \therefore 不等式组的解集为 $x < 1$ (5 分)

19. 解： $(x+1)(x-2) - (3+2x)(2x-3)$
 $= x^2 - x - 2 - (4x^2 - 9)$ (1 分)
 $= x^2 - x - 2 - 4x^2 + 9$
 $= -3x^2 - x + 7$ (3 分)
 $= -(3x^2 + x) + 7$
 $\because 3x^2 + x + 1 = 0$,
 $\therefore 3x^2 + x = -1$ (4 分)
 \therefore 原式 $= 8$ (5 分)

20. 解： (2 分)



一组对边平行且相等的四边形是平行四边形 (3 分)
平行四边形对角线互相平分 (4 分)
等腰三角形顶角的平分线，底边上中线，底边上的高线相互重合或者答三线合一. (5 分)



21. 证明:(1)

∵点 E 是边 AC 中点,

∴AE=EC

∵EF=DE,

∴四边形 ADCF 是平行四边形 (1 分)

∵∠ACB=90°, 点 D 是斜边 AB 中点,

∴AD=DC (2 分)

∴四边形 ADCF 是菱形 (3 分)

解:(2)

∵四边形 ADCF 是菱形

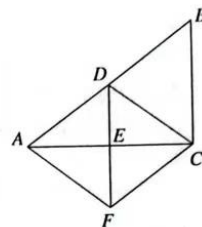
∴∠CAF=∠CAB

∵ $\sin \angle CAF = \frac{3}{5}$,

∴ $\sin \angle CAB = \frac{3}{5}$, (4 分)

∵AC=8,

∴AB=10 (5 分)



22. 解:(1)

把 C(m,4) 代入 $y = -\frac{1}{2}x + 3$

∴m=-2 (1 分)

把 C(-2,4) 代入 $y=kx$

∴k=-2 (2 分)

∴正比例函数表达式为: $y=-2x$

(2) k 的值分别是 $-\frac{3}{2}, -2, -\frac{1}{2}$ (5 分)

23. 解:

(1) 8.6 (2 分)

(2) 2001 (3 分)

(3)

①“<”; (4 分)

②答案不唯一. (5 分)

24. 证明:(1)

∵AC 是 ⊙O 的弦, 且 OF ⊥ AC,

∴∠AOF=∠COF (1 分)

∵∠COF=45°.

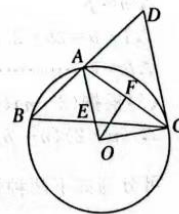
∴∠COA=90°. (2 分)

∵CD // AO,

∴∠OCD=90°

∴CD ⊥ OC (3 分)

∴DC 是 ⊙O 的切线





解:(2)

$\because \angle AOF = \angle COF = 45^\circ, OF \perp AC,$

$\therefore \angle OAC = 45^\circ$

$\therefore \angle COA = 90^\circ.$

$\therefore \angle B = 45^\circ$

$\therefore \angle ACB = \angle ECA$

$\therefore \triangle ACB \sim \triangle ECA \dots\dots\dots (4 \text{分})$

$\therefore \frac{EC}{AC} = \frac{AC}{BC}$

$\therefore BC \cdot CE = 8,$

$\therefore AC = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \dots\dots\dots (5 \text{分})$

\therefore 由勾股定理得: $OA = 2$

$\therefore \odot O$ 半径是 2 $\dots\dots\dots (6 \text{分})$

25. 解:

(1) 依据题意得

$C(0, \frac{3}{2}), A(2, 2),$

设 $y = a(x-2)^2 + 2 \dots\dots\dots (2 \text{分})$

把 $C(0, \frac{3}{2}),$ 代入 $y = a(x-2)^2 + 2$

$a = -\frac{1}{8}$

抛物线表达式为: $y = -\frac{1}{8}(x-2)^2 + 2 \dots\dots\dots (3 \text{分})$

当 $y = 0$ 时

$x_1 = -2, x_2 = 6$

\therefore 水流最大射程 $OB = 6$ 米 $\dots\dots\dots (4 \text{分})$

(2) 设 $y = a(x - \frac{2}{3})^2 + h$

把 $C(0, \frac{3}{2}), E(2, 0)$ 代入 $y = a(x - \frac{2}{3})^2 + h \dots\dots\dots (5 \text{分})$

解之得 $h = 2 \dots\dots\dots (6 \text{分})$

\therefore 此水流距离地面最大高度是 2 米.

26. 解:

(1) 把 $(-1, n), (2, p)$ 代入 $y = -x^2 + bx + 2$

$\begin{cases} n = 1 - b, \\ p = 2b - 2. \end{cases} \dots\dots\dots (1 \text{分})$

$\therefore n = p$

$\therefore 1 - b = 2b - 2$

$\therefore b = 1 \dots\dots\dots (2 \text{分})$

(2) 根据 $(2-n)(n-p) > 0,$

$\therefore (n-2)(n-p) < 0$

可分为如下两种情况: $\begin{cases} n-2 > 0, \\ n-p < 0. \end{cases}$ 或者 $\begin{cases} n-2 < 0, \\ n-p > 0. \end{cases} \dots\dots\dots (4 \text{分})$



当 $n > 2$ 时, 解得: $2 < n < p$, 不合题意, 舍去;

当 $n < 2$ 时, 解得: $p < n < 2$, (5分)

解得: $-1 < b < 1$ (7分)

27. 解:

(1) 连接 BD (1分)

$\because \angle ADC = \angle AOC = 90^\circ$,

$\therefore A, O, D, C$ 四点共圆.

$\therefore \angle DAO = \angle DCO$.

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle COD$ 中,

$$\begin{cases} AD = CD \\ \angle DCO = \angle DAB \\ CO = AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle COD \cong \triangle ABD$ (2分)

$\therefore \angle CDO = \angle ADB$.

$\therefore \angle CDA = \angle BDO = 90^\circ, OD = OB$.

$\therefore \angle DOB = \angle DBO = 45^\circ$.

$\angle AOD = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ (3分)

(2) $AF = DE, AF \perp DE$ (4分)

连接 BD, BF

证明: 同理可证 $\triangle CED \cong \triangle ABD$,

可得 $DE = DB, \angle ADB = \angle CDE$

$\therefore \angle CDA = 90^\circ$

$\therefore DB \perp DE$ (5分)

$\therefore OD = OF, AO = OB$,

\therefore 四边形 $ADBF$ 是平行四边形. (6分)

$\therefore AF = DB, \therefore AF \parallel DB$

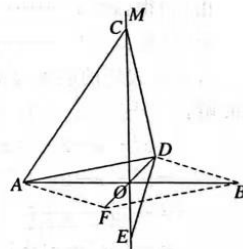
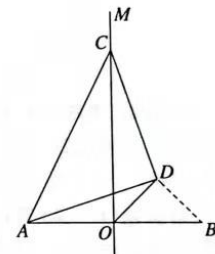
$\therefore AF = DE, AF \perp DE$ (7分)

28. (1) ① $O'(1, 1)$ (2分)

② $\sqrt{5} - 1 \leq BO' \leq 2$ (5分)

(2) 最大值: $10 + 2\sqrt{2}$

最小值: $10 - 2\sqrt{2}$ (7分)



[注]: 学生正确答案与本答案不同, 请老师按此评分标准酌情给分.