



北京市平谷区 2019 年中考统一练习（一）

数学试卷

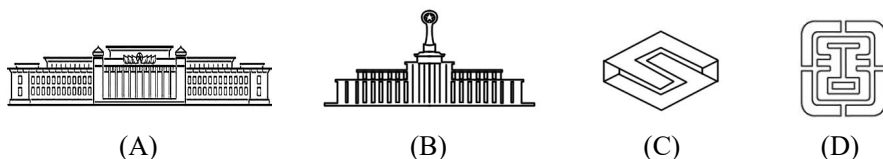
2019.4

| | |
|------------------|---|
| 考 生 须 知 | 1. 试卷分为试题和答题卡两部分，所有试题均在答题卡上作答。 2. 答题前，在答题卡上考生务必将学校、班级、准考证号、姓名填写清楚。 3. 把选择题的所选选项填涂在答题卡上；作图题用 2B 铅笔。 4. 修改时，用塑料橡皮擦干净，不得使用涂改液。请保持卡面清洁，不要折叠。 |
|------------------|---|

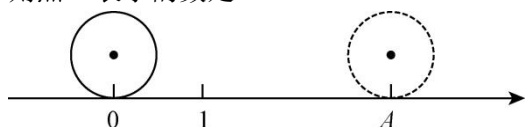
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

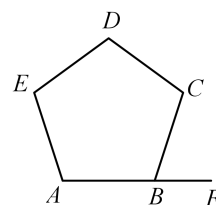
1. 下列图形中，不是轴对称图形的是



2. 如图，直径为单位 1 的圆从数轴上的原点沿着数轴无滑动地顺时针滚动一周到达点 A，则点 A 表示的数是



- (A) 2 (B) $\sqrt{2}$ (C) π (D) 4



3. 如图，正五边形 ABCDE，点 F 是 AB 延长线上的一点，则 $\angle CBF$ 的度数是

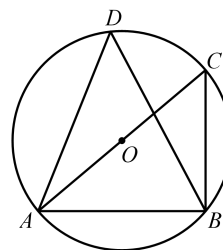
- (A) 60° (B) 72° (C) 108° (D) 120°

4. 某颗人造地球卫星绕地球运行的速度是 $7.9 \times 10^3 \text{ m/s}$ ，那么这颗卫星绕地球运行一年（一年以 $3.2 \times 10^7 \text{ s}$ 计算）走过的路程约是

- (A) $1.1 \times 10^{10} \text{ m}$ (B) $7.9 \times 10^{10} \text{ m}$ (C) $2.5 \times 10^{10} \text{ m}$ (D) $2.5 \times 10^{11} \text{ m}$

5. 如图，点 A, B, C, D 在 $\odot O$ 上，AC 是 $\odot O$ 的直径， $\angle BAC = 40^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数是

- (A) 40° (B) 50° (C) 60° (D) 90°



6. 如果 $a+b=2$ ，那么代数式 $\left(1 + \frac{2b}{a-b}\right) \cdot \frac{a-b}{a^2 + 2ab + b^2}$ 的值是

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) $\sqrt{2}$ (D) 2

7. 某非物质文化遗产共有 16 名传承艺人，为了了解每位艺人的日均生产能力，随机调查了某一天每位艺人的生产件数。获得数据如下表：

| | | | | | | |
|-------------|----|----|----|----|----|----|
| 生产件数 (件) | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 人数(人) | 1 | 6 | 3 | 3 | 2 | 1 |

从这一天 16 名艺人中随意抽取 1 人，则他的这一天生产件数最可能的是

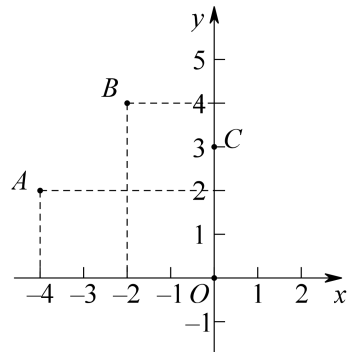
- (A) 11 件 (B) 12 件 (C) 13 件 (D) 15 件

8. 如图, 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象经过点 A, B, C . 现有下面四个推断:

- ① 抛物线开口向下;
- ② 当 $x=-2$ 时, y 取最大值;
- ③ 当 $m<4$ 时, 关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=m$ 必有两个不相等的实数根;
- ④ 直线 $y=kx+c(k\neq 0)$ 经过点 A, C , 当 $kx+c > ax^2+bx+c$ 时, x 的取值范围是 $-4 < x < 0$;

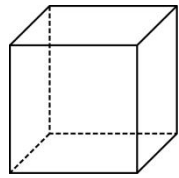
其中推断正确的是

- (A) ①② (B) ①③
- (C) ①③④ (D) ②③④



二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 如图, 该正方体的主视图是_____形.



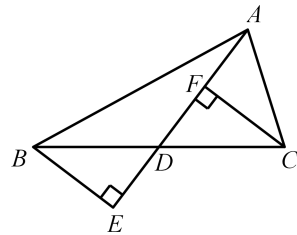
10. 若分式 $\frac{1}{x+1}$ 的值是正数, 则 x 的取值范围是_____.

11. 某商场甲、乙、丙三名业务员 5 个月的销售额(单位: 万元)如下表:

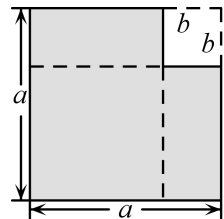
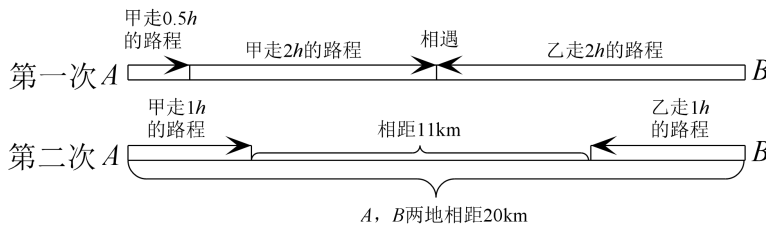
| 销售员 \ 销售额 | 第 1 月 | 第 2 月 | 第 3 月 | 第 4 月 | 第 5 月 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 甲 | 7.2 | 9.6 | 9.6 | 8.0 | 9.3 |
| 乙 | 7.8 | 9.7 | 9.8 | 5.8 | 9.9 |
| 丙 | 9.2 | 5.8 | 8.5 | 9.9 | 9.9 |

则甲、乙、丙三名业务员中销售额最稳定的是_____.

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 射线 AD 交 BC 于点 D , $BE \perp AD$ 于 E , $CF \perp AD$ 于 F , 请补充一个条件, 使 $\triangle BED \cong \triangle CFD$, 你补充的条件是_____ (填出一个即可).

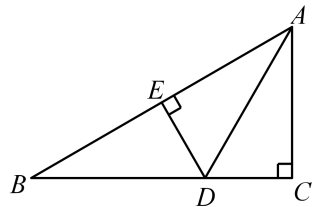


12. 甲乙二人分别从相距 20km 的 A, B 两地出发, 相向而行. 下图是小华绘制的甲乙二人运动两次的情形, 设甲的速度是 x km/h 乙的速度是 y km/h, 根据题意所列的方程组是_____.

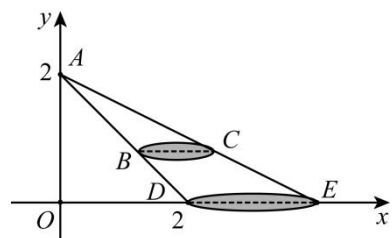


14. 如图, 从一个边长为 a 的正方形的一角上剪去一个边长为 $b(a>b)$ 的正方形, 则剩余(阴影)部分正好能够表示一个乘法公式, 则这个乘法公式是_____ (用含 a, b 的等式表示).

15. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D , 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 若 $CD=2, BD=4$, 则 AE 的长是_____.



16. 小明家的客厅有一张直径为 1.2 米, 高 0.8 米的圆桌 BC , 在距地面 2 米的 A 处有一盏灯, 圆桌的影子为 DE , 依据题意建立平面直角坐标系, 其中 D 点坐标为 $(2, 0)$, 则点 E 的坐标是_____.



三、解答题(本题共 68 分, 第 17-21 题, 每小题 5 分, 第 22-27 题, 每小题 6 分, 第 28 题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

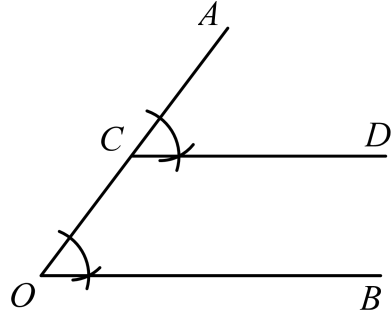
17. 下面是小元设计的“作已知角的角平分线”的尺规作图过程.

已知: 如图, $\angle AOB$.

求作: $\angle AOB$ 的角平分线 OP .

作法: 如图,

- ①在射线 OA 上任取点 C ;
 - ②作 $\angle ACD = \angle AOB$;
 - ③以点 C 为圆心 CO 长为半径画圆, 交射线 CD 于点 P ;
 - ④作射线 OP ;
- 所以射线 OP 即为所求.



根据小元设计的尺规作图过程, 完成以下任务.

(1) 补全图形;

(2) 完成下面的证明:

证明: $\because \angle ACD = \angle AOB$,
 $\therefore CD \parallel OB$ () (填推理的依据).
 $\therefore \angle BOP = \angle CPO$.
 又 $\because OC = CP$,
 $\therefore \angle COP = \angle CPO$ () (填推理的依据).
 $\therefore \angle COP = \angle BOP$.
 $\therefore OP$ 平分 $\angle AOB$.

18. 计算: $2 \sin 60^\circ + (3 - \pi)^0 - \sqrt{12} + |\sqrt{3} - 1|$.

19. 解不等式组:
$$\begin{cases} 2(x+1) > 3x-1, \\ \frac{x+1}{2} > 1. \end{cases}$$

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (k-1)x + k - 2 = 0$

(1) 求证: 方程总有两个实数根;

(2) 若方程有一根为正数, 求实数 k 的取值范围.

21. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$

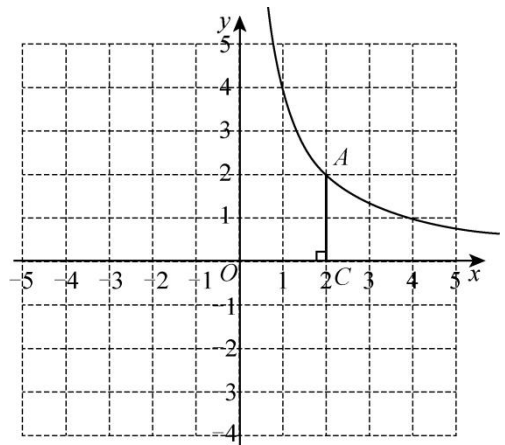
的图象经过点 A , 作 $AC \perp x$ 轴于点 C .

(1) 求 k 的值;

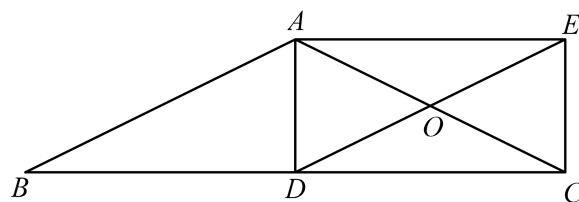
(2) 直线 $AB: y = ax + b (a > 0)$ 图象经过点 A 交 x 轴于点 B . 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 线段 AB , AC , BC 围成的区域 (不含边界) 为 W .

①直线 AB 经过 $(0, 1)$ 时, 直接写出区域 W 内的整点个数;

②若区域 W 内恰有 1 个整点, 结合函数图象, 求 a 的取值范围.



22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 是 BC 边的中点, 连接 AD , 分别过点 A, C 作 $AE \parallel BC$, $CE \parallel AD$ 交于点 E , 连接 DE , 交 AC 于点 O .



(1) 求证: 四边形 $ADCE$ 是矩形;

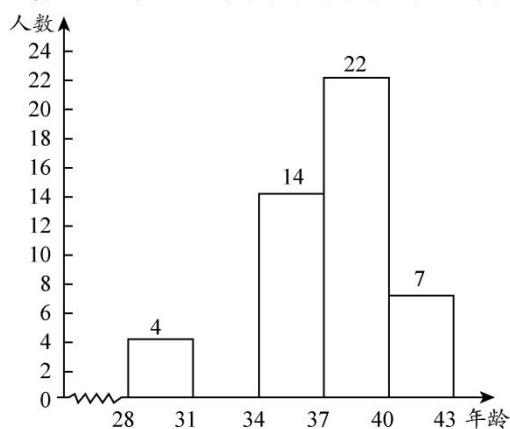
(2) 若 $AB=10$, $\sin \angle COE = \frac{4}{5}$, 求 CE 的长.

23. 费尔兹奖是国际上享有崇高荣誉的一个数学奖项, 每 4 年评选一次, 在国际数学家大会上颁给有卓越贡献的年龄不超过 40 岁的年轻数学家, 美籍华人丘成桐 1982 年获得费尔兹奖. 为了让学生了解费尔兹奖得主的年龄情况, 我们查取了截止到 2018 年 60 名费尔兹奖得主获奖时的年龄数据, 并对数据进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 截止到 2018 年费尔兹奖得主获奖时的年龄数据的频数分布直方图如下

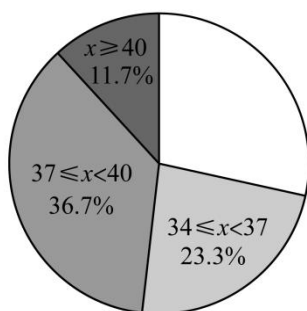
(数据分成 5 组, 各组是 $28 \leq x < 31$, $31 \leq x < 34$, $34 \leq x < 37$, $37 \leq x < 40$, $x \geq 40$):

费尔兹奖得主获奖年龄分布图 (截止到 2018 年)



b. 如图, 在 a 的基础上, 画出扇形统计图;

费尔兹奖得主获奖年龄分布图 (截止到 2018 年)



c. 截止到 2018 年费尔兹奖得主获奖时的年龄在 $34 \leq x < 37$ 这一组的数据是:

36 35 34 35 35 34 34 35 36 36 36 36 34 35

d. 截止到 2018 年时费尔兹奖得主获奖时的年龄的平均数、中位数、众数如下:

| 年份 | 平均数 | 中位数 | 众数 |
|----------|-------|-----|--------|
| 截止到 2018 | 35.58 | m | 37, 38 |

根据以上信息, 回答下列问题:

(1) 依据题意, 补全频数直方图;

(2) $31 \leq x < 34$ 这组的圆心角度数是 _____ 度, 并补全扇形统计图;

(3) 统计表中中位数 m 的值是 _____;

(4) 根据以上统计图表试描述费尔兹奖得主获奖时的年龄分布特征.

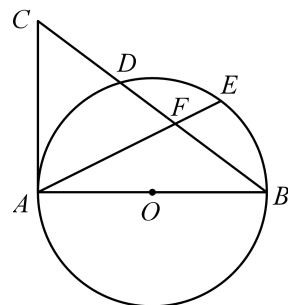


24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 切 $\odot O$ 于点 A , 连接 BC 交 $\odot O$

于点 D , 点 E 是 BD 的中点, 连接 AE 交 BC 于点 F .

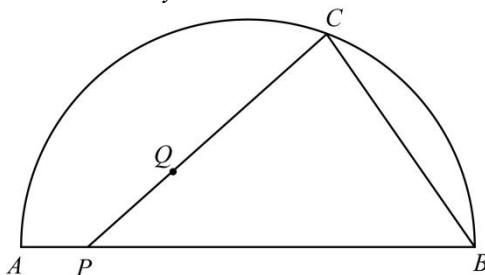
(1) 求证: $AC=CF$;

(2) 若 $AB=4$, $AC=3$, 求 $\angle BAE$ 的正切值.



25. 如图, 点 P 是 AB 所对弦 AB 上一动点, 点 Q 是 AB 与弦 AB

所围成的图形的内部的一定点, 作射线 PQ 交 AB 于点 C , 连接 BC . 已知 $AB=6\text{cm}$, 设 A, P 两点间的距离为 $x\text{cm}$, P, C 两点间的距离为 $y_1\text{cm}$, B, C 两点间的距离为 $y_2\text{cm}$. (当点 P 与点 A 重合时, x 的值为 0).



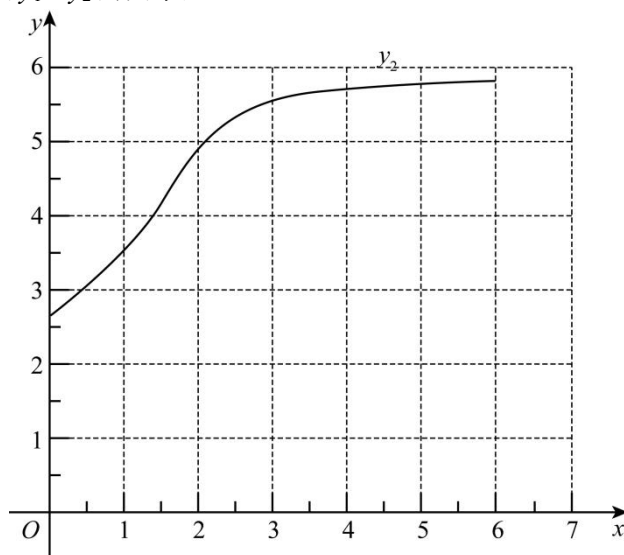
小平根据学习函数的经验, 分别对函数 y_1, y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究. 下面是小平的探究过程, 请补充完整:

(1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量, 分别得到了 y 与 x 的几组对应值;

| | | | | | | | |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|
| x/cm | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| y_1/cm | 5.37 | 4.06 | 2.83 | m | 3.86 | 4.83 | 5.82 |
| y_2/cm | 2.68 | 3.57 | 4.90 | 5.54 | 5.72 | 5.79 | 5.82 |

经测量 m 的值是_____ (保留一位小数).

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_1) , (x, y_2) , 并画出函数 y_1, y_2 的图象;

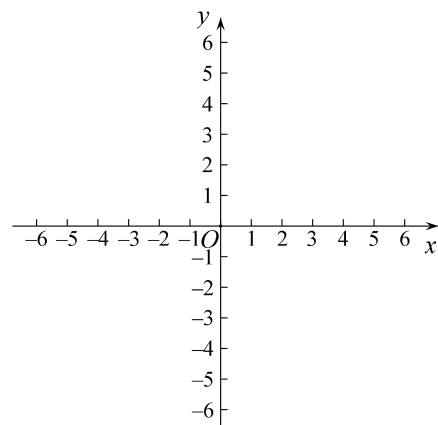


(3) 结合函数图象, 解决问题: 当 $\triangle BCP$ 为等腰三角形时, AP 的长度约为_____ cm .



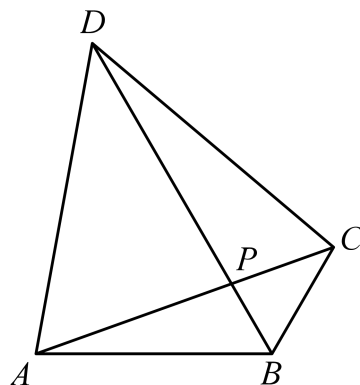
26. 平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 - 3$ 与 y 轴交于点 A , 过 A 作 $AB \parallel x$ 轴与直线 $x=4$ 交于 B 点.

- (1) 抛物线的对称轴为 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ (用含 m 的代数式表示);
- (2) 当抛物线经过点 A, B 时, 求此时抛物线的表达式;
- (3) 记抛物线在线段 AB 下方的部分图象为 G (包含 A, B 两点), 点 $P(m, 0)$ 是 x 轴上一动点, 过 P 作 $PD \perp x$ 轴于 P , 交图象 G 于点 D , 交 AB 于点 C , 若 $CD \leq 1$, 求 m 的取值范围.



27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 120^\circ$, 线段 AC 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到线段 AD , 连接 CD , BD 交 AC 于 P .

- (1) 若 $\angle BAC = \alpha$, 直接写出 $\angle BCD$ 的度数 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用含 α 的代数式表示);
- (2) 求 AB, BC, BD 之间的数量关系;
- (3) 当 $\alpha = 30^\circ$ 时, 直接写出 AC, BD 的关系.



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 P, Q , 给出如下定义: M 为图形 P 上任意一点, N 为图形 Q 上任意一点, 如果 M, N 两点间的距离有最小值, 那么称这个最小值为图形 P, Q 间的“非常距离”, 记作 $d(P, Q)$. 已知点 $A(4, 0), B(0, 4)$, 连接 AB .

- (1) $d(\text{点 } O, AB) = \underline{\hspace{2cm}}$
- (2) $\odot O$ 半径为 r , 若 $d(\odot O, AB) = 0$, 求 r 的取值范围;
- (3) 点 $C(-3, -2)$, 连接 AC, BC , $\odot T$ 的圆心为 $T(t, 0)$, 半径为 2, $d(\odot T, \triangle ABC)$, 且 $0 < d < 2$, 求 t 的取值范围.

