



初三数学四月检测试卷 (4.2)

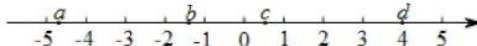
班级: _____ 姓名 _____ 学号 _____ 成绩 _____

一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

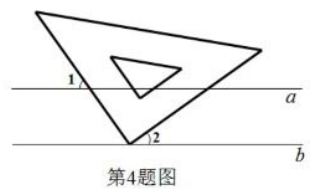
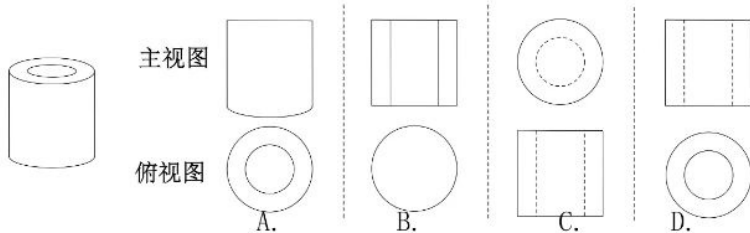
1. 随着“一带一路”的建设推进, 北京丰台口岸进口货值业务量加速增长, 2016 年北京丰台口岸进口货值飙升至 189 000 000 美元, 比上一年翻了三倍, 创下历史新高. 将 189 000 000 用科学记数法表示应为 ()

- A. 189×10^6
- B. 1.89×10^6
- C. 18.9×10^7
- D. 1.89×10^8

2. 实数 a, b, c, d 在数轴上的对应点的位置如图所示, 则正确的结论是 ()

- A. $a > -4$
 - B. $bd > 0$
 - C. $|a| > |b|$
 - D. $b + c > 0$
- 

3. 如图, A, B, C, D 是四位同学画出的一个空心圆柱的主视图和俯视图, 正确的一组是 ()



4. 如图, 直线 $a \parallel b$, 三角板的直角顶点放在直线 b 上, 两直角边与直线 a 相交, 如果 $\angle 1 = 55^\circ$, 那么 $\angle 2$ 等于 ()

- A. 65°
- B. 55°
- C. 45°
- D. 35°

5. 一个不透明的盒子中装有 2 个白球, 5 个红球和 8 个黄球, 这些球除颜色外, 没有任何其他区别, 从这个盒子中随机摸出一个球, 摸到红球的概率为 ()

- A. $\frac{2}{15}$
- B. $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{8}{15}$
- D. $\frac{1}{2}$

6. 如果 $m^2 + 2m - 2 = 0$, 那么代数式 $\left(m + \frac{4m+4}{m}\right) \cdot \frac{m^2}{m+2}$ 的值是 ()

- A. -2
- B. -1
- C. 2
- D. 3

7. 2022 年将在北京—张家口举办冬季奥运会, 北京将成为世界上第一个既举办夏季奥运会, 又举办冬季奥运会的城市. 某校开设了冰球选修课, 12 名同学被分成甲、乙两组进行训练, 他们的身高 (单位: cm) 如下表所示:

	队员 1	队员 2	队员 3	队员 4	队员 5	队员 6
甲组	176	177	175	176	177	175
乙组	178	175	170	174	183	176

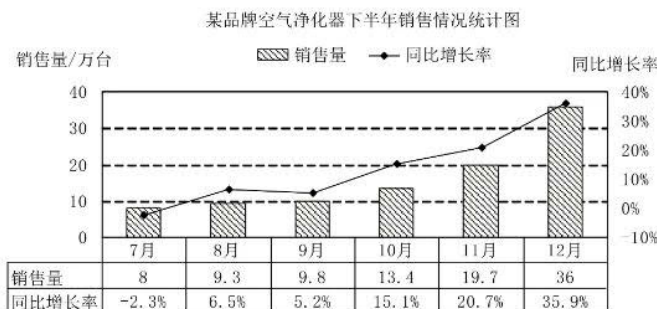
设两队队员身高的平均数依次为 $\bar{x}_甲$, $\bar{x}_乙$, 方差依次为 $s_甲^2$, $s_乙^2$, 下列关系中完全正确的是 ()

- A. $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$, $s_甲^2 < s_乙^2$
- B. $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$, $s_甲^2 > s_乙^2$
- C. $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$, $s_甲^2 < s_乙^2$
- D. $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$, $s_甲^2 > s_乙^2$



8. 近年来由于空气质量的变化, 以及人们对自身健康的关注程度不断提高, 空气净化器成为很多家庭的新电器. 某品牌的空气净化器厂家为进一步了解市场, 制定生产计划, 根据2016年下半年销售情况绘制了如下统计图, 其中同比增长率 = $\left(\frac{\text{当月销售量}}{\text{去年同月销售量}} - 1\right) \times 100\%$, 下面有四个推断: 其中合理的是 ()

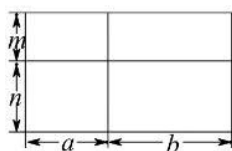
- ①2016年下半年各月销售量均比2015年同月销售量增多
- ②第四季度销售量占下半年销售量的七成以上
- ③下半年月均销售量约为16万台
- ④下半年月销售量的中位数不超过10万台



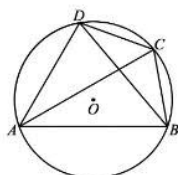
- A. ①②
- B. ①④
- C. ②③
- D. ③④

二. 填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

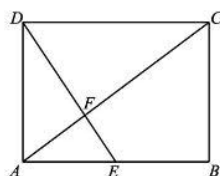
9. 如果二次根式 $\sqrt{x-5}$ 有意义, 那么 x 的取值范围是_____.
10. 分解因式: $2m^2 - 18 =$ _____.
11. 如下图中的四边形均为矩形. 根据图形, 利用图中的字母, 写出一个正确的等式:_____.
12. 如下图, 点 A, B, C, D 在 $\odot O$ 上, $CB=CD$, $\angle CAD=30^\circ$, $\angle ACD=50^\circ$, 则 $\angle ADB =$ _____.
13. 如下图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 是边 AB 的中点, 连接 DE 交对角线 AC 于点 F , 若 $AB=4$, $AD=3$, 则 CF 的长为_____.
14. 如下图, A, B 两点在函数 $y = -\frac{2}{x}$ ($x < 0$) 图象上, AC 垂直 y 轴于点 C , BD 垂直 x 轴于点 D , $\triangle AOC$, $\triangle BOD$ 面积分别记为 S_1, S_2 , 则 S_1 _____ S_2 . (填“<”, “=”, 或“>”).
15. 如下图在以点 O 为圆心的两个同心圆中, 大圆的半径为 2, 小圆的半径为 1, $\angle AOB = 100^\circ$. 则阴影部分的面积是_____.



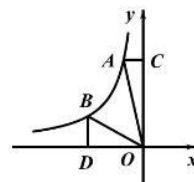
第 11 题



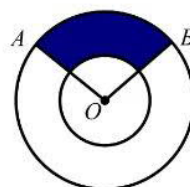
第 12 题



第 13 题



第 14 题



第 15 题

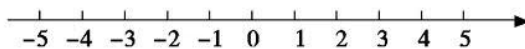
16. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = x^2 - 4x + 4$ 的图象 G 与直线 $y = x$ 交于点 A (____), B (____) (其中点 A 横坐标小于点 B 横坐标). 记图象 G 在点 A, B 之间的部分与线段 AB 围成的区域 (不含边界) 为 W . 若横、纵坐标都是整数的点叫做整点, 则区域 W 内的整点有_____个.



三、解答题（本题共 68 分，第 17—22 题，每小题 5 分，第 23—26 题，每小题 6 分，第 27，第 28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $(2\sqrt{2}-\pi)^0 - 4\cos 60^\circ + |\sqrt{2}-2| - \sqrt{18}$.

18. 解不等式组 $\begin{cases} 2x+4 \leq 5(x+2), \\ x-1 < \frac{2}{3}x. \end{cases}$ 把它的解集在数轴上表示出来，并求它的整数解.



19. 下面是小石设计的“过圆上一点作圆的切线”的尺规作图的过程.

已知：如图 1， $\odot O$ 及 $\odot O$ 上一点 P .

求作：直线 PV ，使得 PV 与 $\odot O$ 相切.

作法：如图 2，

①作射线 OP ；

②在 $\odot O$ 外取一点 Q （点 Q 不在射线 OP 上），以 Q 为圆心， QP 为半径作圆， $\odot Q$ 与射线 OP 交于另一点 M ；

③连接 MQ 并延长交 $\odot Q$ 于点 N ；

④作直线 PN .

所以直线 PN 即为所求作直线.

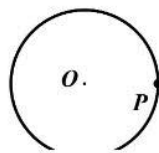


图 1

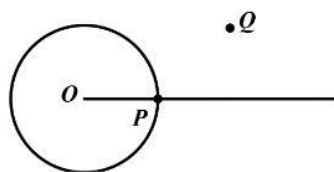


图 2

根据小石设计的尺规作图的过程，

(1) 使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明.

证明： $\because MN$ 是 $\odot Q$ 的直径，

$\therefore \angle MPN = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ （ $\underline{\hspace{2cm}}$ ）（填推理的依据）.

$\therefore OP \perp PN$.

又 $\because OP$ 是 $\odot O$ 的半径，

$\therefore PN$ 是 $\odot O$ 的切线（ $\underline{\hspace{2cm}}$ ）（填推理的依据）.



20. 解方程: $\frac{x}{2x-3} + \frac{5}{3-2x} = 4$

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $3x^2 - kx + k - 4 = 0$.

- (1) 判断方程根的情况;
- (2) 若此方程有一个整数根, 请选择一个合适的 k 值, 并求出此时方程的根.

22. 阅读对人成长的影响是巨大的, 一本好书往往能改变人的一生, 每年的 4 月 23 日被联合国教科文组织确定为“世界读书日”. 某校倡导学生读书, 下面的表格是学生阅读课外书籍情况统计表, 图 1 是该校初中三个年级学生人数分布的扇形统计图, 其中八年级学生人数为 204 人, 请你根据图表中提供的信息, 解答下列问题:



图书种类	频数	频率
科普常识	840	b
名人传记	816	0.34
中外名著	a	0.25
其他	144	0.06

- (1) 求该校八年级学生的人数占全校学生总人数的百分比;
- (2) 求表中 a, b 的值;
- (3) 求该校学生平均每人读多少本课外书?



23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = -3x + m$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 相交于点

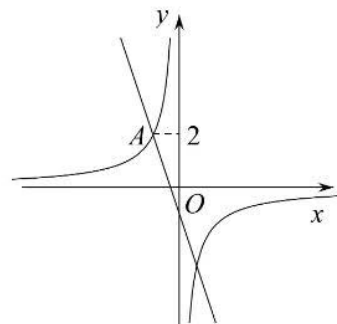
$A(m, 2)$.

(1) 求双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 的表达式；

(2) 过动点 $P(n, 0)$ 且垂直于 x 轴的直线与直线

$y = -3x + m$ 及双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 的交点分别为 B 和 C ，当点 B 位于点 C 下方时，求出

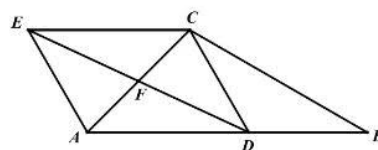
n 的取值范围.



24. 如图，中， D 是 AB 边上任意一点， F 是 AC 中点，过点 C 作 $CE \parallel AB$ 交 DF 的延长线于点 E ，连接 AE ， CD .

(1) 求证：四边形 $ADCE$ 是平行四边形；

(2) 若 $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle CAB = 45^\circ$ ， $AC = \sqrt{6}$ ， $CD = BD$ ，求 AD 的长.

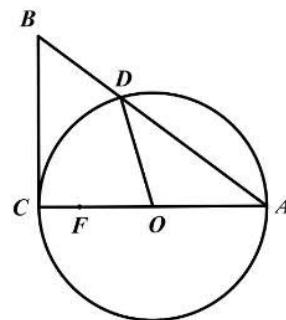




25. 如图, DO 是 $\odot O$ 的半径, 点 F 是直径 AC 上一点, 点 B 在 AD 的延长线上, 连接 BC , 使得 $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOD$.

(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 BF , 若 $AD = \frac{16}{5}$, $\tan \angle ABC = \frac{4}{3}$, $BF = \sqrt{10}$, 求 CF 的长.

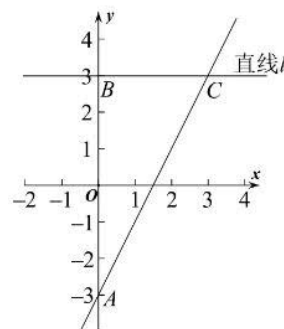


26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = 2x - 3$ 与 y 轴交于点 A , 点 A 与点 B 关于 x 轴对称, 过点 B 作 y 轴的垂线 l , 直线 l 与直线 $y = 2x - 3$ 交于点 C .

(1) 求点 C 的坐标;

(2) 如果抛物线 $y = nx^2 - 4nx + 5n$ ($n > 0$) 与线段 BC 有唯一公共点,

求 n 的取值范围.





27. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, $\angle B=90^\circ$, 点 D 为直线 BC 上一个动点 (不与 B 、 C 重合), 连结 AD , 将线段 AD 绕点 D 按顺时针方向旋转 90° , 使点 A 旋转到点 E , 连结 EC .

(1) 如果点 D 在线段 BC 上运动, 如图 1:

① 依题意补全图 1;

② 求证: 在点 D 运动的过程中, 总有 $\angle DCE=135^\circ$

(2) 如果点 D 在线段 CB 的延长线上运动, 利用图 2 画图分析, $\angle DCE$ 的度数还是确定的值吗? 如果是, 直接写出 $\angle DCE$ 的度数; 如果不是, 说明你的理由.

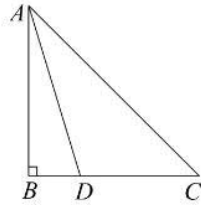


图1

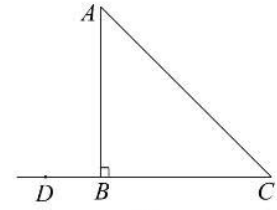


图2



28. 对于平面直角坐标系 xOy 中第一象限内的点 $P(x, y)$ 和图形 W ，给出如下定义：

过点 P 作 x 轴和 y 轴的垂线，垂足分别为 M ， N ，若图形 W 中的任意一点 $Q(a, b)$ 满足 $a \leq x$ 且 $b \leq y$ ，则称四边形 $PMON$ 是图形 W 的一个覆盖，点 P 为这个覆盖的一个特征点. 例：已知 $A(1, 2)$ ， $B(3, 1)$ ，则点 $P(5, 4)$ 为线段 AB 的一个覆盖的特征点.

(1) 已知点 $C(2, 3)$ ，

①在 $P_1(1, 3)$ ， $P_2(3, 3)$ ， $P_3(4, 4)$ 中，是 $\triangle ABC$ 的覆盖特征点的为_____；

②若在一次函数 $y = mx + 5 (m \neq 0)$ 的图象上存在 $\triangle ABC$ 的覆盖的特征点，求 m 的取值范围.

(2) 以点 $D(2, 4)$ 为圆心，半径为 1 作圆，在抛物线 $y = ax^2 - 5ax + 4 (a \neq 0)$

上存在 $\odot D$ 的覆盖的特征点，直接写出 a 的取值范围_____.