

2021 北京东直门中学初三（上）期中

数 学

2021.11

命题人：韩海丽

审稿人：彭忠

考试时间：120 分钟

总分 100 分

班级_____姓名_____学号_____

第一部分（选择题）

一.选择题（每题 2 分，共 16 分）

1. 二次函数 $y = 2x^2 + 3$ 的最小值是

- A. 1 B. -1 C. 3 D. -3

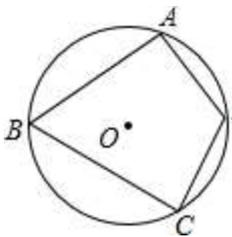
2. 围棋起源于中国，古代称之为“弈”，至今已有 4000 多年的历史。2017 年 5 月，世界围棋冠军柯洁与人工智能机器人 AlphaGo 进行围棋人机大战。截取首局对战棋谱中的四个部分，由黑白棋子摆成的图案是中心对称的是



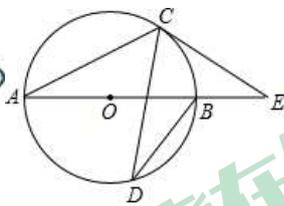
- A. B. C. D.

3. 如图，四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形， $\angle B = 70^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数是

- A. 110° B. 90° C. 70° D. 50°



（第 3 题图）



（第 6 题图）



（第 7 题图）

4. 将抛物线 $y = x^2$ 向右平移 2 个单位,再向上平移 3 个单位后,抛物线的解析式为

- A. $y = (x+2)^2 + 3$ B. $y = (x-2)^2 + 3$
C. $y = (x+2)^2 - 3$ D. $y = (x-2)^2 - 3$

5. 不透明袋子中有 1 个红球和 2 个绿球，这些球除颜色外无其他差别。从袋子中随机取出 1 个球，恰好是红球的概率为

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

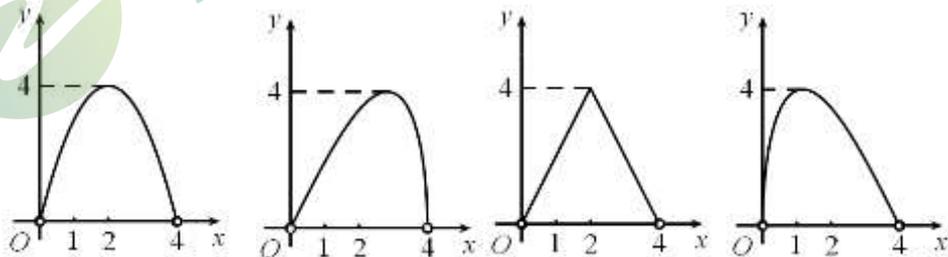
6. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C, D 是 $\odot O$ 上的点， $\angle CDB=20^\circ$ ，过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于点 E ，则 $\angle E$ 等于

- A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°

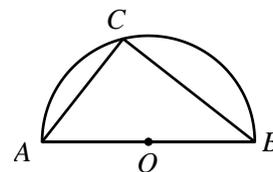
7. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle ABC$ 顶点的横、纵坐标都是整数。若将 $\triangle ABC$ 以某点为旋转中心，顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C'$ ，则旋转中心的坐标是

- A. (0, 0) B. (1, 0) C. (1, -1) D. (2.5, 0.5)

8. 如图，点 C 是以点 O 为圆心， AB 为直径的半圆上的动点（点 C 不与点 A, B 重合）， $AB=4$ 。设弦 AC 的长为 x ， $\triangle ABC$ 的面积为 y ，则下列图象中，能表示 y 与 x 的函数关系的图象大致是



- A. B. C. D.

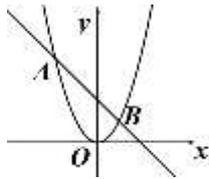


第二部分（非选择题）

二. 填空题（每题 2 分，共 16 分）

9. 点 $M(2, -4)$ 、 N 关于原点对称，则点 N 的坐标是_____.
10. 请写出一个开口向下，且经过点 $(0, -1)$ 的二次函数解析式：_____.
11. 如果一个圆锥的母线长为 4，底面半径为 1，那么这个圆锥的侧面积为_____.
12. 已知正三角形 ABC 的边心距为 $\sqrt{3}$ cm，则正三角形的半径为_____cm.
13. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有一个根是 $x=1$ ，则 $m =$ _____.
14. 如图，抛物线 $y = ax^2$ 与直线 $y = bx + c$ 的两个交点坐标分别为 $A(-2, 4)$ ， $B(1, 1)$ ，则关于 x 的方程 $ax^2 - bx - c = 0$ 的解为_____.





(第 14 题图)



(第 15 题图)

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle ABC=30^\circ$, $BC=2$. 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 α 角后得到 $\triangle A'B'C$, 当点 A 的对应点 A' 落在 AB 边上时, 旋转角 α 的度数是_____度, 阴影部分的面积为_____.

16. 下表显示了同学们用计算机模拟随机投针实验的某次实验的结果.

投针次数 n	1000	2000	3000	4000	5000	10000	20000
针与直线相交的次数 m	454	970	1430	1912	2386	4769	9548
针与直线相交的频率 $p = \frac{m}{n}$	0.454	0.485	0.4767	0.478	0.4772	0.4769	0.4774

下面有三个推断:

- ① 投掷 1000 次时, 针与直线相交的次数是 454, 针与直线相交的概率是 0.454;
- ② 随着实验次数的增加, 针与直线相交的频率总在 0.477 附近, 显示出一定的稳定性, 可以估计针与直线相交的概率是 0.477;
- ③ 若再次用计算机模拟此实验, 则当投掷次数为 10000 时, 针与直线相交的频率一定是 0.4769.

其中合理的推断的序号是: _____.

三.解答题（17-22 每题 5 分，23-26 每题 6 分，27-28 每题 7 分，共 68 分）

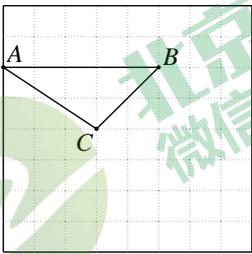
17. 解方程： $x^2 + 2x - 8 = 0$.



18. 已知 $\triangle ABC$ 如图所示地摆放在边长为 1 的小正方形组成的网格内，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° ，得到 $\triangle A_1B_1C$.

(1) 在网格中画出 $\triangle A_1B_1C$ ；

(2) 求点 B 运动到点 B_1 所经过的路径的长. (结果保留 π)



19. 如图 1 是博物馆展出的古代车轮实物，《周礼·考工记》记载：“……故兵车之轮六尺有六寸，田车之轮六尺有三寸……”据此， 我们可以通过计算车轮的半径来验证车轮类型，请将以下推理过程补充完整.



图 1

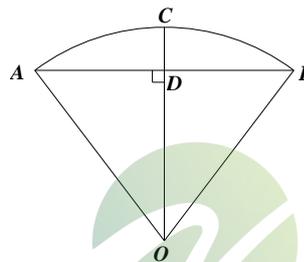


图 2

如图 2 所示，在车轮上取 A 、 B 两点，设 AB 所在圆的圆心为 O ，半径为 r cm.

作弦 AB 的垂线 OC ， D 为垂足，则 D 是 AB 的中点. 其推理的依据是：_____.

经测量， $AB=90$ cm， $CD=15$ cm，则 $AD=$ _____cm；

用含 r 的代数式表示 OD ， $OD=$ _____cm.

在 $Rt\triangle OAD$ 中，由勾股定理可列出关于 r 的方程：

$$r^2 = \underline{\hspace{2cm}},$$

解得 $r=75$.

通过单位换算，得到车轮直径约为六尺六寸，可验证此车轮为兵车之轮。



20. 四张大小、质地均相同的卡片上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 现将标有数字的一面朝下扣在桌子上，从中随机抽取一张，再从剩下的三张中随机抽取一张。

- (1) 用列表或画树状图的方法，列出前后两次抽得的卡片上所标数字的所有可能结果；
- (2) 求抽得的两张卡片上的数字之积为奇数的概率。

21. 已知：关于 x 的方程 $x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根。

- (1) 求 m 的取值范围；
- (2) 写出一个满足条件的 m 的值，并求此时方程的根。

22. 李明准备进行如下操作实验：把一根长 40cm 的铁丝剪成两段，并把每段首尾相连各围成一个正方形。要使这两个正方形的面积和等于 58cm^2 ，则李明剪的这两个正方形的边长分别是多少？

解决问题：设其中一个正方形的边长为 x cm, 则另一个正方形的边长可以表示为

请你帮助李明完成后面的解答过程。

23. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 上部分点的横坐标 x ，纵坐标 y 的对应值如下表：

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	0	-4	-4	0	8	...

(1) 根据上表填空：

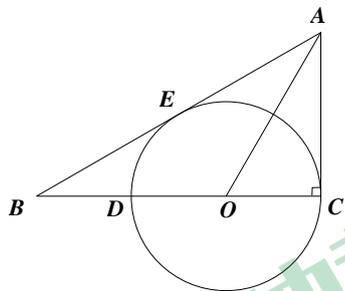
- ① 抛物线与 x 轴的交点坐标是 和 ；
- ② 抛物线经过点 $(-3, \underline{\hspace{1cm}})$ ；
- ③ 在对称轴右侧， y 随 x 增大而 ；

(2) 求该抛物线的解析式。

24. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 点 D 在 BC 边上, 以 CD 为直径的 $\odot O$ 与直线 AB 相切于点 E , 且 E 是 AB 中点, 连接 OA .

(1) 求证: $OA=OB$;

(2) 连接 AD , 若 $\odot O$ 的半径为 2, 求 AD .



25. 某文具店销售一种进价为每本 10 元的笔记本, 为获得高利润, 以不低于进价进行销售, 结果发现, 每月销售量 y 与销售单价 x 之间的关系可以近似地看作一次函数: $y = -5x + 150$, 物价部门规定这种笔记本每本的销售单价不得高于 18 元.

(1) 当每月销售量为 70 本时, 获得的利润为多少元?

(2) 该文具店这种笔记本每月获得利润为 w 元, 求每月获得的利润 w 元与销售单价 x 之间的函数关系式, 并写出自变量的取值范围;

(3) 当销售单价定为多少元时, 每月可获得最大利润, 最大利润为多少元?

26. 在平面直角坐标系 xoy 中, 已知抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 3a$

(1) 求抛物线的对称轴;

(2) 当 $a > 0$ 时, 设抛物线与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 左侧), 顶点为 C , 若 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 求 a 的值

(3) 过 $T(0, t)$ (其中 $-1 \leq t \leq 2$) 且垂直 y 轴的直线 l 与抛物线交于 M, N 两点. 若对于满足条件的任意 t 值, 线段 MN 的长都不小于 1, 结合函数图象, 求 a 的取值范围

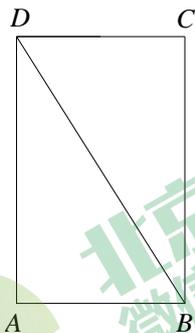
27. 如图, 已知 BD 是矩形 $ABCD$ 的一条对角线, 点 E 在 BA 的延长线上, 且 $AE = AD$. 连接 EC , 与 AD 相交于点 F , 与 BD 相交于点 G .

(1) 依题意补全图形;

(2) 若 $AF = AB$, 解答下列问题:

① 判断 EC 与 BD 的位置关系, 并说明理由;

② 连接 AG , 用等式表示线段 AG , EG , DG 之间的数量关系, 并证明.



28. 如图 1, 对于 $\triangle PMN$ 的顶点 P 及其对边 MN 上的一点 Q , 给出如下定义: 以 P 为圆心, PQ 为半径的圆与直线 MN 的公共点都在线段 MN 上, 则称点 Q 为 $\triangle PMN$ 关于点 P 的内联点. 在平面直角坐标系 xOy 中:

(1) 如图 2, 已知点 $A(7,0)$, 点 B 在直线 $y = x + 1$ 上.

① 若点 $B(3,4)$, 点 $C(3,0)$, 则在点 O, C, A 中, 点_____是 $\triangle AOB$ 关于点 B 的内联点;

② 若 $\triangle AOB$ 关于点 B 的内联点存在, 求点 B 纵坐标 n 的取值范围;

(2) 已知点 $D(2,0)$, 点 $E(4,2)$, 将点 D 绕原点 O 旋转得到点 F , 若 $\triangle EOF$ 关于点 E 的内联点存在, 直接写出点 F 横坐标 m 的取值范围.

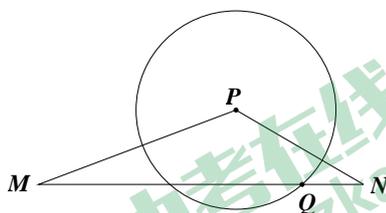


图 1

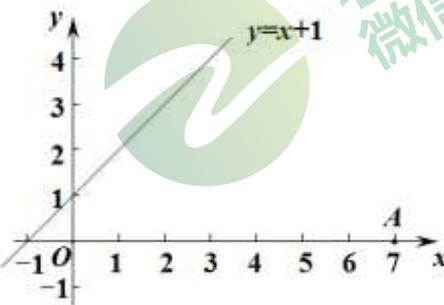


图 2