

初三第二学期月考试卷
数学



(清华附中初 18 级) 2021.03

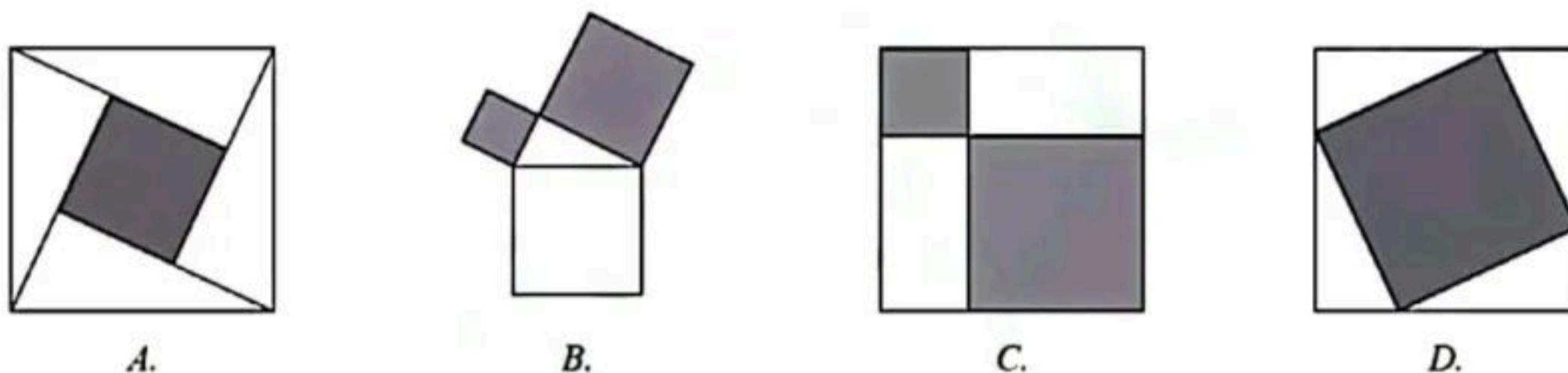
一、选择题 (本题共 24 分, 每小题 3 分)

第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个

1. 芝麻被称为“八谷之冠”, 是世界上最古老的油料作物之一, 它作为食物和药物, 得到广泛的使用。经测算, 一粒芝麻的质量约为 0.00000201 kg , 将 0.00000201 用科学记数法表示为 【 】

- A. 2.01×10^{-8}
- B. 0.201×10^{-7}
- C. 2.01×10^{-6}
- D. 20.1×10^{-5}

2. 下列图形中, 是轴对称图形的是 【 】



3. 如图一个多边形的内角和等于它的外角和的 3 倍, 则这个多边形是 【 】

- A. 四边形
- B. 五边形
- C. 六边形
- D. 八边形

4. 数轴上 A, B 两点 (不与原点 O 重合) 分别表示有理数 x_1, x_2 , 线段 AB 的中点为 P , 若 $x_1 - x_2 < 0$, 且 $|x_1| > |x_2|$, 则关于原点 O 的位置, 下列说法正确的是 【 】

- A. 点 O 在点 A 的左侧
- B. 点 O 在点 P 的右侧
- C. 点 O 与点 P 重合
- D. 点 O 在线段 AP 上

5. 现有下列命题: ①若 $5^x = 25$, 则 $5^{2x} = 50$; ②若 $a > b$, 则 $\frac{a}{c^2+1} > \frac{b}{c^2+1}$; ③若 $x^2 = y^2$, 则 $x = y$, 其中真命题有 【 】 个

- A. 3
- B. 2
- C. 1
- D. 0

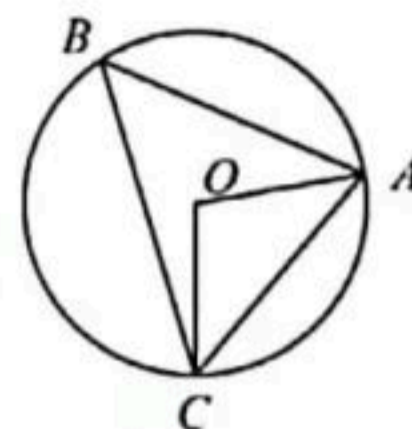


11. 如果实数 x, y 满足方程组 $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$, 那么 $(x - 2y)^{2021} =$ _____。

12. 与 $\sqrt{14} - 2$ 最接近的自然数是 _____。

13. 若关于的 x 方程 $x^3 + 3ba + a = 0$ 有一个根为 -2 , 则 $6b - a$ 的值为 _____。

14. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle ACO = 40^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数为 _____。

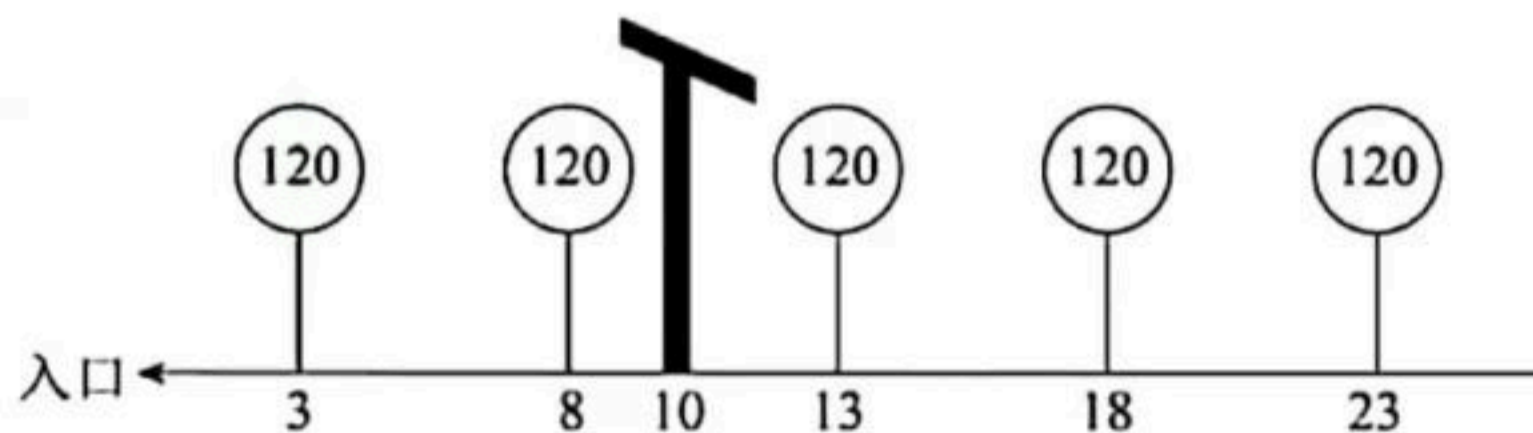


15. 小明调查了他所在年级三个班学生的身高, 并进行了统计, 列出如下频数分布表:

身高/cm \ 班级	$150 \leq x < 155$	$155 \leq x < 160$	$160 \leq x < 165$	$165 \leq x < 170$	$170 \leq x < 175$	合计
1班	1	8	12	14	5	40
2班	10	15	10	3	2	40
3班	5	10	10	8	7	40

在调查过程中, 随机抽取某班学生, 抽到 _____ 班 (填“1”、“2”或“3”) 的“身高不低于 155cm ”可能性最大。

16. 某段高速公路全长 250 千米, 交警部门在高速公路上距入口 3 千米处设立了限速标志牌, 并在以后每隔 5 千米处设置一块限速标志牌; 此外交警部门还在距离入口 10 千米处设置了摄像头, 并在以后每隔 28 千米处都设置一个摄像头 (如图), 则在此段高速公路上, 离入口 _____ 千米处刚好同时设置有标志牌和摄像头。



三、解答题（本题共 72 分，第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-25 题，每小题 6 分，第 26 题 7 分，第 27-28 题，每小题 8 分）

17. 计算： $|1-\sqrt{3}|+(2021+\pi)^0-2\sin 60^\circ+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ 。

18. 已知 $x^2+8x-7=0$ ，求 $(x+2)(x-2)-4x(x-1)+(2x+1)^2$ 的值。



19. 列方程或方程组解应用题：

中华优秀传统文化是中华民族的“根”和“魂”，是我们必须世代传承的文化根脉、文化基因。为传承优秀传统文化，某校为各班购进《三国演义》和《水浒传》连环画若干套，其中每套《三国演义》连环画的价格比每套《水浒传》连环画的价格贵 60 元，用 4800 元购买《水浒传》连环画的套数是用 3600 元购买《三国演义》连环画套数的 2 倍，求每套《水浒传》连环画的价格。

20. 下面是小明设计的“作一个直角三角形，使得其一个内角为 30° ”的尺规作图过程。

已知：直线 l 及直线 l 上一点，如图 1。

求作： $\triangle ABC$ ，使得 $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle ABC=30^\circ$ 。



图 1



图 2

作法：如图 2。

- ①在直线 l 上取点 D ；
- ②分别以点 A ， D 为圆心， AD 长为半径画弧，两弧交于点 B ， E （ B 在 E 的上方）；
- ③作直线 BE ，交直线 l 于点 C ；
- ④连接 AB 。

$\triangle ABC$ 就是所求作的三角形。

根据小明设计的尺规作图过程，

- (1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；



(2) 完成下面的证明:

证明: 连接 BD , EA , ED 。

$\because BA = BD = AD$,

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形。

$\therefore \angle BAD = 60^\circ$ 。

$\because BA = BD = EA = \underline{\hspace{2cm}}$,

\therefore 四边形 $AEDB$ 是菱形。

$\therefore BE \perp AD$ ($\underline{\hspace{2cm}}$) (填推理的依据)。

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ 。

$\therefore \angle ABC + \angle BAD = 90^\circ$ ($\underline{\hspace{2cm}}$) (填推理的依据)。

$\therefore \angle ABC = 30^\circ$ 。

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - ax + a - 1 = 0$ 。

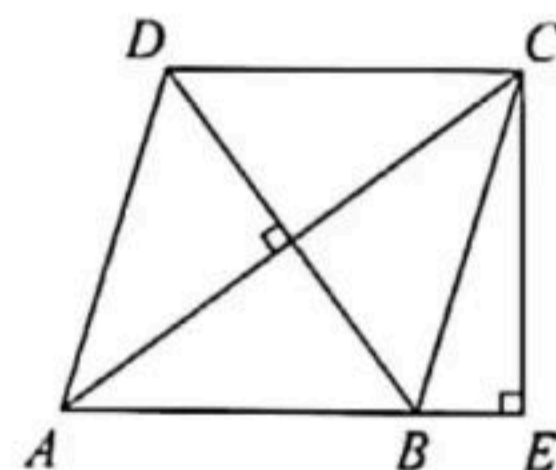
(1) 求证: 方程总有两个实数根;

(2) 若该方程有一实数根大于 2, 求 a 的取值范围。

22. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $AB = AD$, 对角线 AC 、 BD 交于点 O , AC 平分 $\angle BAD$ 过点 C 作 $CE \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E 。

(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2) 若 $AB = 5$, $BD = 6$, 求 CE 的长。



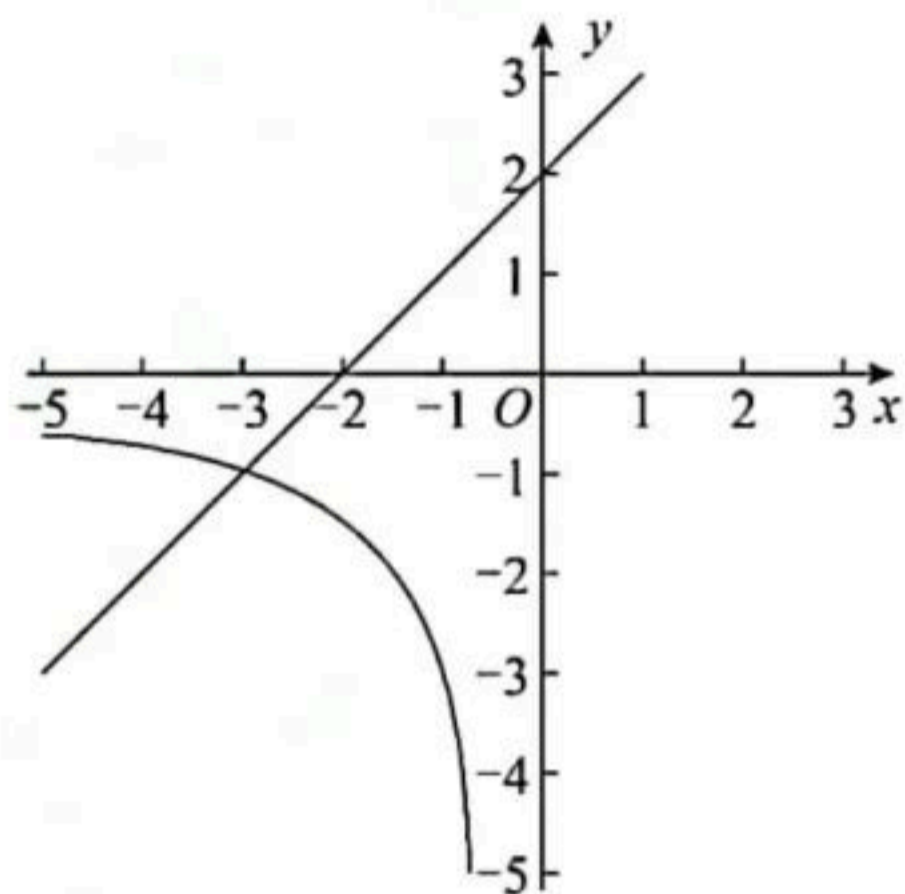
23.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=x+2$ 与函数 $y=\frac{k}{x}(x<0)$ 的图象交于点 $A(-3,m)$ 。

(1) 求 m, k 的值；

(2) 已知点 $P(n,n)(n<0)$ ，过点 P 作平行于 y 轴的直线，交直线 $y=x+2$ 于点 M ，交函数 $y=\frac{k}{x}(x<0)$ 的图象于点 N 。

①当 $n=-1$ 时，判断线段 PM 与 PN 的数量关系，并说明理由；

②若 $PM+PN<4$ ，结合函数的图象，直接写出 n 的取值范围。



24.第二十四届冬季奥林匹克运动会将于 2022 年在北京市和张家口举行。为了调查学生对冬奥知识的了解情况，某校对七、八年级全体学生进行了相关知识测试，然后从七、八年级各随机抽取了 20 名学生的成绩（百分制），并对数据（成绩）进行了整理、描述和分析。下面给出了部分信息。

a.七年级 20 名学生成绩的频数分布表如下：

七年级学生样本成绩频数分布表

成绩 m (分)	频数 (人数)
$50 \leq m < 60$	1
$60 \leq m < 70$	2
$70 \leq m < 80$	3
$80 \leq m < 90$	8
$90 \leq m < 100$	6
合计	20

b.七年级 20 名学生成绩在 $80 \leq m < 90$ 这一组的具体成绩是：

87 88 88 88 89 89 89 89

c.七、八年级学生样本成绩的平均数、中位数、众数如下表所示：

	平均数	中位数	众数
七年级	84	n	89
八年级	84.2	85	85

根据以上提供的信息，解答下列问题：

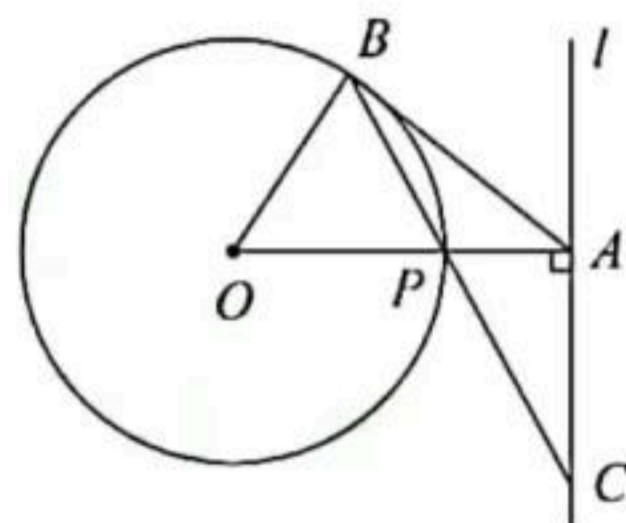
- (1) 表中 n 的值为_____。
- (2) 在学生样本成绩中，某学生的成绩是 87 分，在他所属年级抽取的学生中排在前 10 名，根据表中数据判断该学生是_____年级的学生，并说明理由。
- (3) 七年级共有学生 180 名，若将不低于 80 分的成绩定位优秀，请估计七年级成绩优秀的学生人数。



25.如图, 已知直线 l 与 $\odot O$ 相离, $OA \perp l$ 于点 A , 交 $\odot O$ 于点 P , 直线 AB 与 $\odot O$ 相切于点 B , 连接 BP 并延长, 交直线 l 于点 C 。

(1) 求证: $AB = AC$;

(2) 若 $PC = 2\sqrt{5}$, $OA = 5$, 求线段 PB 的长。



26.在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 4$ 。

(1) 抛物线的对称轴是直线 $x = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 若抛物线的顶点在 x 轴上, 求该抛物线的解析式;

(3) 若 $a > 0$, 对于抛物线上的两点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, 当 $t-1 \leq x \leq t+1$, $x_2 \geq 4$ 时, 均满足 $y_1 \leq y_2$,

请结合函数图象, 直接写出 t 的取值范围。



27.如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $AD \perp BC$ 于点 D 。将线段 AB 绕点 A 顺时针旋转得到线段 AE ,且满足 $\angle BAE + \angle BAC < 180^\circ$,连接 CE 交线段 AD 于点 F ,连接 BE ,设 $\angle ABE = \alpha$ 。

(1)若 $\alpha = 60^\circ$,

①依题意补全图1;

②用等式表示线段 FA , FC , FE 之间的数量关系,并证明;

(2)若 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$,直接用含 α 的等式表示 FA , FC , FE 之间的数量关系为_____。

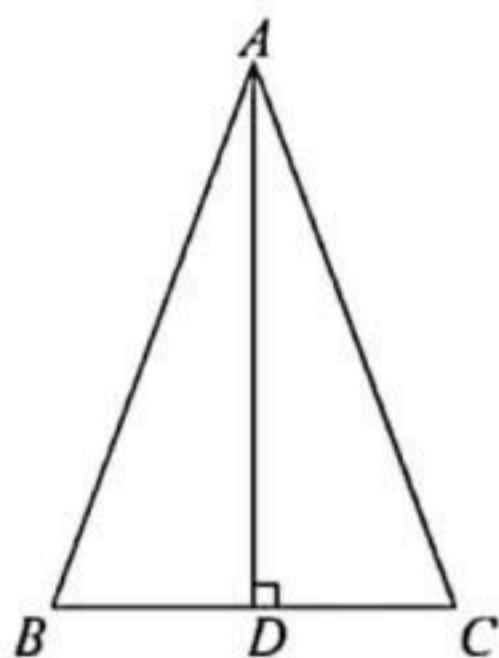
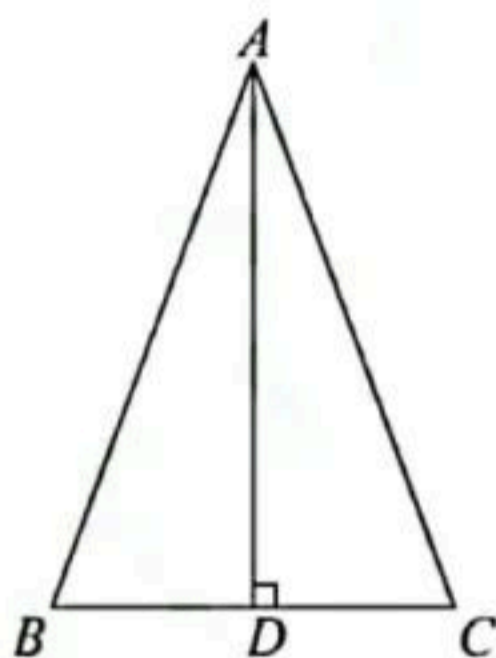


图1



备用图



28.对于平面直角坐标系 xOy 中的半径为 r 的 $\odot C$ 与图形 W ,给出如下的定义:

P 是图形 W 上的任意一点,射线 CP 与 $\odot C$ 交于点 Q ,线段 PQ 的长度记作 $m(P, \odot C)$ 。特别地,当点 P 与圆心 C 重合时,规定 $m(P, \odot C) = r$;当点 P 与点 Q 重合时,规定 $m(P, \odot C) = 0$;

$m(P, \odot C)$ 的最小值称 d 为图形 W 与 $\odot C$ 的“绝对距离”。

(1)当 $\odot O$ 的半径为2时,已知点 $D(0,1)$, $E(3,0)$, $F(1,0)$

① $m(D, \odot O)$ _____ $m(E, \odot O)$ (填“>”, “=”或“<”);

$\triangle ODF$ 与 $\odot O$ 的“绝对距离” d = _____;

②点 A 、 B 都在直线 $y = kx + 1$ 上, G 是线段 AB 上一动点,若 $m(G, \odot O) \leq m(D, \odot O)$,求线段 AB 长度的最大值;

(2) $\odot T$ 的圆心为 $T(t,0)$,半径为 r ,直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 M 、 N 。当 $1 \leq r \leq 4$ 时,线段 MN 与 $\odot T$ 的“绝对距离” $d \leq 1$,直接写出 t 的取值范围。