



长按二维码 识别关注

石景山区 2017-2018 学年度第一学期初三期末试卷

数 学

考生须知

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分，考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试卷答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
4. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 如果 $3x = 4y$ ($y \neq 0$)，那么下列比例式中正确的是

- (A) $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ (B) $\frac{x}{3} = \frac{4}{y}$ (C) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ (D) $\frac{x}{4} = \frac{y}{3}$

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = \sqrt{5}$ ， $AC = 2$ ，则 $\tan A$ 的值为

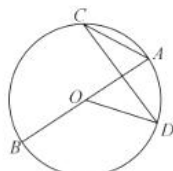
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (D) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

3. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 、 D 在 $\odot O$ 上。若 $\angle ACD = 25^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 的度数为

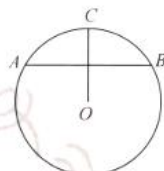
- (A) 100° (B) 120° (C) 130° (D) 150°

4. 如图，在 $\odot O$ 中，弦 AB 垂直平分半径 OC ，若 $\odot O$ 的半径为 4，则弦 AB 的长为

- (A) $2\sqrt{3}$ (B) $4\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{5}$ (D) $4\sqrt{5}$



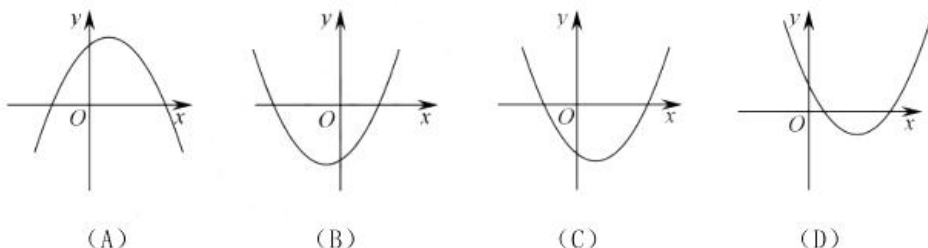
第 3 题



第 4 题



5. 如果在二次函数的表达式 $y = ax^2 + bx + c$ 中, $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$, 那么这个二次函数的图象可能是



6. 若二次函数 $y = x^2 + 2x + m$ 的图象与坐标轴有 3 个交点, 则 m 的取值范围是

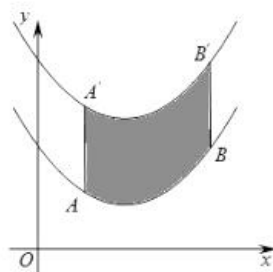
- (A) $m > 1$ (B) $m < 1$
(C) $m > 1$ 且 $m \neq 0$ (D) $m < 1$ 且 $m \neq 0$

7. 如图, 将函数 $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 + 1$ 的图象沿 y 轴向上平移得到新函数图象, 其中原函数图象上的两点 $A(1, m)$ 、

$B(4, n)$ 平移后对应新函数图象上的点分别为点 A' 、 B' .

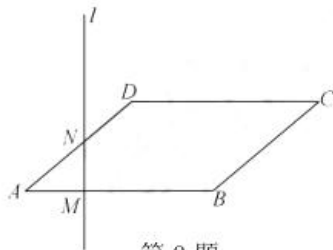
若阴影部分的面积为 6, 则新函数的表达式为

- (A) $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 + 2$ (B) $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$
(C) $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 1$ (D) $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$

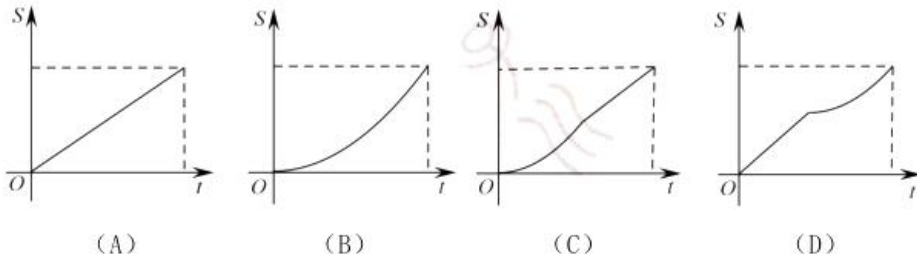


第 7 题

8. 如图, 点 M 为 $\square ABCD$ 的边 AB 上一动点, 过点 M 作直线 l 垂直于 AB , 且直线 l 与 $\square ABCD$ 的另一边交于点 N . 当点 M 从 $A \rightarrow B$ 匀速运动时, 设点 M 的运动时间为 t , $\triangle AMN$ 的面积为 S , 能大致反映 S 与 t 函数关系的图象是

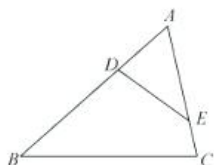


第 8 题

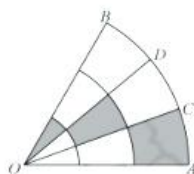


二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 如果两个相似三角形的周长比为 2:3，那么这两个相似三角形的面积比为_____.
10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上，若 $\angle ADE = \angle C$ ， $AB=6$ ， $AC=4$ ， $AD=2$ ，则 $EC=$ _____.
11. 如图，扇形的圆心角 $\angle AOB = 60^\circ$ ，半径为 3cm. 若点 C 、 D 是 \widehat{AB} 的三等分点，则图中所有阴影部分的面积之和是_____ cm^2 .

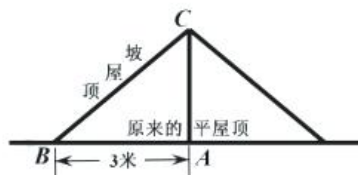


第 10 题



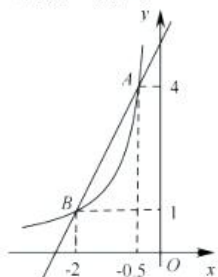
第 11 题

12. “平改坡”是指在建筑结构许可条件下，将多层住宅的平屋顶改建成坡屋顶，并对外立面进行整修粉饰，达到改善住宅性能和建筑物外观视觉效果的房屋修缮行为。如图是某小区对楼顶进行“平改坡”改造的示意图。根据图中的数据，如果要使坡面 BC 的坡度达到 1:1.2，那么立柱 AC 的长为_____米。

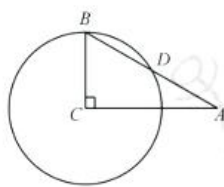


第 12 题

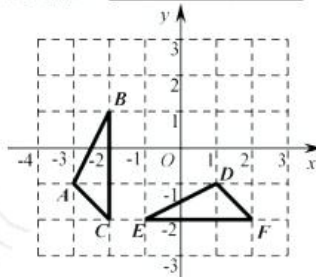
13. 如图，一次函数 $y_1 = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ ($x < 0$) 的图象相交于点 A 和点 B 。当 $y_1 > y_2 > 0$ 时， x 的取值范围是_____.
14. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB=10$ 。若以点 C 为圆心， CB 为半径的圆恰好经过 AB 的中点 D ，则 $AC=$ _____.
15. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle ABC$ 经过若干次图形的变化（平移、轴对称、旋转）得到 $\triangle DEF$ ，写出一种由 $\triangle ABC$ 得到 $\triangle DEF$ 的过程：_____.



第 13 题

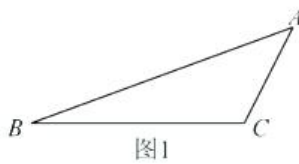


第 14 题



第 15 题

16. 石景山区八角北路有一块三角形空地(如图1)准备绿化,拟从点A出发,将 $\triangle ABC$ 分成面积相等的三个三角形,栽种三种不同的花草.



下面是小美的设计(如图2).

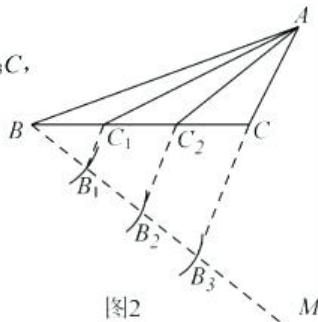
作法:(1)作射线BM;

(2)在射线BM上顺次截取 $BB_1=B_1B_2=B_2B_3$;

(3)连接 B_3C ,分别过 B_1, B_2 作 $B_1C_1 \parallel B_2C_2 \parallel B_3C$,
交BC于点 C_1, C_2 ;

(4)连接 AC_1, AC_2 .

则 $S_{\triangle ABC_1} = S_{\triangle AC_1C_2} = S_{\triangle AC_2C}$.



请回答, $S_{\triangle ABC_1} = S_{\triangle AC_1C_2} = S_{\triangle AC_2C}$ 成立的理由是:

- ① _____;
- ② _____.

三、解答题(本题共68分,第17-24题,每小题5分,第25题6分,第26题7分,第27题7分,第28题8分)解答应写出文字说明,演算步骤或证明过程.

17. 计算: $3 \tan 30^\circ - \cos^2 45^\circ + \frac{1}{\cos 60^\circ} - 2 \sin 60^\circ$.

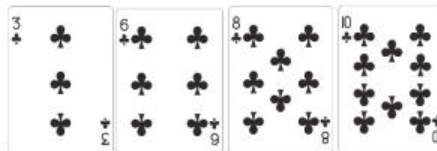
18. 用配方法求二次函数 $y = x^2 - 10x + 3$ 的顶点坐标.

19. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边分别为 a, b, c .若 $a = 2$,
 $\sin A = \frac{1}{3}$,求 b 和 c .

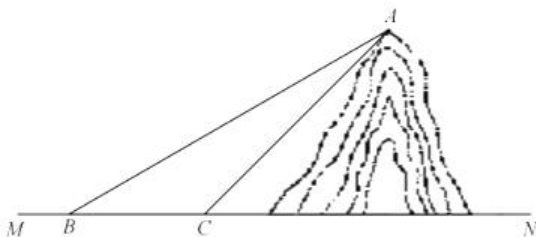
20. 小红和小丁玩纸牌游戏：如图是同一副扑克中的 4 张牌的正面，将它们正面朝下洗匀后放在桌上，小红先从中抽出一张，小丁从剩余的 3 张牌中也抽出一张。比较两人抽出的牌面上的数字，数字大者获胜。

(1) 请用树状图或列表法表示出两人抽牌可能出现的所有结果；

(2) 这个游戏公平吗？请说明理由。



21. 如图，小明想测量山的高度。他在点 B 处仰望山顶 A ，测得仰角 $\angle ABN = 30^\circ$ ，再向山的方向（水平方向）行进 100m 至索道口点 C 处，在点 C 处仰望山顶 A ，测得仰角 $\angle ACN = 45^\circ$ 。求这座山的高度。（结果精确到 0.1m，小明的身高忽略不计）（参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



22. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = x + b$ 的图象与 x 轴交于点 $A(2,0)$ ，与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于点 $B(3,n)$ 。

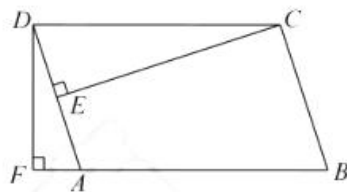
(1) 求一次函数与反比例函数的表达式；

(2) 若点 P 为 x 轴上的点，且 $\triangle PAB$ 的面积是 2，则点 P 的坐标是_____。

23. 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $CE \perp AD$ 于点 E , $DF \perp BA$ 交 BA 的延长线于点 F .

(1) 求证: $\triangle ADF \sim \triangle DCE$;

(2) 当 $AF=2$, $AD=6$, 且点 E 恰为 AD 中点时, 求 AB 的长.



24. 二次函数 $y = x^2 - 2mx + 5m$ 的图象经过点 $(1, -2)$.

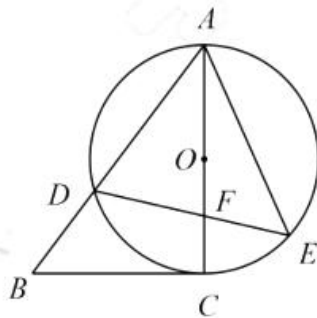
(1) 求二次函数图象的对称轴;

(2) 当 $-4 \leq x \leq 1$ 时, 求 y 的取值范围.

25. 如图, AC 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 是 $\odot O$ 上一点, $\odot O$ 的切线 CB 与 AD 的延长线交于点 B , 点 F 是直径 AC 上一点, 连接 DF 并延长交 $\odot O$ 于点 E , 连接 AE .

(1) 求证: $\angle ABC = \angle AED$;

(2) 连接 BF , 若 $AD = \frac{32}{5}$, $AF = 6$, $\tan \angle AED = \frac{4}{3}$, 求 BF 的长.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = -x^2 + mx + n$ 经过点 $A(-1, 0)$ 和 $B(0, 3)$.
- (1) 求抛物线的表达式;
 - (2) 抛物线与 x 轴的正半轴交于点 C , 连接 BC . 设抛物线的顶点 P 关于直线 $y = t$ 的对称点为点 Q , 若点 Q 落在 $\triangle OBC$ 的内部, 求 t 的取值范围.

27. 在正方形 $ABCD$ 中, 点 P 在射线 AC 上, 作点 P 关于直线 CD 的对称点 Q , 作射线 BQ 交射线 DC 于点 E , 连接 BP .

- (1) 当点 P 在线段 AC 上时, 如图 1.

① 依题意补全图 1;

② 若 $EQ = BP$, 则 $\angle PBE$ 的度数为 _____, 并证明;

- (2) 当点 P 在线段 AC 的延长线上时, 如图 2. 若 $EQ = BP$, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 请写出求 BE 长的思路. (可以不写出计算结果)

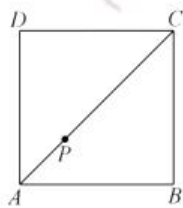
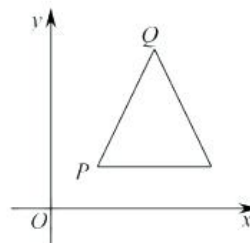


图1



图2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 P 的坐标为 (x_1, y_1) , 点 Q 的坐标为 (x_2, y_2) , 且 $x_1 \neq x_2$, $y_1 \neq y_2$, 若 PQ 为某个等腰三角形的腰, 且该等腰三角形的底边与 x 轴平行, 则称该等腰三角形为点 P, Q 的“相关等腰三角形”. 下图为点 P, Q 的“相关等腰三角形”的示意图.



- (1) 已知点 A 的坐标为 $(0,1)$, 点 B 的坐标为 $(-\sqrt{3},0)$, 则点 A, B 的“相关等腰三角形”的顶角为 _____ $^\circ$;
- (2) 若点 C 的坐标为 $(0, \sqrt{3})$, 点 D 在直线 $y = 4\sqrt{3}$ 上, 且 C, D 的“相关等腰三角形”为等边三角形, 求直线 CD 的表达式;
- (3) $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{2}$, 点 N 在双曲线 $y = -\frac{3}{x}$ 上, 若在 $\odot O$ 上存在一点 M , 使得点 M, N 的“相关等腰三角形”为直角三角形, 直接写出点 N 的横坐标 x_N 的取值范围.

石景山区 2017-2018 学年度第一学期初三期末
 数学试卷答案及评分参考

阅卷须知：

1. 为便于阅卷，本试卷答案中有关解答题的推导步骤写得较为详细，阅卷时，只要考生将主要过程正确写出即可。
2. 若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分。
3. 评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	C	B	C	D	B	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 4:9 10. 1 11. $\frac{\pi}{2}$ 12. 2.5 13. $-2 < x < -0.5$ 14. $5\sqrt{3}$

 15. 先以点 C 为中心顺时针旋转 90° ，再以 y 轴为对称轴翻折（答案不唯一）

16. ①两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例；

②等底同高的三角形面积相等

三、（本题共 68 分，第 17-24 题，每小题 5 分，第 25 题 6 分，第 26 题 7 分，第 27 题 7 分，第 28 题 8 分）解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17.（本小题满分 5 分）

解：原式 $= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{1}{1} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ 4 分

$$= \sqrt{3} - \frac{1}{2} + 2 - \sqrt{3}$$

$$= \frac{3}{2}$$
 5 分

18.（本小题满分 5 分）

解： $y = x^2 - 10x + 3$

$$= x^2 - 10x + 25 - 25 + 3$$

$$= (x - 5)^2 - 22$$
 4 分

$$\therefore \text{顶点坐标是 } (5, -22)$$
 5 分

19. (本小题满分 5 分)

解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$,

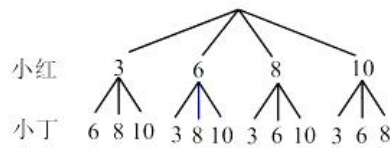
$\therefore \sin A = \frac{a}{c}$, 1 分

$\therefore c = \frac{a}{\sin A} = 6$, 3 分

$\therefore b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$ 5 分

20. (本小题满分 5 分)

解: (1) 树状图:



..... 2 分

列表:

	小红	3	6	8	10
小丁	3		6, 3	8, 3	10, 3
	6	3, 6		8, 6	10, 6
	8	3, 8	6, 8		10, 8
	10	3, 10	6, 10	8, 10	

..... 3 分

(2) 因为 $P(\text{小红获胜}) = \frac{1}{2}$, $P(\text{小丁获胜}) = \frac{1}{2}$ 4 分

$P(\text{小红获胜}) = P(\text{小丁获胜})$

所以这个游戏公平. 5 分

21. (本小题满分 5 分)

解: 过点 A 作 $AD \perp MN$ 于 D , 设山 AD 的高度为 x 米, 1 分

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中,

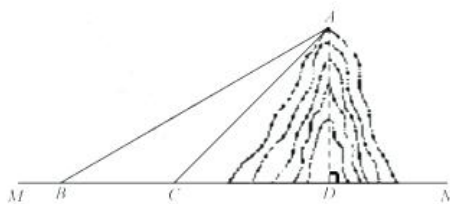
$\because \angle ADB = 90^\circ, \angle ABN = 30^\circ,$

$\therefore BD = \sqrt{3}x$, 2 分

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中,

$\because \angle ADC = 90^\circ, \angle ACN = 45^\circ,$

$\therefore CD = AD = x,$



$\because BC=BD-CD,$

$\therefore \sqrt{3}x-x=100,$

解得: $x=136.5.$ 5 分

即山的高度为 136.5 米;

答: 这座山的高度约为 136.5 米.

22. (本小题满分 5 分)

解: (1) 一次函数 $y=x+b$ 的图象与 x 轴交于点 $A(2, 0),$

$\therefore 2+b=0.$

可得, $b=-2.$

$\therefore y=x-2.$ 1 分

当 $x=3$ 时, $y=1,$

\therefore 点 $B(3, 1).$

代入 $y=\frac{k}{x}$ 中, 可得 $k=3,$

\therefore 反比例函数的表达式为 $y=\frac{3}{x}.$ 3 分

(2) 点 P 的坐标是 $(6, 0)$ 或 $(-2, 0).$ 5 分

23. (本小题满分 5 分)

(1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel DC,$

$\therefore \angle DAF = \angle CDE,$ 1 分

$\because DF \perp BA, CE \perp AD,$

$\therefore \angle F = \angle CED = 90^\circ,$ 2 分

$\therefore \triangle ADF \sim \triangle DCE;$ 3 分

(2) 解: $\because \triangle ADF \sim \triangle DCE,$

$\therefore \frac{AD}{DC} = \frac{AF}{DE}$

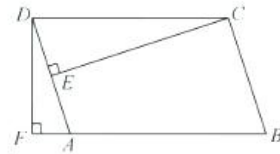
$\therefore \frac{6}{DC} = \frac{2}{3},$

$\therefore DC=9.$

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB=DC$

$\therefore AB=9.$ 5 分



24. (本小题满分5分)

解: (1) \because 二次函数 $y = x^2 - 2mx + 5m$ 的图象经过点(1,-2).

$$\therefore -2 = 1 - 2m + 5m$$

解得 $m = -1$ 1分

$$\therefore \text{二次函数的表达式 } y = x^2 + 2x - 5$$

\therefore 二次函数的对称轴为: 直线 $x = -1$ 2分

(2) 二次函数的表达式 $y = x^2 + 2x - 5 = (x+1)^2 - 6$.

当 $x = -1$ 时, $y_{\text{最小}} = -6$, 3分

当 $x = 1$ 时, $y = -2$,

当 $x = -4$ 时, $y = 3$,

$\therefore -4 \leq x \leq 1$ 时, y 的取值范围是 $-6 \leq y \leq 3$ 5分

25. (本小题满分6分)

(1) 证明: 连接 CD

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$ 1分

$\therefore \angle DAC + \angle ACD = 90^\circ$

$\because BC$ 是 $\odot O$ 的切线

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$

$\therefore \angle DAC + \angle ABC = 90^\circ$

$\therefore \angle ABC = \angle ACD$ 2分

$\because \angle AED = \angle ACD$

$\therefore \angle ABC = \angle AED$ 3分

(2) 解: 连接 BF

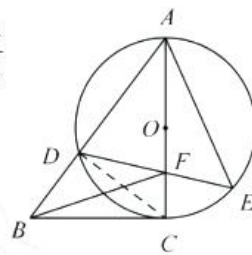
$\because \angle AED = \angle ACD = \angle ABC$

$$\therefore \tan \angle ACD = \tan \angle AED = \tan \angle ABC = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \tan \angle ACD = \frac{AD}{CD} = \frac{4}{3}$$

$$\text{即 } \frac{\frac{32}{5}}{CD} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore CD = \frac{24}{5} \text{ 4分}$$



$\therefore AC=8$
 $\therefore AF=6,$
 $\therefore FC=2$
 $\therefore \tan \angle ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{3},$ 即 $\frac{8}{BC} = \frac{4}{3}$
 $\therefore BC=6 \dots\dots\dots 5$ 分
 $\therefore BF = 2\sqrt{10} \dots\dots\dots 6$ 分

26. (本小题满分 7 分)

解: (1) \therefore 抛物线 $y = -x^2 + mx + n$ 过点 $A(-1,0)$ 和 $B(0,3)$.

$$\therefore \begin{cases} -1 - m + n = 0 \\ n = 3 \end{cases}$$

解得: $m = 2$

\therefore 抛物线的表达式为: $y = -x^2 + 2x + 3 \dots\dots\dots 3$ 分

(2) \therefore 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$

\therefore 抛物线的顶点 $P(1,4)$, 对称轴为直线 $x = 1$

令 $y = 0$ 得: $-x^2 + 2x + 3 = 0,$

解得: $x_1 = -1, x_2 = 3$

\therefore 点 C 的坐标为 $(3,0)$

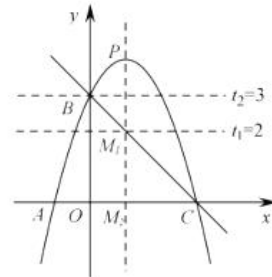
\therefore 直线 BC 经过点 $B(0,3)$ 和 $C(3,0)$

$\therefore y_{BC} = -x + 3$

\therefore 直线 $x = 1$ 与直线 BC 的交点为 $M_1(1,2)$ 、与 x 轴的交点 $M_2(1,0)$

如图所示

$\therefore 2 < t < 3 \dots\dots\dots 7$ 分



27. (本小题满分 7 分)

(1) 解: ①正确作图 $\dots\dots\dots 1$ 分

② $45^\circ \dots\dots\dots 2$ 分

连接 PD, PE

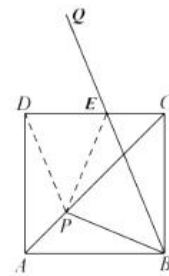
易证 $\triangle CPD \cong \triangle CPB$

$\therefore DP = BP, \angle CDP = \angle CBP$

$\therefore P, Q$ 关于直线 CD 对称

$\therefore EQ = EP$

$\therefore EQ = BP$



$\therefore DP=EP$
 $\therefore \angle CDP = \angle DEP$ 3分
 $\because \angle CEP + \angle DEP = 180^\circ$
 $\therefore \angle CEP + \angle CBP = 180^\circ$
 $\because \angle BCD = 90^\circ$
 $\therefore \angle BPE = 90^\circ$
 $\therefore BP=EP$
 $\therefore \angle PBE = 45^\circ$4分

(2) 解: 连接 PD, PE

易证 $\triangle CPD \cong \triangle CPB$

$\therefore DP=BP, \angle 1 = \angle 2$

$\because P, Q$ 关于直线 CD 对称,

$\therefore EQ=EP, \angle 3 = \angle 4$

$\because EQ=BP,$

$\therefore DP=EP$

$\therefore \angle 3 = \angle 1,$

$\therefore \angle 3 = \angle 2$

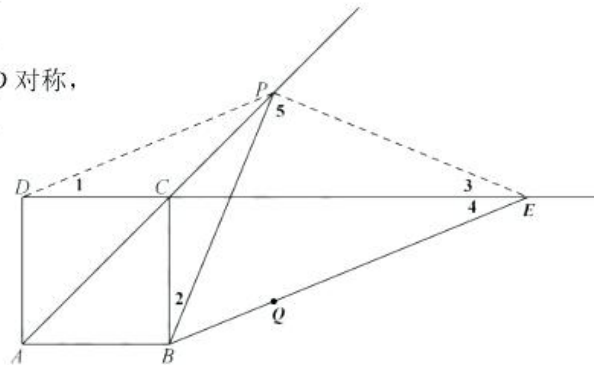
$\therefore \angle 5 = \angle BCE = 90^\circ$

$\therefore BP=EP,$

$\therefore \angle PEB = 45^\circ$

$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 22.5^\circ,$

在 $\triangle BCE$ 中, 已知 $\angle 4 = 22.5^\circ, BC=1,$ 可求 BE 长.7分



28. (本小题满分 8 分)

解: (1) 120° ;2分

(2) $\because C, D$ 的“相关等腰三角形”为等边三角形, 底角为 60° , 底边与 x 轴平行,
 \therefore 直线 CD 与 x 轴成 60° 角, 与 y 轴成 30° 角, 通过解直角三角形可得 D 的
 坐标为 $(3, 4\sqrt{3})$ 或 $(-3, 4\sqrt{3})$, 进一步得直线 CD 的表达式为 $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$ 或
 $y = -\sqrt{3}x + \sqrt{3}$5分

(3) $-3 \leq x_N \leq -1$ 或 $1 \leq x_N \leq 3$8分



初三数学

长按二维码 识别关注