



2023 北京房山初二（下）期末

数 学

本试卷共 8 页，共 100 分。时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回，试卷自行保存。

一、选择题（共 24 分，每题 3 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 在平面直角坐标系中，若点 A 的坐标为 (1, 2)，则点 A 在

- (A) 第一象限
- (B) 第二象限
- (C) 第三象限
- (D) 第四象限

2. 我国一些银行的行标设计都融入了对称的知识，下面四个行标中是中心对称图形的是



(A)



(B)



(C)

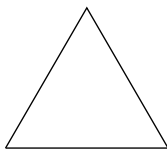


(D)

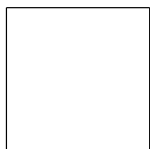
3. 函数 $y = \frac{2}{x-1}$ 的自变量 x 的取值范围是

- (A) $x \neq -1$
- (B) $x \neq 0$
- (C) $x \neq 1$
- (D) $x \neq 2$

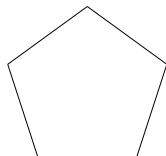
4. 下列多边形中，内角和最大的是



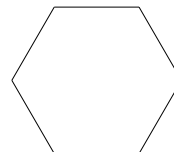
(A)



(B)



(C)



(D)

5. 用配方法解方程 $x^2 + 4x - 1 = 0$ ，配方后得到的方程是

- (A) $(x+2)^2 = 5$
- (B) $(x-2)^2 = 5$
- (C) $(x+4)^2 = 3$
- (D) $(x-4)^2 = 3$

6. 5月14日北京市气象台发布了2023年首次高温蓝色预警，气温连续两天超过 35°C ，其中5月15日至19日的最高气温如下表所示(单位： $^\circ\text{C}$)

这5天最高气温的极差是

- (A) 7
- (B) 8
- (C) 9
- (D) 10

7. 粮食是人类赖以生存的重要物质基础. 某农业基地现有杂交水稻种植面积 30 公顷，计划两年后将杂交水稻种植面积增至 36.3 公顷，设该农业基地杂交水稻种植面积的年平均增长率为 x ，根据题意列出方程正确的是

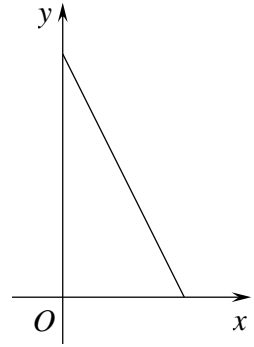


(A) $30(1-x)^2 = 36.3$ (B) $30(1+x)^2 = 36.3$

(C) $36.3(1-x)^2 = 30$ (D) $36.3(1+x)^2 = 30$

8. 下面的四个问题中都有两个变量:

- ①圆的面积 y 与它的半径 x ;
- ②汽车从 A 地匀速行驶到 B 地, 油箱内的剩余油量 y 与行驶时间 x ;
- ③将水箱中的水匀速放出, 直至放完, 水箱中的剩余水量 y 与放水时间 x ;
- ④矩形的面积一定, 一边长 y 与相邻的另一边长 x . 其中, 变量 y 与变量 x 之间的



的函数关系可以用如图所示的图象表示的是

- (A) ①③ (B) ①④ (C) ②③ (D) ②④

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 一元二次方程 $3x^2 - 4x - 1 = 0$ 的二次项系数是_____ , 一次项系数是_____ .

10. 在平面直角坐标系中, 点 $(2, -3)$ 关于原点对称的点的坐标是_____ .

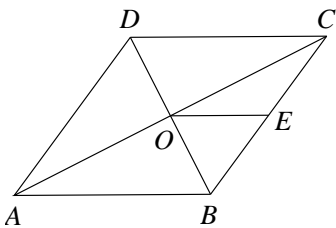
11. 已知一个 n 边形的每一个外角都是 30° , 则 $n =$ _____ .

12. 已知点 $A(1, y_1)$, $B(4, y_2)$ 在直线 $y = 2x - 1$ 上, 比较 y_1 与 y_2 的大小: y_1 _____ y_2 . (填 “>”, “=” 或 “<”)

13. 关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根, 则 $m =$ _____ .

14. 甲、乙、丙、丁四人参加训练, 近期的 10 次百米测试平均成绩都是 13.2 秒, 方差分别为 $s_{甲}^2 = 0.030$, $s_{乙}^2 = 0.022$, $s_{丙}^2 = 0.019$, $s_{丁}^2 = 0.027$, 则这四人中发挥最稳定的是_____ .

15. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , 点 E 为 BC 的中点, 连接 OE , 若 $OE = \sqrt{5}$, $OA = 4$, 则 $AB =$ _____ , 菱形 $ABCD$ 的面积是_____ .



16. 在平面直角坐标系中, 已知 $A(-3, 0)$, $B(0, 4)$, $C(a, -a)$, D 是平面内的一点, 以 A, B, C, D 为顶点的四边形是平行四边形.

(1) 若 $a = 1$, 则平行四边形 $ABCD$ 中, 点 D 的坐标为_____ ;

(2) CD 的最小值为_____ .

三、解答题 (共 60 分, 第 17-18 题, 每题 4 分, 第 19-26 题, 每题 5 分, 第 27-28 题, 每题 6 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

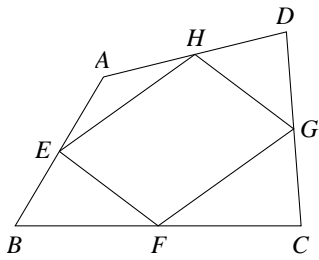
17. 解方程: $x^2 - 5x = 0$.



22. 我们把顺次连接任意一个四边形各边中点所得的四边形叫做中点四边形. 同学们在探究学习中发现: 任意一个四边形的中点四边形都是平行四边形. 下面是证明一个四边形的中点四边形是平行四边形的三种添加辅助线的方法, 请选择其中一种, 完成证明.

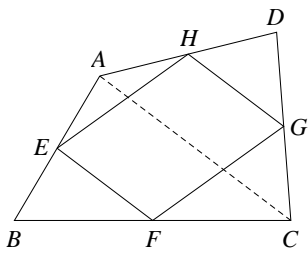
已知: 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, E, F, G, H 分别是边 AB, BC, CD, DA 的中点.

求证: 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.



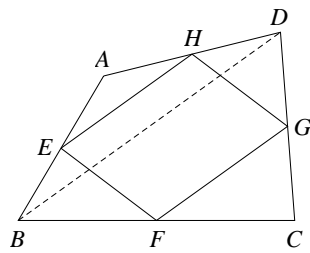
方法一:

证明: 如图, 连接 AC .



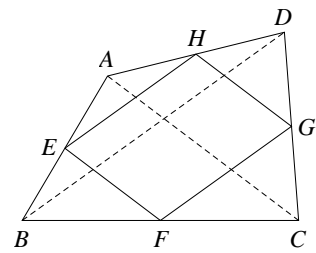
方法二:

证明: 如图, 连接 BD .



方法三:

证明: 如图, 连接 AC, BD .

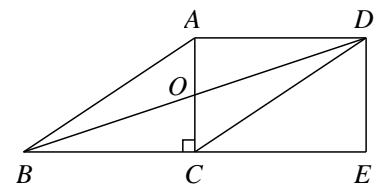


23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + nx - 6 = 0$.

- (1) 求证: 方程总有两个不相等的实数根;
- (2) 若方程有一个根是1, 求方程的另一个根.

24. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 $O, AC \perp BC$, 点 E 是 BC 延长线上一点, 且 $CE = BC$, 连接 DE .

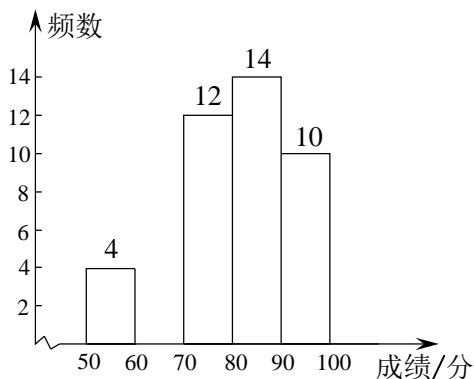
- (1) 求证: 四边形 $ACED$ 为矩形;
- (2) 连接 OE , 若 $BC = 3, DE = 2$, 求 OE 的长.





25. 2023年4月24日是第8个中国航天日，中央广播电视台联合中国载人航天工程办公室共同推出中国空间站独家直播《天宫之境》. 某校为增强学生的爱国主义情怀，普及航天知识，弘扬航天精神，组织学生观看了直播，并开展了“格物致知，叩问苍穹”知识竞赛，现随机抽取了八年级50名学生的竞赛成绩（百分制），整理并绘制了如下的统计图表：

某校八年级50名学生成绩频数分布表 某校八年级50名学生成绩频数分布直方图



根据以上信息，解答下列问题：

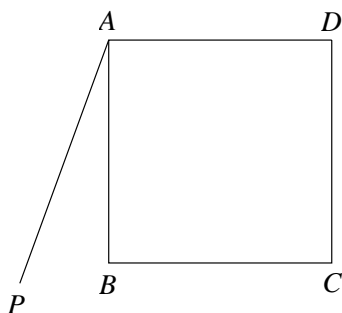
- (1) 在频数分布表中 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 补全频数分布直方图；
- (3) 若该校八年级有200名学生，成绩在90分及以上的学生可获得一等奖，估计此次知识竞赛八年级学生获一等奖的约有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象经过点 $(-1, 5)$ ， $(2, 2)$.

- (1) 求该函数的表达式；
- (2) 当 $x > m$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = x + 2$ 的值大于函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的值，直接写出 m 的取值范围.

27. 如图，在正方形 $ABCD$ 的外侧作射线 AP ， $\angle BAP = \alpha (0^\circ < \alpha < 45^\circ)$ ，作点 B 关于射线 AP 的对称点 E ，连接 DE 交 AP 于点 F ，连接 AE .

- (1) 依题意补全图形；
- (2) 若 $\alpha = 20^\circ$ ，则 $\angle AFD = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；
- (3) 用等式表示线段 FE ， FA ， FD 之间的数量关系，并证明.





28 在平面直角坐标系 xOy 中, 不同的两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 给出如下定义: 若 $|y_2 - y_1| = |x_2 - x_1|$, 则称点 A , B 互为“等距点”. 例如, 点 $M(3, 2)$, $N(2, 3)$

互为“等距点”.

(1) $P_1(1, 2)$, $P_2(1, 1)$, $P_3(\sqrt{2}, -1)$, $P_4(1, -1)$ 四个点中, 能与坐标原点互为“等距点”的是_____.

(2) 已知 $A(1, 0)$,

①若点 B 是点 A 的等距点, 且满足 $\triangle AOB$ 的面积为 1, 求点 B 的坐标.

②若以点 $T(t, 3)$ 为中心, 边长为 2 正方形上存在一点 P 与点 A 互为等距点, 请直接写出 t 的取值范围.



参考答案

第一部分 选择题 (共 24 分, 每题 3 分)

在下列各题的四个选项中, 只有一项是符合题意的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	C	D	A	D	B	C

第二部分 非选择题 (共 76 分)

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 3; -4

10. (-2, 3)

11. 12

12. <

13. 1

14. 丙

15. $2\sqrt{5}$; 16

16. (1) (-2, -5); (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(注: 第 9 题和第 15 题一空 1 分, 第 16 题一问 1 分)

三、解答题 (共 60 分, 第 17-18 题, 每题 4 分, 第 19-26 题, 每题 5 分, 第 27-28 题, 每题 6 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解方程: $x^2 - 5x = 0$.

解: 因式分解, 得 $x(x-5) = 0$ 2 分

$\therefore x = 0$ 或 $x - 5 = 0$.

\therefore 方程的解为 $x_1 = 0$, $x_2 = 5$4 分

18. 解方程: $2x^2 + 3x - 2 = 0$

解: $\because a = 2, b = 3, c = -2$1 分

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 2 \times (-2) = 25 > 0$2 分

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$= \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4}.$$

∴ 方程的解为 $x_1 = -2$, $x_2 = \frac{1}{2}$4 分

注：解法不唯一.

19. 证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $DC \parallel AB$, $DA \parallel CB$2 分

∴ $\angle D + \angle DAB = 180^\circ$, $\angle F = \angle DAF$.

∵ $\angle D = 120^\circ$,

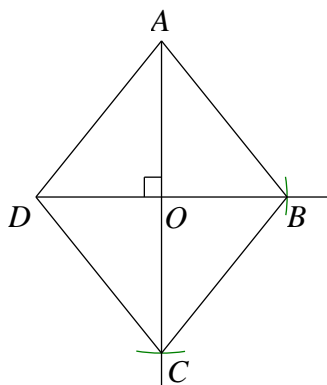
∴ $\angle DAB = 60^\circ$3 分

∵ AE 平分 $\angle DAB$,

∴ $\angle DAF = \frac{1}{2} \angle DAB = 30^\circ$4 分

∴ $\angle F = \angle DAF = 30^\circ$5 分

20. (1) 作图如下图：



.....2 分

(2) CO , BO ;4 分

对角线互相垂直的平行四边形是菱形.5 分

21. (1) 点 A 的坐标为 $(2, 0)$, 点 B 的坐标为 $(0, 4)$,2 分 (2) 解：∵ 点

$C(1, b)$ 在一次函数 $y = -2x + 4$ 的图象上，

$$\therefore b = -2 \times 1 + 4.$$

∴ $b = 2$3 分

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2. \quad \text{.....5 分}$$

22. 证法一



证明：连接 AC .

$\because E, F, G, H$ 分别是边 AB, BC, CD, DA 的中点.

$\therefore EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线, HG 是 $\triangle ADC$ 的中位线

$\therefore EF \parallel AC$, 且 $EF = \frac{1}{2}AC$.

$HG \parallel AC$, 且 $HG = \frac{1}{2}AC$2分

$\therefore EF \parallel HG$, 且 $EF = HG$4分

\therefore 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.5分

证法二

证明：连接 BD .

$\because E, F, G, H$ 分别是边 AB, BC, CD, DA 的中点.

$\therefore EH$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线, FG 是 $\triangle BCD$ 的中位线.

$\therefore EH \parallel BD$, 且 $EH = \frac{1}{2}BD$.

$FG \parallel BD$, 且 $FG = \frac{1}{2}BD$2分

$\therefore EH \parallel FG$, 且 $EH = FG$4分

\therefore 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.5分

证法三

证明：连接 AC, BD .

$\because E, F, G, H$ 分别是边 AB, BC, CD, DA 的中点.

$\therefore EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线, HG 是 $\triangle ADC$ 的中位线.

$\therefore EF \parallel AC, HG \parallel AC$.

$\therefore EF \parallel HG$2分

$\because E, F, G, H$ 分别是边 AB, BC, CD, DA 的中点.

$\therefore EH$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线, FG 是 $\triangle BCD$ 的中位线.

$\therefore EH \parallel BD, FG \parallel BD$.

$\therefore EH \parallel FG$4分

$\because EF \parallel HG$, 且 $EH \parallel FG$.

\therefore 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.5分

或者



证明：连接 AC ， BD 。

$\because E, F, G, H$ 分别是边 AB, BC, CD, DA 的中点.

$\therefore EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线， HG 是 $\triangle ADC$ 的中位线.

$$\therefore EF = \frac{1}{2}AC, HG = \frac{1}{2}AC.$$

$$\therefore EF = HG. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$\because E, F, G, H$ 分别是边 AB, BC, CD, DA 的中点.

$\therefore EH$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线， FG 是 $\triangle BCD$ 的中位线.

$$\therefore EH = \frac{1}{2}BD, FG = \frac{1}{2}BD.$$

$$\therefore EH = FG. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$\because EF = HG$ ，且 $EH = FG$ 。

\therefore 四边形 $EFGH$ 是平行四边形。 $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

23. 解：(1) $\because a=1, b=n, c=-6$ 。

$$\begin{aligned} \therefore \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= n^2 - 4 \times 1 \times (-6) \\ &= n^2 + 24 > 0. \end{aligned}$$

\therefore 方程总有两个不相等的实数根。 $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) $\because 1$ 是一元二次方程 $x^2 + nx - 6 = 0$ 的一个根，

$$\therefore 1 + n - 6 = 0.$$

$$\therefore n = 5.$$

$$\therefore x^2 + 5x - 6 = 0.$$

$$\therefore x_1 = 1, x_2 = -6.$$

\therefore 方程另一个根为 -6 。 $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

24. (1) 证明： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC, \text{ 且 } AD = BC.$$

又 \because 点 E 是 BC 延长线上一点，且 $CE = BC$ ，

$$\therefore AD \parallel CE, \text{ 且 } AD = CE.$$

\therefore 四边形 $ACED$ 是平行四边形.

又 $\because AC \perp BC$ ，

$$\therefore \angle ACE = 90^\circ.$$



∴ 平行四边形 $ACED$ 是矩形.3 分

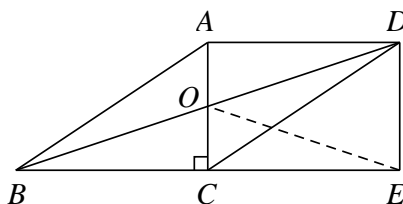
(2) 解: 连接 OE .

∵ $CE = BC$, $BC = 3$,

∴ $BE = 2BC = 6$.

又∵ 四边形 $ACED$ 是矩形,

∴ $\angle CED = 90^\circ$.



在 $Rt \triangle DEB$ 中, $\angle DEB = 90^\circ$, $BE = 6$, $DE = 2$.

∴ $BD = \sqrt{BE^2 + DE^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$.

∵ $\square ABCD$ 对角线 AC , BD 相交于点 O ,

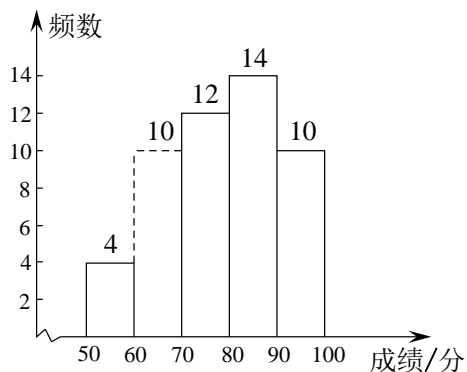
∴ $OB = OD$.

∵ $\angle BED = 90^\circ$

∴ $OE = \frac{1}{2}BD = \sqrt{10}$5 分

25. (1) $m = 10$, $n = 0.28$;2 分

(2) 补全频数分布直方图, 如图所示:



.....3 分

(3) 40.5 分

26. 解: (1) ∵ 函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象经过点 $(-1, 5)$, $(2, 2)$,

$$\therefore \begin{cases} -k + b = 5, \\ 2k + b = 2. \end{cases}$$

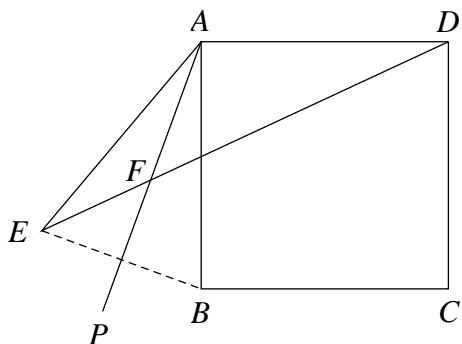
$$\text{解得} \begin{cases} k = -1, \\ b = 4. \end{cases}$$

∴ 该函数的表达式为 $y = -x + 4$3 分

(2) $m \geq 1$5 分



27. (1) 依题意补全图2，如下图：2分



(2) 45；3分

(3) 用等式表示线段 FE，FA，FD 之间的数量关系： $FD = \sqrt{2}FA + FE$ 4分

证明：过点 A 做 $AG \perp AP$ 交 ED 于点 G.

由题意可知： $AB = AD = AE$ ， $\angle EAP = \angle PAB = \alpha$.

$$\therefore \angle EAD = 90^\circ + 2\alpha.$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 45^\circ - \alpha.$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 2 + \angle EAP = 45^\circ.$$

$$\because AG \perp AP,$$

$$\therefore \angle GAP = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 3 = 45^\circ.$$

$$\therefore AF = AG, \angle AFE = \angle AGD.$$

在 $\text{Rt} \triangle GAF$ 中，

$$\therefore FG = \sqrt{2}FA.$$

在 $\triangle AFE$ 和 $\triangle AGD$ 中，

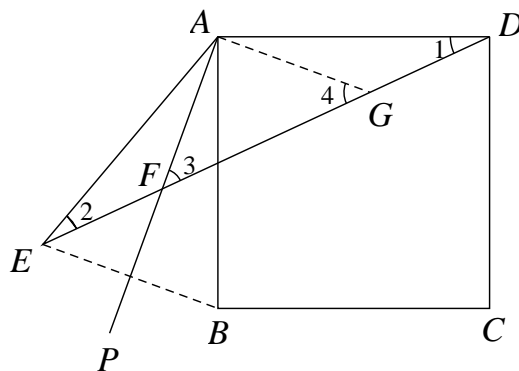
$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2, \\ \angle AFE = \angle AGD, \\ AF = AG, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AFE \cong \triangle AGD.$$

$$\therefore FE = GD.$$

$$\because FD = FG + GD,$$

$$\therefore FD = \sqrt{2}FA + FE. \quad \text{.....6分}$$



28. (1) P_2, P_4 ;2分

(2) ①解：设点 B 的坐标为 (x, y) .



$\because A(1, 0)$, $\triangle AOB$ 的面积为 1,

$$\therefore \frac{1}{2} \times 1 \times |y| = 1.$$

$$\therefore |y| = 2.$$

$$\therefore y = \pm 2.$$

\therefore 点 B 的坐标为 $(x, 2)$ 或 $(x, -2)$.

又 \because 点 B 是点 A 的等距点,

$$\therefore |x - 1| = 2.$$

$$\therefore x = -1 \text{ 或 } x = 3.$$

\therefore 点 B 的坐标为 $(-1, 2)$, $(-1, -2)$, $(3, 2)$, $(3, -2)$4 分

② $-4 \leq t \leq 0$ 或 $2 \leq t \leq 6$6 分