

2019 - 2020 学年五中分校初三第二学期阶段测评 (4 月)



数学试卷

一·选择题 (共 8 个小题·每小题 2 分·共 16 分)

1. 下列防疫的图标中是轴对称图形的是 ( ).



- A.                      B.                      C.                      D.

2. 正八边形的外角和为 ( ).

- A.  $180^\circ$                       B.  $360^\circ$                       C.  $720^\circ$                       D.  $1080^\circ$

3. 在数轴上, 点  $A$ 、 $B$  在 origin  $O$  的异侧, 分别表示有理数  $a$ 、 $5$ , 将点  $A$  向左平移 4 个单位长度, 得到点  $C$ , 若  $CO=BO$ , 则  $a$  的值为 ( ).

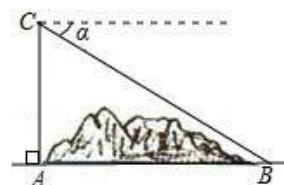
- A.  $-1$                       B.  $1$                       C.  $-3$                       D.  $3$

4. 2019 年 12 月以来, 新冠病毒席卷全球。截止 2020 年 3 月 24 日 10: 56, 我国累计确诊 81749 例, 海外累计确诊 297601 例。用科学记数法表示全球确诊约为 ( ) 例。

- A.  $8.2 \times 10^4$                       B.  $29.8 \times 10^4$                       C.  $2.98 \times 10^5$                       D.  $3.8 \times 10^5$

5. 如图, 某地修建高速公路, 要从  $A$  地向  $B$  地修一条隧道 (点  $A$ 、 $B$  在同一水平面上)。为了测量  $A$ 、 $B$  两地之间的距离, 一架直升飞机从  $A$  地起飞, 垂直上升 1000 米到达  $C$  处, 在  $C$  处观察  $B$  地的俯角为  $\alpha$ , 则  $A$ 、 $B$  两地之间的距离约为 ( ) 米。

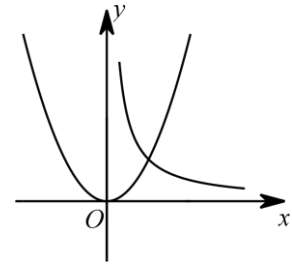
- A.  $1000\sin\alpha$                       B.  $1000\tan\alpha$   
 C.  $\frac{1000}{\tan\alpha}$                       D.  $\frac{1000}{\sin\alpha}$



6. 若  $a-b=2\sqrt{3}$ , 则代数式  $(\frac{a^2+b^2}{2a}-b) \cdot \frac{a}{a-b}$  的值为 ( ).

- 6.1  $4\sqrt{3}$                       6.2  $3\sqrt{3}$                       6.3  $2\sqrt{3}$                       D.  $\sqrt{3}$

7. 在同一直角坐标系中，二次函数  $y = x^2$  与反比例函数  $y = \frac{1}{x} (x > 0)$  的图象如图所示，若两个函数图象上有三个不同的  $A(x_1, m)$ ， $B(x_2, m)$ ， $C(x_3, m)$ ，其中  $m$  为常数，令  $\omega = x_1 + x_2 + x_3$ ，则  $\omega$  的值为 ( )。



- A.  $7.1$                       B.  $m$   
 C.  $m^2$                       D.  $\frac{1}{m}$

8. 新型冠状病毒肺炎侵袭全国，全国人民团齐心协力共抗疫情。小明同学一直关注疫情的变化，期待疫情结束早日复课，他主要关注近一个月新增确诊病例和现有病例的情况，如图 1、图 2 所示，反映的是 2020 年 2 月 22 日至 3 月 23 日的新增确诊病例和现有病例的情况。

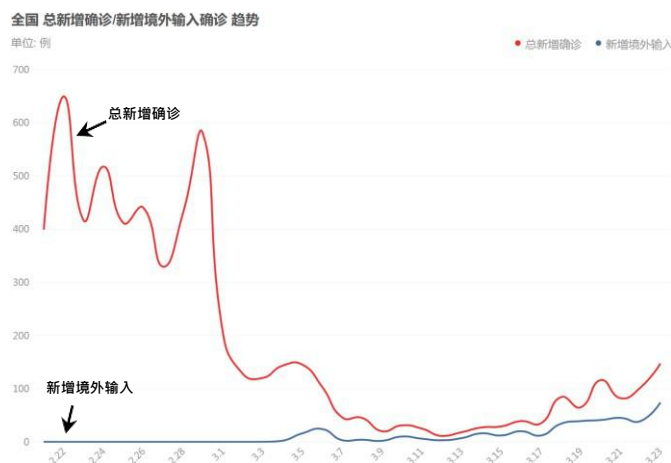


图 1

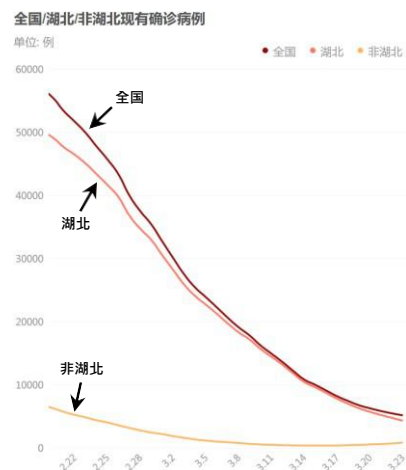


图 2

数据来源：疫情实时大数据报告

对近一个月内数据，下面有四个推断：

- ①全国新增境外输入病例呈上升趋势；
- ②全国一天内新增确诊人数最多约 650 人；
- ③全国新增确诊人数增加，现有确诊病例人数也增加；
- ④全国一日新增确诊人数的中位数约为

200。所有合理推断的序号是 ( )。

- A. ①②    B. ①②③    C. ②③④    D. ①②④





二、填空题 (共 8 个小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

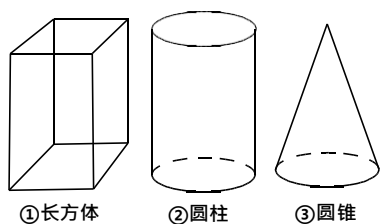
9. 如果分式  $\frac{2}{x-1}$  有意义, 那么  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 二次函数  $y = 2(x-1)^2 - 5$  的最小值是\_\_\_\_\_.

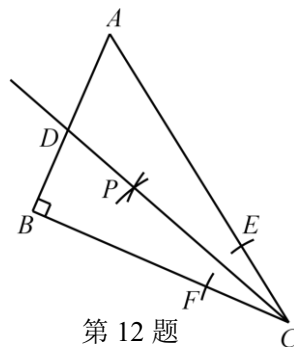
11. 在如图所示的几何体中, 其三视图中有矩形的是\_\_\_\_\_. (写出所有答案的序号)

12. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle B=90^\circ$ , 以顶点  $C$  为圆心, 适当长为半径画弧, 分别交  $AC$ 、 $BC$  于点  $E$ 、 $F$ , 再分别以点  $E$ 、 $F$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}EF$  的长为半径画弧, 两弧交于点  $P$ ,

作射线  $CP$  交  $AB$  于点  $D$ , 若  $BD=3$ ,  $AC=10$ , 则  $\triangle ACD$  的面积是\_\_\_\_\_.



第 11 题

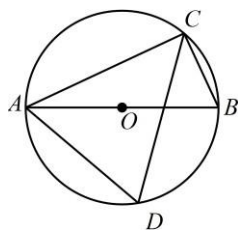


第 12 题

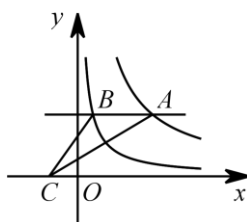
13. 如图, 点  $C$ 、 $D$  是以线段  $AB$  为直径的  $\odot O$  上两点, 若  $CA=CD$ , 且  $\angle CAB=25^\circ$ , 则  $\angle ACD$  的度数为\_\_\_\_\_°.

14. 如图, 平行于  $x$  轴的直线与函数  $y = \frac{k_1}{x}$  ( $k_1 > 0, x > 0$ ),  $y = \frac{k_2}{x}$  ( $k_2 > 0, x > 0$ ) 的图象分别相交于  $A$ 、 $B$  两点, 点  $A$  在点  $B$  的右侧, 点  $C$  为  $x$  轴上的一个动点. 若  $\triangle ABC$  的面积为 4, 则  $k_1 - k_2$  的值为\_\_\_\_\_.

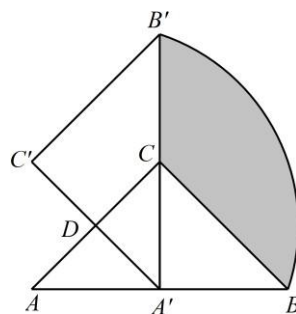
15. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $AC=BC=2$ . 将  $\triangle ABC$  绕  $AC$  的中点  $D$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle A'B'C'$ , 其中点  $B$  的运动路径为  $\widehat{BB'}$ , 则图中阴影部分的面积为\_\_\_\_\_.



第 13 题



第 14 题



第 15 题

16. 我们知道任意三角形都存在内切圆. 同样的, 一些凸四边形也存在内切圆. 我们规定: 存在与凸四边形的三条边相切的圆叫四边形的伪内切圆. 以下结论正确的是: .

- ①凸四边形必存在伪内切圆;
- ②当平行四边形只存在 1 个伪内切圆时, 它的对角线一定相等;
- ③矩形伪内切圆个数可能为 1、2、4;
- ④当且仅当四边形对角线互相垂直平分且相等时, 该四边形的伪内切圆与内切圆重合.

三、解答题 (共 68 分, 第 17 - 22 题, 每小题 5 分, 第 23 - 26 题, 每小题 6 分, 第 27 - 28 题, 每小题 7 分)

17. 下面是小华设计的“作一个角等于已知角的 2 倍”的尺规作图过程.

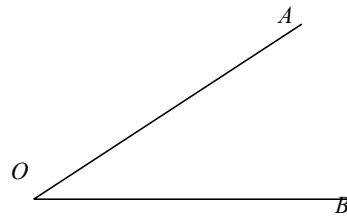
已知:  $\angle AOB$ .

求作:  $\angle APC$ , 使得  $\angle APC = 2\angle AOB$ .

作法: 如图,

- ①在射线  $OB$  上任取一点  $C$ ;
- ②作线段  $OC$  的垂直平分线, 交  $OA$  于点  $P$ , 交  $OB$  于点  $D$ ;
- ③连接  $PC$ ;

所以  $\angle APC$  即为所求作的角.



根据小华设计的尺规作图过程,

- (1) 使用直尺和圆规补全图形 (保留作图痕迹);
- (2) 完成下面的证明 (说明: 括号里填写推理的依据).

证明:  $\because DP$  是线段  $OC$  的垂直平分线,

$$\therefore OP = \underline{\hspace{2cm}} \quad (\underline{\hspace{2cm}}).$$

$$\therefore \angle O = \angle PCO.$$

$$\therefore \angle APC = \angle O + \angle PCO \quad (\underline{\hspace{2cm}}).$$

$$\therefore \angle APC = 2\angle AOB.$$

18. 计算:  $(\frac{1}{2})^{-1} - 2\cos 30^\circ + \sqrt{27} + (2-\pi)^0$ .

19. 解不等式组:  $\begin{cases} x+3 > 0 \\ 2(x-1)+3 \geq 3x \end{cases}$ , 并判断  $-1$ ,  $\sqrt{2}$  这两个数是否为该不等式组的解.





20. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2x + 2k - 4 = 0$  有两个不相等的实数根.

- (1) 求  $k$  的取值范围;
- (2) 若  $k$  为正整数, 且该方程的根都是整数, 求方程的根.

21. 某学校共有六个年级, 每个年级 10 个班, 每个班约 40 名同学. 该校食堂共有 10 个窗口中午所有同学都在食堂用餐. 经了解, 该校同学年龄分布在 12 岁 (含 12 岁) 到 18 岁 (含 18 岁) 之间, 平均年龄 15 岁.

小天、小东两位同学, 为了解全校同学对食堂各窗口餐食的喜爱情况, 各自进行了抽样调查, 并记录了相应同学的年龄, 每人调查了 60 名同学, 将收集到的数据进行了整理.

小天从初一年级每个班随机抽取 6 名同学进行调查, 绘制统计图表如下:

表 1:

窗口	1	2	3	4	5
人数	1	1	5	2	10
窗口	6	7	8	9	10
人数	15	4	17	2	3

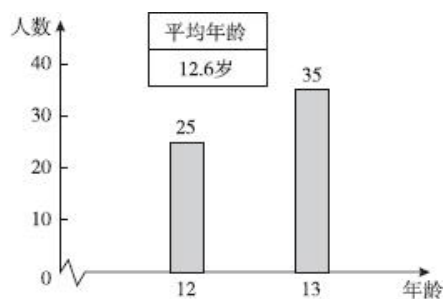


图 1

小东从全校每个班随机抽取 1 名同学进行调查, 绘制统计图表如下:

表 2:

窗口	1	2	3	4	5
人数	2	3	5	1	9
窗口	6	7	8	9	10
人数	14	4	16	3	3

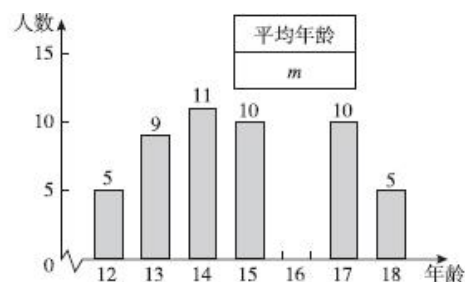


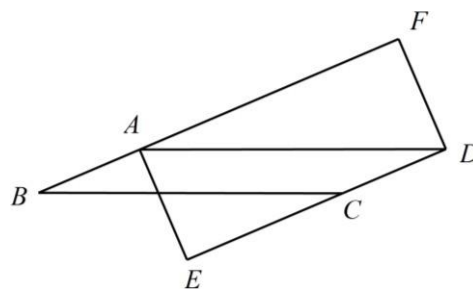
图 2

根据以上材料回答问题:

- (1) 写出图 2 中  $m$  的值\_\_\_\_\_;
- (2) 小天、小东两人中, 哪个同学抽样调查的数据能较好地反映出该校同学对各窗口餐食的喜爱情况, 并简要说明另一名同学调查的不足之处;
- (3) 为使每个同学在中午尽量吃到自己喜爱的餐食, 学校餐食管理部门应为\_\_\_\_\_窗口尽量多的分配工作人员, 理由为\_\_\_\_\_.

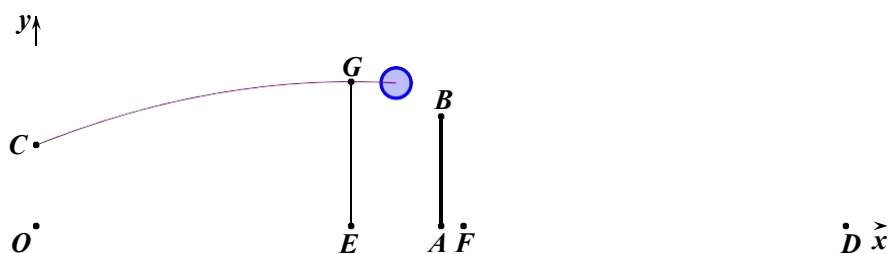
22. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中, 过点  $A$  作  $AE \perp DC$  交  $DC$  的延长线于点  $E$ , 过点  $D$  作  $DF \parallel EA$  交  $BA$  的延长线于点  $F$ .

- (1) 求证: 四边形  $AEDF$  是矩形;
- (2) 连接  $BD$ , 若  $AB=AE=2$ ,  $\tan \angle FAD = \frac{2}{5}$ , 求  $BD$  的长.



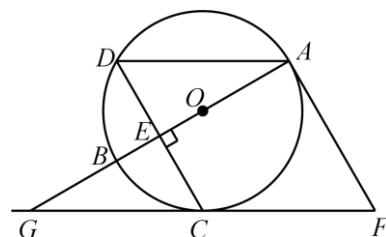
23. 为备战奥运会, 中国女排的姑娘们刻苦训练, 为国争光, 如图, 已知排球场的长度  $OD$  为 18 米, 位于球场中线处球网的高度  $AB$  为 2.43 米, 一队员站在点  $O$  处发球, 排球从点  $O$  的正上方 1.8 米的  $C$  点向正前方飞出, 当排球运行至离点  $O$  的水平距离  $OE$  为 7 米时, 到达最高点  $G$ , 建立如图所示的平面直角坐标系.

- (1) 当球上升的最大高度为 3.2 米时, 求排球飞行的高度  $y$  (单位: 米) 与水平距离  $x$  (单位: 米) 的函数关系式. (不要求写出自变量  $x$  的取值范围)
- (2) 在 (1) 的条件下, 对方距球网 0.5 米的点  $F$  处有一队员, 她起跳后的最大高度为 3.1 米, 问这次她是否可以拦网成功? 请通过计算说明. (不考虑排球的大小)



24. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $C$  是圆上一点, 弦  $CD \perp AB$  于点  $E$ , 且  $DC=AD$ . 过点  $A$  作  $\odot O$  的切线, 过点  $C$  作  $DA$  的平行线, 两直线交于点  $F$ ,  $FC$  的延长线交  $AB$  的延长线于点  $G$ .

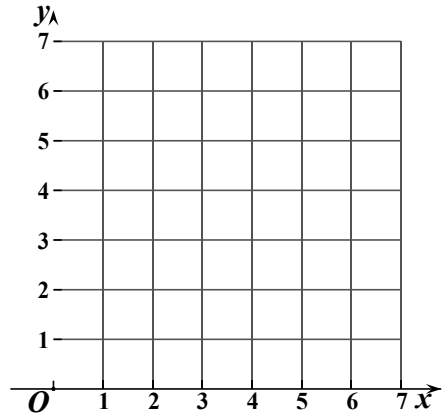
- (1) 求证:  $FG$  与  $\odot O$  相切;
- (2) 连接  $EF$ , 求  $\tan \angle EFC$  的值.



25. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，直线  $y = kx + k$  与双曲线  $y = \frac{4}{x} (x > 0)$  交于点  $A(1, a)$ .

(1) 求  $a, k$  的值;

(2) 已知直线  $l$  过点  $D(1, 0)$  且平行于直线  $y = kx + k$ , 点  $P(m, n) (m > 2)$  是直线  $l$  上一动点, 过点  $P$  分别作  $x$  轴、 $y$  轴的平行线, 交双曲线  $y = \frac{4}{x} (x > 0)$  于点  $M, N$ , 双曲线在点  $M, N$  之间的部分与线段  $PM, PN$  所围成的区域 (不含边界) 记为  $W$ . 横、纵坐标都是整数的点叫做整点.



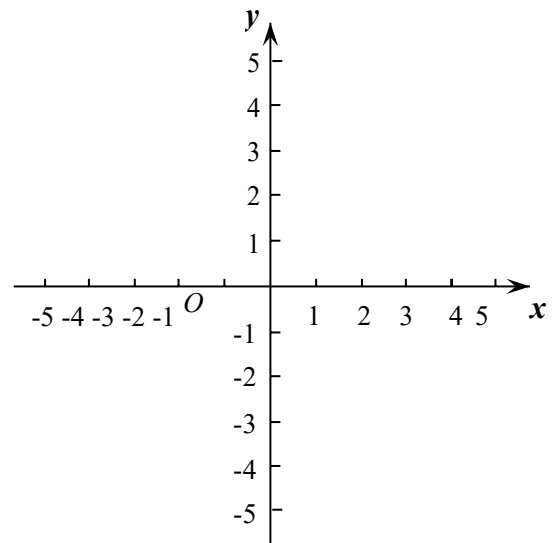
① 当  $m = 3$  时, 直接写出区域  $W$  内的整点个数;

② 若区域  $W$  内有整点, 且个数不超过 5 个, 结合图象, 求  $m$  的取值范围.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = mx^2 + 2mx - 3$  与  $y$  轴交于点  $C$ , 该抛物线对称轴与  $x$  轴的交于点  $A$ .

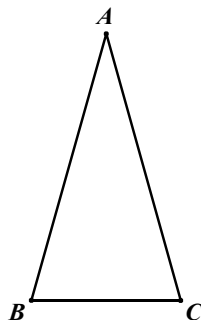
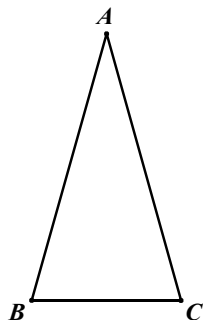
① 求该抛物线的对称轴及点  $A, C$  的坐标;

② 点  $A$  向右移动两个单位长度, 向上移动两个单位长度, 得到点  $B$ , 若抛物线与线段  $AB$  恰有一个交点时, 结合图象, 求  $m$  的取值范围.



27. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $\angle BAC < 60^\circ$ , 将线段  $AB$  绕点  $A$  逆时针旋转  $60^\circ$  得到点  $D$ , 点  $E$  与点  $D$  关于直线  $BC$  对称, 连接  $CD$ 、 $CE$ 、 $DE$ .

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 判断  $\triangle CDE$  的形状, 并证明;
- (3) 请问在直线  $CE$  上是否存在点  $P$ , 使得  $PA - PB = CD$  成立? 若存在, 请用文字语言描述出点  $P$  的准确位置, 并画图、证明; 若不存在, 请说明理由.



备用图

28. 对于平面中给定的一个图形及一点  $P$ , 若图形上存在两个点  $A$ 、 $B$ , 使得  $\triangle PAB$  是边长为 2 的等边三角形, 则称点  $P$  是该图形的一个“美好点”.

(1) 若将  $x$  轴记作直线  $l$ , 下列函数的图象上存在直线  $l$  的“美好点”的是\_\_\_\_\_ (只填选项)

- A. 正比例函数  $y = x$
- B. 反比例函数  $y = \frac{1}{x}$
- C. 二次函数  $y = x^2 + 2$

(2) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 若点  $M(\sqrt{3}n, 0)$ ,  $N(0, n)$ , 其中  $n > 0$ ,  $\odot O$  的半径为  $r$ .

①若  $r = 2\sqrt{3}$ ,  $\odot O$  上恰好存在 2 个直线  $MN$  的“美好点”, 求  $n$  的取值范围;

②若  $n = 4$ , 线段  $MN$  上存在  $\odot O$  的“美好点”, 直接写出  $r$  的取值范围.

