2022北京北京中学初二（下）期中

数　学

2022.4

一、选择题（共24分，每题3分）第1−8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

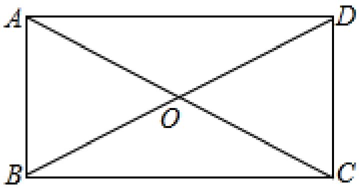
1. 下列式子为最简二次根式的是（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$　　C. $\sqrt{12a}$　　D. $\sqrt{(a+b)^2}$

2. 以下列长度的三条线段为边能组成直角三角形的是（　　）

A. 6，7，8　　B. 2，3，4　　C. 3，4，6　　D. 6，8，10

3. 如图，矩形$ABCD$中，对角线AC,BD交于点O，如果$\angle ADB=30^\circ$，那么$\angle AOB$度数是（　）



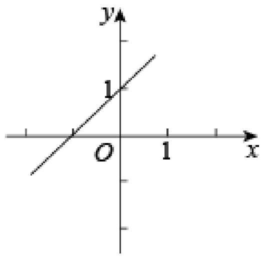
A. 30°　　B. 45°

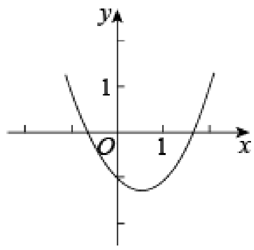
C. 60°　　D. 120°

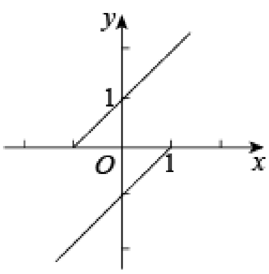
4. 周长为$4cm$的正方形对角线的长是（　）

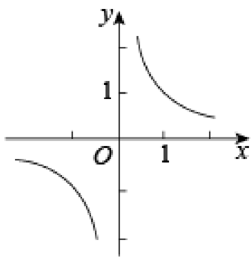
A. $4\sqrt{2}cm$　　B. $2\sqrt{2}cm$　　C. $2cm$　　D. $\sqrt{2}cm$

5. 下列各曲线中，不表示y是x的函数的是（　　）

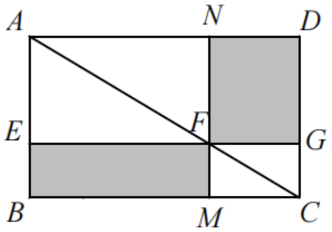
A. 

B. 

C. 

D. 

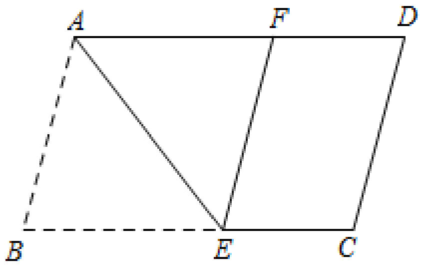
6. 数学家吴文俊院士非常重视古代数学家贾宪提出的“从长方形对角线上任一点作两条分别平行于两邻边的直线，则所容两长方形面积相等（如图）”这一推论，他从这一推论出发，利用“出入相补”原理复原了《海岛算经》九题古证，下列说法不一定成立的是（　　）



A. $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ADC}$　　B. $S_{\triangle AEF}=S_{\triangle ANF}$

C. $S_{矩形NFGD}=S_{矩形EFMB}$　　D. $S_{\triangle AEF}=S_{矩形NFGD}$

7. 如图，将▱$ABCD$ 沿 AE 翻折，使点 B 恰好落在 AD 上的点 F 处，则下列结论不一定成立的是（　　）



A. $AF=EF$　　B. $AE=AF$　　C. $AB=EF$　　D. $FD=EC$

8. 如图 1，在矩形 $ABCD$ 中，$AB<BC$，AC，BD 交于点 O．点 E 为线段 AC 上的一个动点，连接 BE，DE，过点 E 作 $EF\perp BD$ 于点 F．设图 1 中某条线段的长为 x，$DE=y$，若表示 y 与 x 的函数关系的图象大致如图 2 所示，则这条线段可能是图 1 中的（　　）

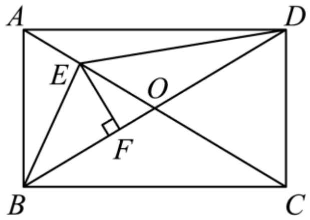


图1

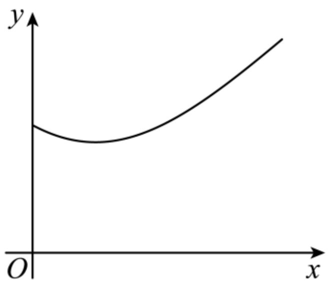


图2

A. 线段 FE　　B. 线段 CE　　C. 线段 BE　　D. 线段 AE

二、填空题（共 24 分，每题 3 分）

9. 函数 $y=\sqrt{2-x}$ 的自变量 x 的取值范围是___．

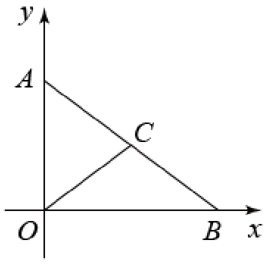
10. 在▱$ABCD$ 中，$\angle B=110^\circ$，则 $\angle D=$__________°．

11. 已知 n 是正整数，$\sqrt{189n}$ 是整数，则 n 的值可以是_______（写出一个即可）．

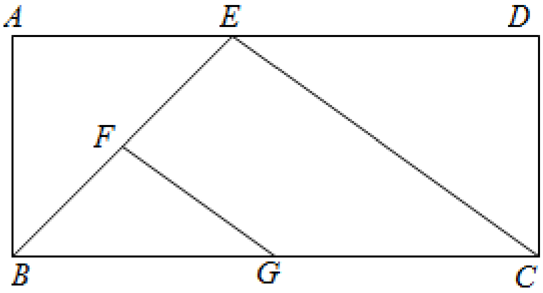
12. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=30^\circ$，$\angle B=45^\circ$，$BC=2$．则 AC 的长为_______．

13. 如图，平面直角坐标系 xOy 中，A（0，3），B（4，0），点 C 为 AB 的中点，则线段 OC 的长为

______．



14. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，BE 平分 $\angle ABC$，交 AD 于点 E，F 为 BE 的中点，G 为 BC 的中点，连接 EC．若 $AB=6$，$BC=14$，则 AE 的长为_______；FG 的长为_______．



15. 图1中菱形的两条对角线长分别为6和8，将其沿对角线裁分为四个三角形，将这四个三角形无重叠地拼成如图2所示的图形，则图1中菱形的面积等于__________；图2中间的小四边形的面积等于__________．

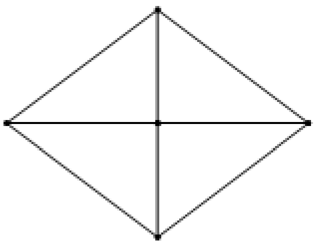


图1

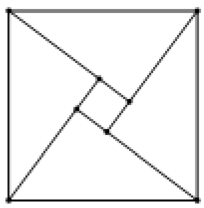


图2

16. 某商家需要更换店面 地砖，商家打算用1500元购买单色和彩色两种地砖进行搭配，并且把1500元全部花完．已知每块单色地砖15元，每块彩色地砖25元，根据需要，购买的单色地砖数要超过彩色地砖数的3倍，并且单色地砖数要少于彩色地砖数的4倍，那么符合要求的一种购买方案是_______．

三、解答题（共52分，第17-24题，每题5分，第25，26题，每题6分）

17 计算：$(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})$．

18. 计算：$\left(\sqrt{27}-6\sqrt{\frac{1}{3}}\right)\div\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$．

19. 下面是小明设计的作矩形 $ABCD$ 的尺规作图过程．

已知：$Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90°$．

求作：矩形 $ABCD$．

作法：如图，

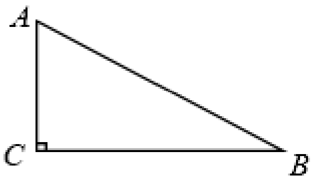
1、以点 A 为圆心，BC 长为半径作弧；

2、以点 C 为圆心，AB 长为半径作弧，两弧交于点 D（点 D 与点 B 在直线 AC 异侧）；

3、连接 AD，CD.

所以四边形 $ABCD$ 就是所求作的矩形.

根据小明设计的尺规作图过程，



（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明（括号里填推理的依据）.

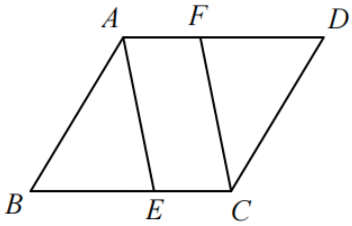
证明：∵AB=______，BC=______，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形（_______）.

又∵∠ABC=90°，

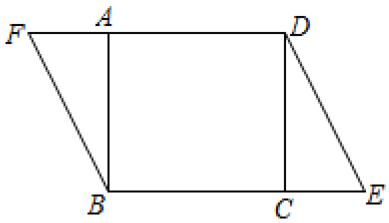
∴四边形 $ABCD$ 是矩形（________）.

20. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在 BC，AD 上，且 $DF=BE$．求证：$AE=CF$．



21. 已知 $x=2-\sqrt{3}$，求代数式 $(7+4\sqrt{3})x^2+(2+\sqrt{3})x+\sqrt{3}$ 的值.

22. 在矩形 $ABCD$ 中，E 在 BC　延长线上，连接 DE，过点 B 作 $BF//DE$ 交 DA 的延长线于点 F.



（1）求证：BF=DE；

（2）连接 AE，若 AF=1，AB=2，$AD=\sqrt{5}$，求证：AE 平分∠DEB.

23. 如图所示　正方形网格中，每个小正方形的边长均为 1，网格的中心标记为点 O．按要求画四边形，使它的四个顶点均落在小正方形的顶点上，且点 O 为其对角线交点.

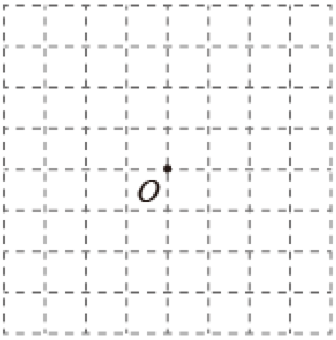


图1

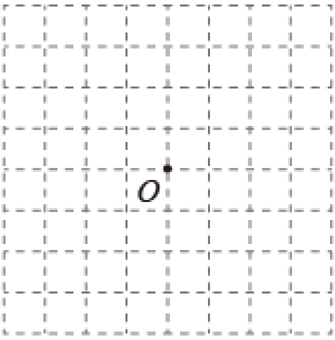


图2

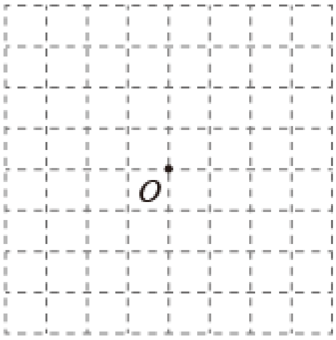


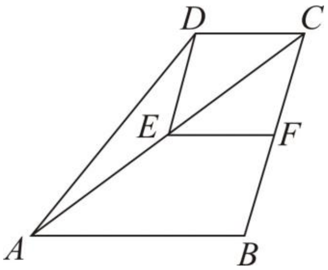
图3

（1）在图 1 中画一个两边长分别为 2 和 4 的矩形；

（2）在图 2 中画一个平行四边形，使它有且只有一条对角线与（1）中矩形　对角线相等；

（3）在图 3 中画一个正方形，使它的对角线与（2）中所画平行四边形的一条对角线相等.

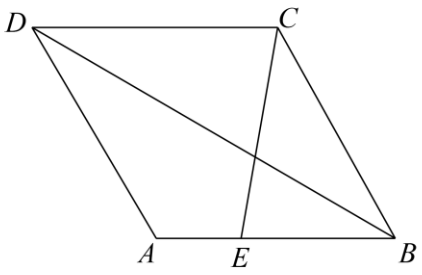
24. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB//CD$，$AB=BC=2CD$，E 为对角线 AC 的中点，F 为边 BC 的中点，连接 DE，EF.



（1）求证：四边形 $CDEF$ 为菱形；

（2）连接 DF 交 EC 于 G，若 $DF=2$，$CD=\frac{5}{3}$，求 AD 的长.

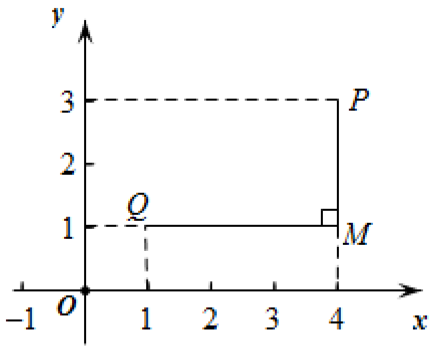
25. 在菱形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=60°$，E 是 AB 上一点（不与点 A，B 重合），线段 CE 的垂直平分线交 CE 于点 F，交 BD 于点 G，连接 AG，EG.

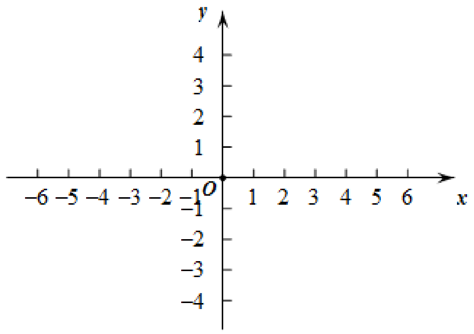


（1）根据题意补全图形，并证明 $AG=EG$；

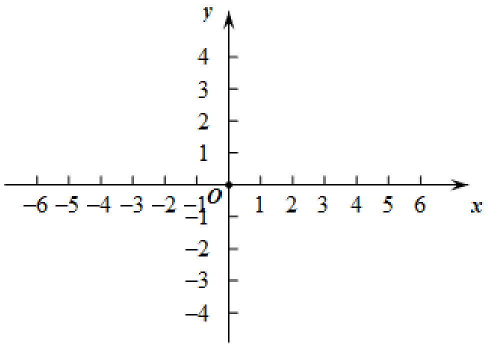
（2）用等式表示线段 AG 与 CE 之间的数量关系，并证明.

26. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P（x_1，y_1）和 Q（x_2，y_2），称$|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$为点 P 与 Q 的完美距离，记作 d（P，Q）. 例如：点 P（4，3），点 Q（1，1），因为$|4-1|+|3-1|=5$，所以点 P 与 Q 的完美距离为 d（P，Q）$=5$，也就是图中线段 PM 与线段 QM 长度的和（点 M 为垂直于 x 轴的直线 PM 与垂直于 y 轴的直线 QM 的交点）.





备用图 1



备用图 2

（1）已知 A（－3，0），B（1，m），C（t，m）.

①若 $m=0$，d（A，B）$=d$（A，C）$+d$（B，C），求 t 的取值范围；

②若 $m=1$，d（A，B）$+2<d$（A，C）$+d$（B，C），直接写出 t 的取值范围；

（2）若点 D 满足 d（O，D）$=3$，点 E（-6，0），线段 DE 的中点为 F，直接写出 d（O，F）的取值范围及所有符合条件的点 F 组成图形的面积.

参考答案

一、选择题（共 24 分，每题 3 分）第 1−8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 【答案】A

【解析】

【分析】根据最简二次根式的概念判断即可．

【详解】解：A 选项，$\sqrt{2}$ 是最简二次根式，故该选项符合题意；

B 选项，$\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故该选项不符合题意；

C 选项，$\sqrt{12a}=2\sqrt{3a}$，故该选项不符合题意；

D 选项，$\sqrt{(a+b)^2}=|a+b|$，故该选项不符合题意；

故选：A．

【点睛】本题考查了最简二次根式，掌握最简二次根式的概念：（1）被开方数不含分母；（2）被开方数中不含能开得尽方的因数或因式是解题的关键．

2. 【答案】D

【解析】

【分析】根据勾股定理逆定理即两短边的平方和等于最长边的平方逐一判断即可．

【详解】解：A．$\because 6^2+7^2\neq 8^2$，$\therefore$不能构成直角三角形，故本选项错误；

B．$\because 2^2+3^2\neq 4^2$，$\therefore$不能构成直角三角形，故本选项错误；

C．$\because 3^2+4^2\neq 6^2$，$\therefore$不能构成直角三角形，故本选项错误；

D．$\because 6^2+8^2=10^2$，$\therefore$能构成直角三角形，故本选项正确．

故选：D．

【点睛】本题考查的是勾股定理逆定理，熟知如果三角形的三边长a，b，c满足$a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形就是直角三角形是解答此题的关键．

3. 【答案】C

【解析】

【分析】只要证明 $OA=OD$，根据三角形的外角的性质即可解决问题．

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$OA=\frac{1}{2}AC$，$OD=\frac{1}{2}BD$，$AC=BD$，

∴$OA=OB$，

∴$\angle OAD=\angle ODA=30°$，

∵$\angle AOB=\angle OAD+\angle ODA=60°$．

故选 C．

【点睛】本题考查矩形的性质、等腰三角形的性质，三角形外角的性质等知识，解题的关键是根据矩形的

性质得出 $OA=OB$.

4. 【答案】D

【解析】

【分析】先根据正方形的性质得到正方形的边长为 1cm，然后根据勾股定理得到正方形对角线的长.

【详解】解：∵正方形的周长为 4cm，

∴正方形的边长为 1cm，

∴正方形的对角线的长为 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ cm.

故选 D.

【点睛】本题考查了正方形　性质和勾股定理，根据正方形的四条边相等得出直角三角形的两直角边长是解决此题的关键.

5. 【答案】C

【解析】

【分析】在直角坐标系中，对于 x 的取值范围内的任意一点，通过这点作 x 轴的垂线，则垂线与图形只有一个交点就满足函数定义，否则就不满足.

【详解】解：函数是指：在一个变化过程中，有两个变量 x，y，对于 x 的每一个取值，y 都有唯一确定的值与之对应.

选项 C 中，当 x 在-1 到 1 之间时，过其中某点向 x 轴作垂线，该垂线与图形有两个交点，与函数的概念违背，故选项 C 中表示的不是函数.

选项 A、B、D 都满足函数概念.

故答案为：C.

【点睛】本题考查函数的概念，函数的概念是指：在一个变化过程中，有两个变量 x，y，对于 x 的每一个取值，y 都有唯一确定的值与之对应，则 y 是 x 的函数，x 叫自变量；根据定义即可解答.

6. 【答案】D

【解析】

【分析】根据矩形的性质及材料即可判断.

【详解】根据题意可知 $S_{矩形NFGD}=S_{矩形EFMB}$，故 C 正确；

根据矩形的性质得 $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta ADC}$，$S_{\Delta AEF}=S_{\Delta ANF}$，故 A，B 正确，

故选：D.

【点睛】此题主要考查矩形的性质，解题的关键是熟知矩形的性质定理.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质及折叠变换进行推理，可知 A、C、D 均成立，只有 B 不成立.

【详解】解：∵平行四边形 $ABCD$ 沿 AE 翻折，

∴$\triangle ABE\cong\triangle AFE$，

∴$AB=AF$，$BE=EF$，$\angle AEB=\angle AEF$，

∵$AD\parallel BC$，

∴$\angle AEB=\angle EAF$，

∴$\angle AEF=\angle EAF$，

∴$AF=EF$，故选项 A 正确，不符合题意；

∴$AF=BE$

∴四边形 $ABEF$ 为平行四边形，

∴$AB=EF=AF=BE$，故选项 C 正确，不符合题意，

∵$AD=BC$，

∴$AD-AF=BC-BE$，即 $FD=EC$，故选项 D 正确，不符合题意；

不能证明选项 B，故选项 B 不一定成立，符合题意；

故选：B．

【点睛】本题考查平行四边形中的翻折问题，已知翻折就是图形全等，翻折是一种对称变换，它属于轴对称，解题的关键是掌握轴对称的性质，折叠前后图形的形状和大小不变，只是位置变化．

8．【答案】D

【解析】

【分析】由函数图象可知 x 的值可以取 0，即图 2 中表示长为 x 的线段的长度可以为 0，由此即可排除 A、C；再根据 y 随 x 先减小后增大进行判断 B、D 即可．

【详解】解：由图 2 函数图象可知，表示长为 x 的线段的长度可以为 0，

∵点 E 在线段 AC 上，

∴线段 BE 和线段 FE 的长度不可能为 0，故 A、C 不符合题意；

当该线段为 BE 时，

∵一开始表示长为 x 的线段为 0，

∴一开始点 E 与点 C 重合，然后慢慢从点 C 向点 A 运动，根据垂线段最短可知当 $DE\perp AC$ 时，此时线段 DE 的长度有最小值，即此过程 y 随 x 的增大而减小，当点 E 继续运动时，DE 的长度逐渐增大，即 y 随 x 的增大而增大，

∵$AB<BC$，四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AB=CD<AD=BC$，

∴当点 E 在 C 点时 y 的值小于点 E 运动到 A 点时的函数值，符合图 2 所示的函数图象，故 B 符合题意；

当该线段为 AE 时，同理可知一开始点 E 与点 A 重合，当点 E 运动到 $DE\perp AC$ 时，此时线段 DE 的长度有最小值，即此过程 y 随 x 的增大而减小，当点 E 继续运动时，DE 的长度逐渐增大，即 y 随 x 的增大而增大，但是由于 $AD>CD$，所以点 E 在 A 点的时 y 的值小于点 E 运动到 C 点时的函数值，不符合图 2 的函数图象，故 D 不符合题意；

故选：B．

【点睛】本题主要考查的是动点问题的函数图象，矩形的性质，根据垂线段最短确定出函数最小值出现的时刻是解题关键．

二、填空题（共 24 分，每题 3 分）

9. 【答案】$x \le 2$

【解析】

【详解】解：$\sqrt{2-x}$ 在实数范围内有意义，

则 $2-x \ge 0$；解得 $x \le 2$

故答案为 $x \le 2$

10. 【答案】110

【解析】

【分析】直接利用平行四边形的对角相等即可得出答案.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle B = \angle D = 110^\circ$.

故答案为：110.

【点睛】此题主要考查了平行四边形的性质，正确得出对角相等是解题关键.

11. 【答案】21（答案不唯一，21 乘以完全平方数即可）

【解析】

【分析】因为 $\sqrt{189n}$ 是整数，且 $\sqrt{189n} = \sqrt{9 \times 21n} = 3\sqrt{21n}$，则 $21n$ 是完全平方数，满足条件的正整数 n 为 21 乘以完全平方数即可.

【详解】∵ $\sqrt{189n} = \sqrt{9 \times 21n} = 3\sqrt{21n}$，且 $\sqrt{189n}$ 是整数；

$\therefore 3\sqrt{21n}$ 是整数，即 $21n$ 是完全平方数；

∴正整数 n 为 21 乘以完全平方数即可.

故答案为：21（答案不唯一，21 乘以完全平方数即可）

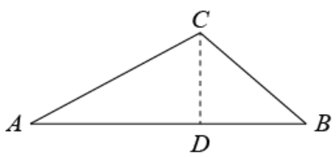
【点睛】主要考查了乘除法法则和二次根式有意义的条件．二次根式有意义的条件是被开方数是非负数．二次根式的运算法则：乘法法则 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$；除法法则 $\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$．解题关键是分解成一个完全平方数和一个代数式的积的形式.

12. 【答案】$2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】过点 C 作 $CD \perp AB$ 于 D，先判断 $BD = CD$，然后根据勾股定理求出 CD，最后根据含 30° 角的直角三角形的性质即可求 AC .

【详解】解：如图，过点 C 作 $CD \perp AB$ 于 D.



$\because \angle B=45^\circ$， $CD\perp AB$，

$\therefore \angle BCD=45^\circ=\angle B$，

$\therefore BD=CD$，

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $BD^2+CD^2=BC^2$， $BC=2$，

$\therefore CD=\sqrt{2}$，

$\because \angle A=30^\circ$， $CD\perp AB$，

$\therefore AC=2CD=2\sqrt{2}$．

故答案为： $2\sqrt{2}$．

【点睛】本题考查了等腰直角三角形的判定与性质，含 30° 角的直角三角形的性质，勾股定理，正确添加辅助线是解题的关键．

13. 【答案】 $\frac{5}{2}$##2.5

【解析】

【分析】利用勾股定理求出 AB 的长后再利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半进行求解即可．

【详解】解：$\because A(0,3)$，$B(4,0)$，

$\therefore OA=3$，$OB=4$，

$\because \angle AOB=90^\circ$，

$\therefore AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

$\because$点 C 为 AB 的中点，

$\therefore OC=\frac{1}{2}AB=\frac{5}{2}$，

故答案 ： $\frac{5}{2}$．

【点睛】本题考查了勾股定理和直角三角形的性质，牢记勾股定理和直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半是解题关键．

14. 【答案】 ①. 6 ②. 5

【解析】

【分析】由矩形的性质得出 $AB=CD=6$，$BC=AD=14$，$\angle A=\angle D=\angle ABC=90^\circ$，由角平分线的定义得出 $\angle ABE=\frac{1}{2}\angle ABC=45^\circ$，则 $\triangle ABE$ 是等腰直角三角形，得出 $AB=AE$，求出 $DE=8$，由勾股定理求出 $CE=10$，易证 FG 是 $\triangle BCE$ 的中位线，即可得出结果．

【详解】解：$\because$四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AB=CD=6$，$BC=AD=14$，$\angle A=\angle D=\angle ABC=90^\circ$ ，

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$，

$\therefore \angle ABE=\frac{1}{2}\angle ABC=45^\circ$，

∴△ABE是等腰直角三角形，

∴$AB=AE=6$，

∴$DE=AD-AE=AD-AB=14-6=8$，

∴$CE=\sqrt{CD^2+DE^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$，

∵F是BE的中点，G是BC的中点，

∴FG是△BCE的中位线，

∴$FG=\frac{1}{2}CE=\frac{1}{2}\times 10=5$，

故答案为：6；5．

【点睛】本题考查了矩形的性质、角平分线的定义、等腰直角三角形的判定与性质、勾股定理、三角形中位线的判定与性质等知识，熟练掌握角平分线的性质，证明△ABE是等腰直角三角形是解题的关键．

15. 【答案】　①. 24　②. 1

【解析】

【分析】根据菱形的面积等于对角线长乘积的一半，求出图1菱形的面积，再根据菱形的对角线长可得菱形边长为5，进而可得图2中间的小四边形的面积是边长为5的正方形的面积减去菱形的面积．

【详解】∵图1中菱形的两条对角线长分别为6和8，

∴菱形的面积等于$\frac{1}{2}\times 6\times 8=24$，

菱形的边长等于$\sqrt{3^2+4^2}=5$，

∴图2中间的小四边形的面积等于$25-24=1$．

故答案为：24，1．

【点睛】本题考查了图形的剪拼、菱形的性质，解决本题的关键是掌握菱形的性质．

16. 【答案】购买单色地砖65块，彩色地砖21块（或购买单色地砖70块，彩色地砖18块）

【解析】

【分析】设购买单色地砖x块，则购买彩色地砖（$60-\frac{3}{5}x$）块，根据“购买的单色地砖数要超过彩色地砖数的3倍，并且单色地砖数要少于彩色地砖数的4倍”，即可得出关于x的一元一次不等式组，解之即可得出x的取值范围，再结合x，（$60-\frac{3}{5}x$）均为正整数，即可得出各购买方案，任取其中的一种购买方案即可得出结论．

【详解】解：设购买单色地砖x块，则购买彩色地砖$\frac{1500-15x}{25}=\left(60-\frac{3}{5}x\right)$块，

依题意得：

$$\begin{cases} x>3(60-\frac{3}{5}x) \\ x<4(60-\frac{3}{5}x) \end{cases},$$

解得：$\frac{450}{7}<x<\frac{1200}{17}$，

又∵x，（$60-\frac{3}{5}x$）均为正整数，

∴$x=65$ 或 70．

当 $x=65$ 时，$60-\frac{3}{5}x=60-\frac{3}{5}\times 65=21$；

当 $x=70$ 时，$60-\frac{3}{5}x=60-\frac{3}{5}\times 70=18$．

∴共有两种购买方案：

方案 1：购买单色地砖 65 块，彩色地砖 21 块；

方案 2：购买单色地砖 70 块，彩色地砖 18 块．

故答案为：购买单色地砖 65 块，彩色地砖 21 块（或购买单色地砖 70 块，彩色地砖 18 块）．

【点睛】本题考查了一元一次不等式组的应用，根据各数量之间的关系，正确列出一元一次不等式组是解题的关键．

三、解答题（共 52 分，第 17-24 题，每题 5 分，第 25，26 题，每题 6 分）

17．【答案】4

【解析】

【分析】根据二次根式的性质即可求出答案．

【详解】解：原式＝7−3

＝4．

【点睛】本题考查二次根式的运算，解题的关键是熟练运用平方差公式，本题属于基础题型．

18．【答案】$\frac{\sqrt{2}}{2}$

【解析】

【分析】直接化简二次根式，再利用二次根式的混合运算法则计算即可．

【详解】解：原式$=(3\sqrt{3}-6\times\frac{\sqrt{3}}{3})\div\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\sqrt{3}\div\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}$．

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算，正确掌握相关运算法则是解题的关键．

19．【答案】（1）见解析　　（2）CD，AD，两组对边分别相等的四边形是平行四边形，有一个角是直角的平行四边形是矩形．

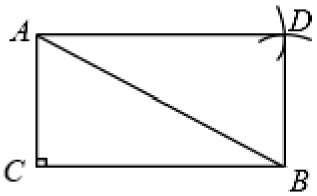
【解析】

【分析】（1）根据要求作出图形即可．

（2）根据有一个角是直角的平行四边形是矩形证明即可．

【小问 1 详解】

解：如图，四边形 $ABCD$ 即为所求．



【小问 2 详解】

证明：∵$AB=CD$，$AD=BC$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形（两组对分别相等的四边形是平行四边形），

∵$\angle ABC=90°$，

∴四边形 $ABCD$ 是矩形（有一个角是直角的平行四边形是矩形）．

故答案为：CD，AD，两组对边分别相等的四边形是平行四边形，有一个角是直角的平行四边形是矩形．

【点睛】本题考查作图−复杂作图，平行四边形的判定和性质，矩形的判定等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

20. 【答案】证明见解析

【解析】

【分析】由$\square ABCD$得出$AD \parallel BC$，$AD=BC$，从而证得$AF \parallel CE$，$AF=CE$，可证得四边形$AECF$是平行四边形，即可得出结论

【详解】证明：∵$\square ABCD$，

∴$AD \parallel BC$，$AD=BC$，

即$AF \parallel CE$，

∵$DF=BE$，

∴$AD-DF=BC-BE$，

∴$AF=CE$，

∴四边形$AECF$是平行四边形，

∴$AE=CF$

【点睛】本题考查平行四边形的判定与性质，熟练掌握平行四边形的判定与性质是解题的关键．

21. 【答案】$2+\sqrt{3}$

【解析】

【分析】根据 x 的值，可以求得$x^2=(2-\sqrt{3})^2=7-4\sqrt{3}$，将所求值代入原式即可求得结果．

【详解】解：∵$x=2-\sqrt{3}$，

∴$x^2=(2-\sqrt{3})^2=7-4\sqrt{3}$，

∴$(7+4\sqrt{3})x^2+(2+\sqrt{3})x+\sqrt{3}$

$=(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})+\sqrt{3}$

$=7^2-(4\sqrt{3})^2+2^2-(\sqrt{3})^2+\sqrt{3}$

$=1+1+\sqrt{3}$

$=2+\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查了二次根式的化简求值，熟练掌握二次根式的运算方法及乘法公式是解题的关键.

22. 【答案】(1）见解析　　（2）见解析

【解析】

【分析】(1）由矩形的性质得出 $AD//BC$，$BF//DE$，即可得出四边形 $FBED$ 是平行四边形，进而解答即可；

（2）由勾股定理得出 $BF=\sqrt{5}$，由平行四边形的性质得出 $DF//BE$，$DE=BF=\sqrt{5}$，则∠DAE=∠AEB，证出 $DE=AD$，由等腰三角形的性质得出∠DAE=∠DEA，得出∠AEB=∠DEA 即可.

【小问 1 详解】

∵四边形 $ABCD$　矩形，

∴$AD//BC$，

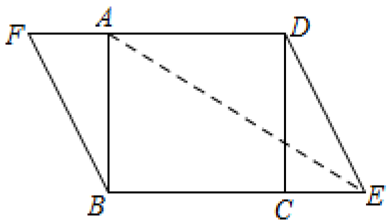
∵$BF//DE$，

∴四边形 $FBED$ 是平行四边形，

∴$BF=DE$；

【小问 2 详解】

如图，



∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴∠DAB=90°，

∴∠FAB=90°，

∵AF=1，AB=2，

∴由勾股定理得：$BF=\sqrt{AF^2+AB^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

∵四边形 $BEDF$ 为平行四边形，

∴$DF//BE$，$DE=BF=\sqrt{5}$，

∴∠DAE=∠AEB，

∵$AD=\sqrt{5}$，

∴$DE=AD$，

∴∠DAE=∠DEA，

∴∠AEB=∠DEA，

即 AE 平分∠DEB.

【点睛】本题考查了矩形的性质、平行四边形的判定与性质、勾股定理、等腰三角形的性质等知识；熟练掌握矩形的性质和平行四边形的判定与性质是解题的关键.

23. 【答案】（1）见解析　　（2）见解析

（3）见解析

【解析】

【分析】（1）根据矩形的定义以及题目要求画出图形即可；

（2）根据平行四边形的定义以及题目要求画出图形即可；

（3）根据正方形的定义以及题目要求画出图形即可.

【小问 1 详解】

解：在图 1 中，矩形 $ABCD$ 即为所求（答案不唯一）；

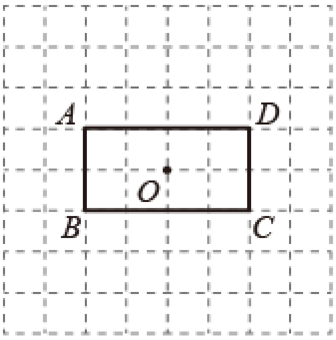


图1

【小问 2 详解】

解：在图 2 中，平行四边形 $ABCD$ 即为所求（答案不唯一）；

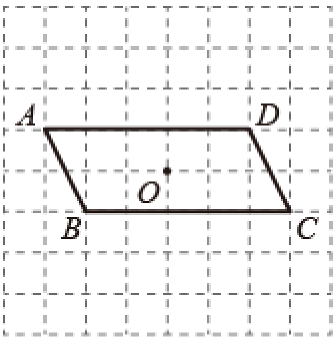


图2

【小问 3 详解】

解：在图 3 中，正方形 $ABCD$ 即为所求（答案不唯一）.

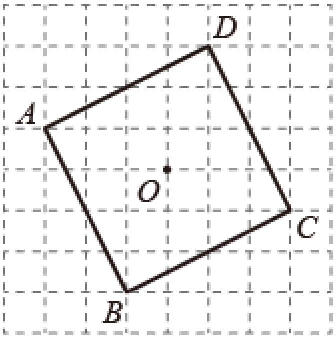


图3

【点睛】本题考查作图-应用与设计作图，矩形的判定和性质，平行四边形的判定和性质，正方形的判定和性质等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

24. 【答案】(1) 见详解　　(2) $\sqrt{17}$

【解析】

【分析】(1) 由三角形中位线定理可得 $EF=\frac{1}{2}AB$，$EF\parallel AB$，$CF=\frac{1}{2}BC$，可得 $AB\parallel CD\parallel EF$，$EF=CF=CD$，由菱形的判定可得结论；

(2) 由菱形的性质可得 $DG=1$，$DF\perp CE$，$EG=GC$，由勾股定理可得 $EG=GC=\frac{4}{3}$，可求 $AG=AE+EG=4$，由勾股定理可求 AD 的长.

【小问 1 详解】

证明：∵E 为对角线 AC 的中点，F 为边 BC 的中点，

∴$EF=\frac{1}{2}AB$，$EF\parallel AB$，

∵$AB\parallel CD$，

∴$AB\parallel CD\parallel EF$，

∵$AB=BC=2CD$，

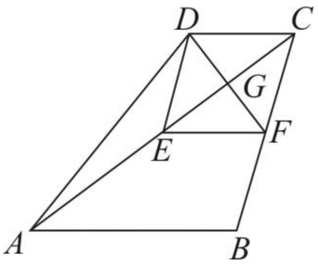
∴$EF=CF=CD$，

∴四边形 $DEFC$ 是平行四边形，且 $EF=CF$，

∴四边形 $CDEF$ 为菱形；

小问 2 详解】

解：如图，DF 与 EC 交于点 G，



∵四边形 $CDEF$ 为菱形，$DF=2$，

∴$DG=1$，$DF\perp CE$，$EG=GC$，

$\therefore EG=GC=\sqrt{DC^2-DG^2}=\dfrac{4}{3}$,

$\therefore AE=CE=2EG=\dfrac{8}{3}$,

$\therefore AG=AE+EG=4$,

$\therefore AD=\sqrt{AG^2+DG^2}=\sqrt{17}$.

【点睛】本题考查了菱形的性质，三角形中位线定理，勾股定理，熟练运用菱形的性质是本题的关键.

25. 【答案】（1）见解析；

（2）$CE=\sqrt{3}AG$，证明见解析.

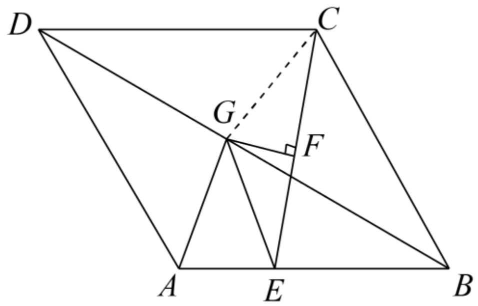
【解析】

【分析】（1）通过菱形的对角线互相垂直平分，线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等，分别证明$AG=CG$、$EG=CG$，通过等量代换即可；

（2）延长EG交CE于点H，通过$\triangle ADG\cong\triangle CDG$证明$\angle DAG=\angle DCG$，通过$AB\parallel CD$证明$\angle AEG=\angle CHG$，再根据$\angle AEG=\angle EAG$、$\angle ABC=60°$，通过等量代换证明$\angle EGC=120°$，从而求出$\angle EGF=60°$，$\angle GCF=30°$，通过勾股定理求出$CF=\dfrac{\sqrt{3}}{2}CG$，通过$CE=2CF$、$AG=CG$代换即可求出.

【小问1详解】

补全图形如下：



∵四边形$ABCE$是菱形，AC、BD是对角线，

$\therefore AC$、BD互相垂直平分，

∵点G在BD上，

$\therefore AG=CG$，

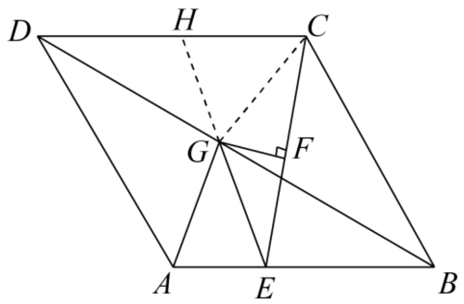
∵FG是CE的垂直平分线，

$\therefore EG=CG$，

$\therefore AG=EG$.

【小问2详解】

延长ED，交CD于点H，如图，



∵$AD=CD$，$AG=CG$，$DG=DG$，

∴$\triangle ADG\cong\triangle CDG$，

∴$\angle DAG=\angle DCG$，

∵ $AB\parallel CD$，

∴$\angle AEG=\angle CHG$，

∵$AG=EG$，

∴$\angle AEG=\angle EAG$，

∴$\angle CHG=\angle EAG$，

∴$\angle EGC=\angle CHG+\angle DCG=\angle DAG+\angle EAG=\angle DAB$，

∵$\angle ABC=60°$，

∴$\angle DAB=120°$，

∴$\angle EGC=120°$，

∵DG垂直平分CE，

∴$CF=EF=\frac{1}{2}CE$，$\angle EGF=\angle CGF=\frac{1}{2}\angle EGC=\frac{1}{2}\times 120°=60°$，

∴$\angle GCF=90°-60°=60°$，

∴$GF=\frac{1}{2}CG$

∴$CF=\sqrt{CG^2-GF^2}=\sqrt{CG^2-\left(\frac{1}{2}CG\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}CG=\frac{\sqrt{3}}{2}AG$，

∴$CE=2CF=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}AG=\sqrt{3}AG$，

即：$CE=\sqrt{3}AG$．

【点睛】本题主要考查了菱形和垂直平分线，熟练掌握菱形的对角线互相垂直平分和垂直平分线的性质是解题的关键.

26. 【答案】(1) ①$-3\leqslant t\leqslant 1$；②$t>2$或$t<-4$

(2) $\frac{3}{2}\leqslant d(O，F)\leqslant\frac{9}{2}$，$\frac{9}{2}$

【解析】

【分析】(1) ①根据完美距离的定义，得出t的关系式，利用绝对值的含义得出t的取值即可；

②根据完美距离的定义，得出 t 的关系式，利用绝对值的含义得出 t 的取值即可；

（2）根据 d（O，D）$=3$，设 D（x，y），得出 D 点组成的图形及关系式，根据线段 DE 的中点为 F，得出 F 点的图形及关系式，根据关系式求出 d（O，F）的取值范围，根据图形求出面积即可.

【小问 1 详解】

解：①当 $m=0$ 时，d（A，B）$=d$（A，C）$+d$（B，C），

即$|-3-1|+|0-0|=|-3-t|+|0-0|+|1-t|+|0-0|$，

∴$|3+t|+|1-t|=4$，

即 t 到-3 和 1 的距离和等于 4，

当 $t<-3$ 时，$-3-t+1-t=4$

∴$t=-3$（舍去），

当$-3\le t\le 1$ 时，$t+3+1-t=4$，恒成立，

当 $t>1$ 时，$3+t+t-1=4$，

∴$t=1$（舍去）

∴$-3\le t\le 1$；

②当 $m=1$ 时，d（A，B）$+2<d$（A，C）$+d$（B，C），

即$|-3-1|+|0-1|+2<|-3-t|+|0-1|+|1-t|+|1-1|$，

∴$|3+t|+|1-t|>6$，

即 t 到-3 和 1 的距离和大于 6，

当 $t<-3$ 时，$-3-t+1-t>6$，

∴$t<-4$，

当$-3\le t\le 1$ 时，$t+3+1-t>6$ 不成立，

当 $t>1$ 时，$3+t+t-1>6$，

∴$t>2$，

∴$t>2$ 或 $t<-4$；

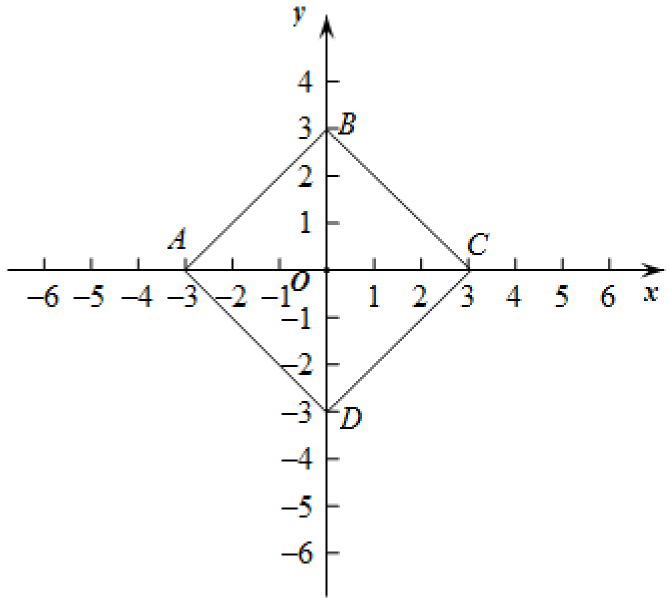
【小问 2 详解】

设 D（x，y），

∵d（O，D）$=3$，

∴$|x|+|y|=3$，

∴D 点在如下图所示的正方形 $ABCD$ 上，



∵点 E（−6，0），线段 DE 的中点为 F，

∴d（O，F）$=|\dfrac{x-6}{2}|+|\dfrac{y}{2}|$，

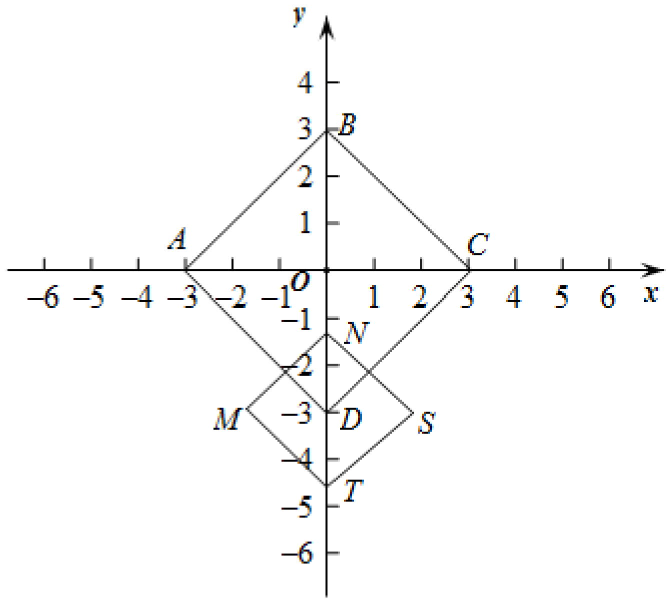
∵$|x|+|y|=3$，

∴d（O，F）$=|\dfrac{x-6}{2}|+|\dfrac{3+x}{2}|=\dfrac{|x-6|+|3+x|}{2}$，

∵$-3\le x\le 3$，

∴$\dfrac{3}{2}\le d$（O，F）$\le\dfrac{9}{2}$，

根据中点坐标的定义得出 F 点的图形为如下图中的正方形 $MNST$：



∴点 F 组成图形的面积为 $\dfrac{1}{2}\times 3\times 3=\dfrac{9}{2}$．

【点睛】本题主要考查坐标系中的数形结合，熟练掌握绝对值的意义，利用数形结合的思想是解题的关键．