

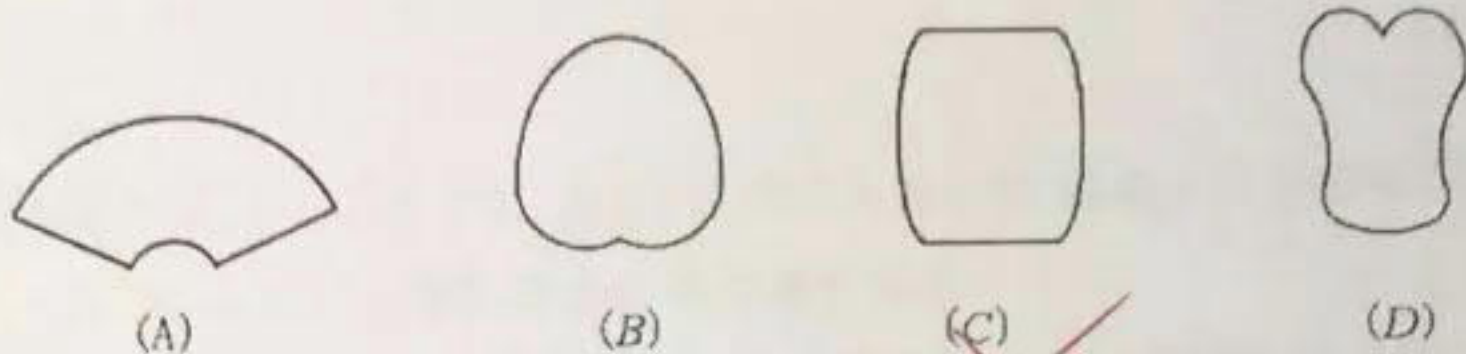


命题人:陈维兵、王宇

审题人:孙芳

一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)第 1-8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个

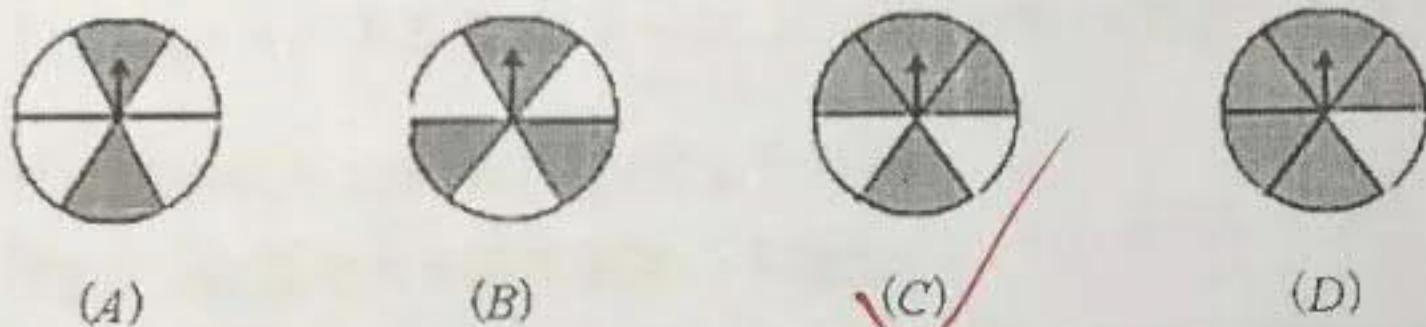
1. 中国传统扇文化有着深厚的底蕴,下列扇面图形中,是中心对称图形的是( )



2. 方程  $x^2-x=0$  的解是( )

- (A)  $x=0$       (B)  $x=1$       (C)  $x_1=0, x_2=-1$       (D)  $x_1=0, x_2=1$  (marked with a red checkmark)

3. 有一个可以自由转动且质地均匀的转盘,被分成 6 个大小相同的扇形.在转盘的适当地方涂上灰色,未涂色部分为白色.为了使转动的转盘停止时,指针指向灰色的概率为  $\frac{2}{3}$ ,则下列各图中涂色方案正确的是( )

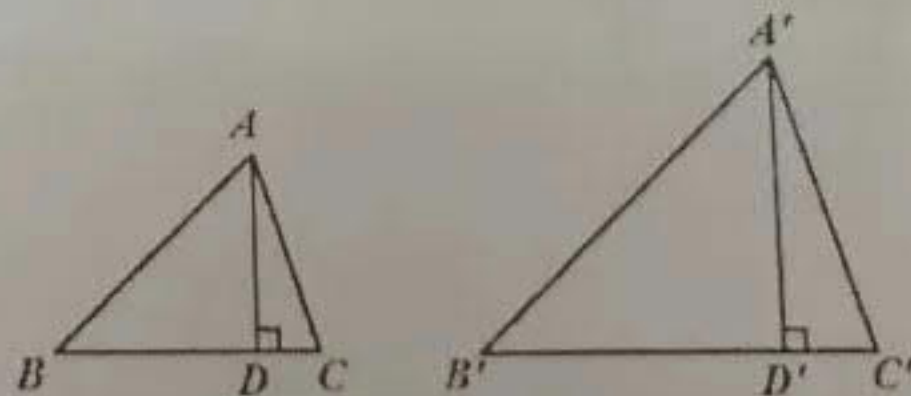


4. 下列关于二次函数  $y=2x^2$  的说法正确的是( )

- (A) 它的图象经过点  $(-1, -2)$       (B) 当  $x < 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小 (marked with a red checkmark)  
 (C) 它的图象的对称轴是直线  $x=2$       (D) 当  $x=0$  时,  $y$  有最大值为 0

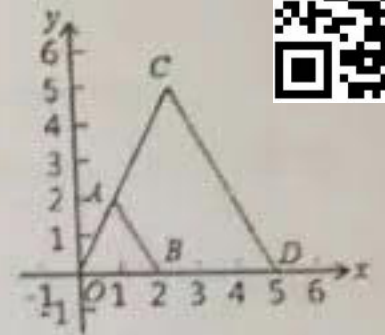
5. 如图,  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ,  $AD$  和  $A'D'$  分别是  $\triangle ABC$  和  $\triangle A'B'C'$  的高,若  $AD=2$ ,  $A'D'=3$ ,则  $\triangle ABC$  与  $\triangle A'B'C'$  的面积比为( )

- (A) 4:9 (marked with a red checkmark)      (B) 9:4      (C) 2:3      (D) 3:2



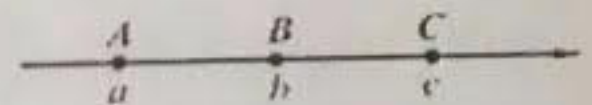
6. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 以原点  $O$  为位似中心, 把线段  $AB$  放大后得到线段  $CD$ . 若点  $A(1, 2), B(2, 0), D(5, 0)$ , 则点  $A$  的对应点  $C$  的坐标是 ( )

- (A) (2, 5)      (B)  $(\frac{5}{2}, 5)$       (C) (3, 5)      (D) (3, 6)



7. 如图, 数轴上有  $A, B, C$  三点, 点  $A, C$  关于点  $B$  对称, 以原点  $O$  为圆心作圆, 如果点  $A, B, C$  分别在  $\odot O$  外、 $\odot O$  内、 $\odot O$  上, 那么原点  $O$  的位置应该在 ( )

- (A) 点  $A$  与点  $B$  之间靠近  $A$  点      (B) 点  $A$  与点  $B$  之间靠近  $B$  点  
(C) 点  $B$  与点  $C$  之间靠近  $B$  点      (D) 点  $B$  与点  $C$  之间靠近  $C$  点



8. 如图,  $AB$  是半圆  $O$  的直径, 按以下步骤作图:

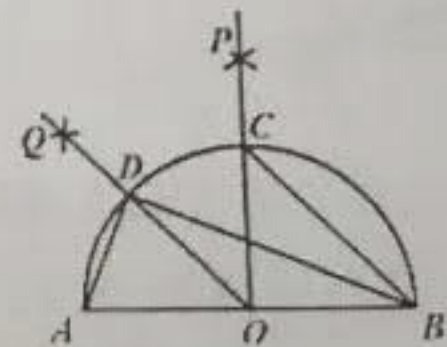
- (1) 分别以  $A, B$  为圆心, 大于  $AO$  长为半径作弧, 两弧交于点  $P$ , 连接  $OP$  与半圆交于点  $C$ ;
- (2) 分别以  $A, C$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}AC$  长为半径作弧, 两弧交于点  $Q$ , 连接  $OQ$  与半圆交于点  $D$ ;
- (3) 连接  $AD, BD, BC, BD$  与  $OC$  交于点  $E$ .

根据以上作图过程及所作图形, 下列结论:

- ①  $BD$  平分  $\angle ABC$ ; ②  $BC \parallel OD$ ; ③  $CE = OE$ ; ④  $AD^2 = OD \cdot CE$ ;

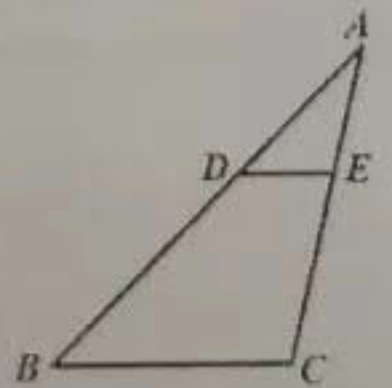
所有正确结论的序号是 ( )

- (A) ①②      (B) ①④      (C) ②③      (D) ①②④

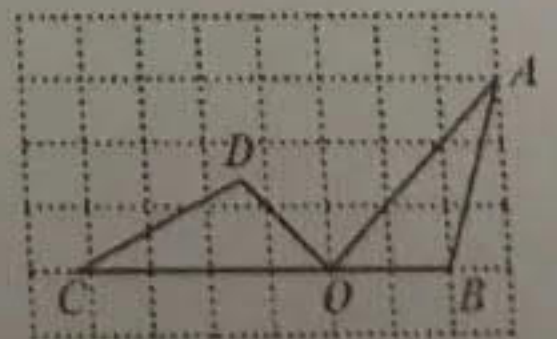


二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 如右图,  $\triangle ABC$  中, 点  $D, E$  分别在  $AB, AC$  边上,  $DE \parallel BC$ , 若  $AD=2, DB=3, DE=1$ , 则  $BC$  的长是  $\frac{5}{2}$



10. 如图, 点  $A, B, C, D, O$  都在方格纸上, 若  $\triangle COD$  是由  $\triangle AOB$  绕点  $O$  按逆时针方向旋转而得, 则旋转的角度为  $135^\circ$





m=72

11. 如果反比例函数  $y = \frac{m-2}{x}$ , 当  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小, 那么  $m$  的值可能是\_\_\_\_\_ (写出一个即可)

12. 若一个扇形的半径为 3, 圆心角是  $120^\circ$ , 则它的面积是 3π

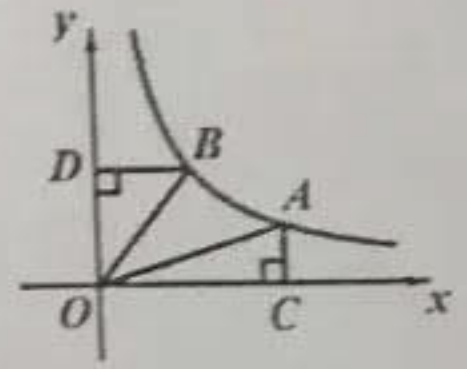
13. 小宇调查了初一年级三个班学生的身高, 并进行了统计, 列出如下频数分布表:

身高/厘米 班级 频数	$150 \leq x < 155$	$155 \leq x < 160$	$160 \leq x < 165$	$165 \leq x < 170$	$170 \leq x < 175$	合计
1班	1	8	12	14	5	40
2班	10	15	10	3	2	40
3班	5	10	10	8	7	40

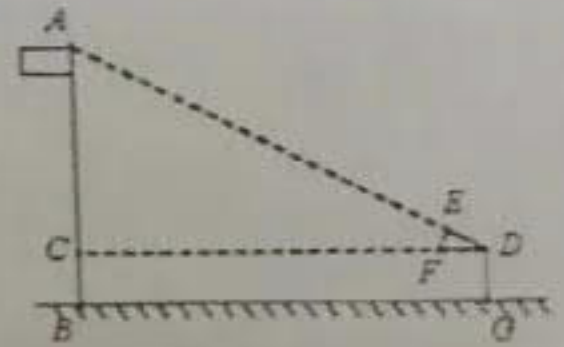
若要从每个班级中选取 10 名身高在 160cm 和 170cm 之间同学参加学校的广播操展示, 不考虑其他因素的影响, 则\_\_\_\_\_ (填“1班”, “2班”或“3班”) 的可供挑选的空间最大.

14. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 函数  $y = \frac{2}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象经过点  $A, B$ ,  $AC \perp x$  轴于点  $C$ ,  $BD \perp y$  轴于点  $D$ ,

连接  $OA, OB$ , 则  $\triangle OAC$  与  $\triangle OBD$  的面积之和为 2.



15. 为测量附中国旗杆的高度, 小宇的测量方法如下: 如图, 将直角三角形硬纸板  $\triangle DEF$  的斜边  $DF$  与地面保持平行, 并使边  $DE$  与旗杆顶点  $A$  在同一直线上. 测得  $DE=0.5$  米,  $EF=0.25$  米, 目测点  $D$  到地面的距离  $DG=1.6$  米, 到旗杆的水平距离  $DC=18$  米, 按此方法, 可计算出旗杆的高度为 10.6 米





16. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ , 记  $x=AC$ ,  $y=BC-AC$ . 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 定义  $(x, y)$  为这个直角三角形的坐标,  $Rt\triangle ABC$  为点  $(x, y)$  对应的直角三角形. 有下列结论:

$BC = x + y$

① 在  $x$  轴正半轴上的任意点  $(x, y)$  对应的直角三角形均满足  $AB = \sqrt{2} BC$ ;

分析:  $\frac{x_1}{x_1+y_1} = \frac{x_2}{x_2+y_2}$  或  $\frac{x_1}{x_1+y_1} = \frac{x_2}{x_2}$

② 在函数  $y = \frac{2019}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象上存在两点  $P, Q$ , 使得它们对应的直角三角形相似;

分析:  $BC = x + 0 = x = AC$  等腰直角

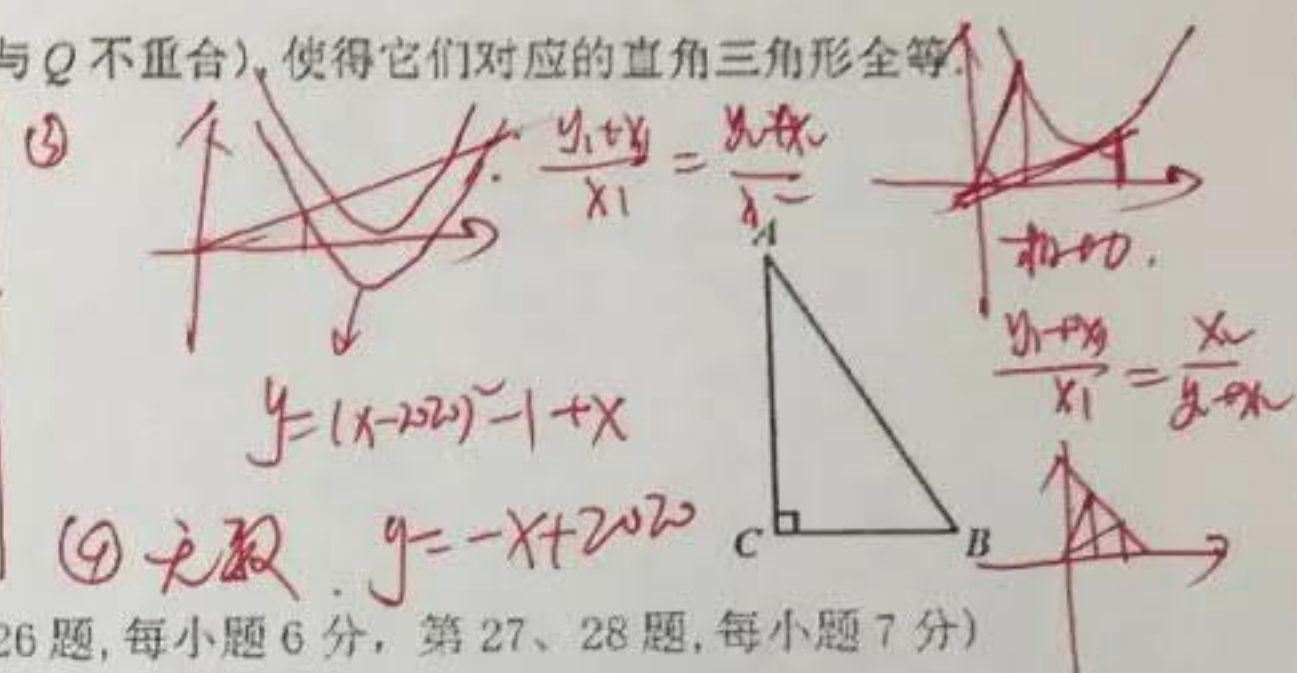
③ 对于函数  $y = (x-2020)^2 - 1$  ( $x > 0$ ) 的图象上的任意一点  $P$ , 都存在该函数图象上的另一点  $Q$ , 使得这两个点对应的直角三角形相似;

④ 在函数  $y = -2x + 2020$  ( $x > 0$ ) 的图象上存在无数对点  $P, Q$  ( $P$  与  $Q$  不重合), 使得它们对应的直角三角形全等.

所有正确结论的序号是 ①③④

②  $\frac{y_1+x_1}{x_1} = \frac{y_2+x_2}{x_2} \Rightarrow \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$  存在

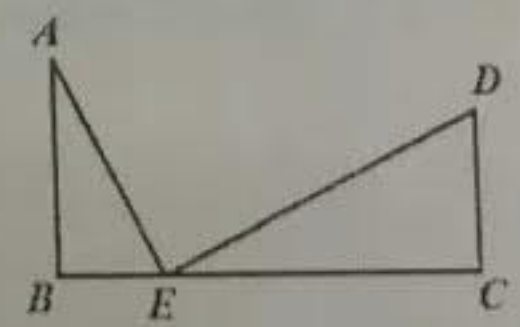
$\frac{x_1+y_1}{x_1} = \frac{x_2}{x_2+y_2} \Rightarrow \dots \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2019 = 0$   
 $x_1, y_1 = x_2, y_2 = 2019$   
 $\forall x_1, \exists x_2$



三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27、28 题, 每小题 7 分)

17. 解方程:  $x^2 - 2x = 2(x+1)$ .

18. 如图, 已知  $\angle B = \angle C = 90^\circ$ , 点  $E$  在  $BC$  上, 且满足  $AB=4, BE=2, CE=6, CD=3$ , 求证:  $AE \perp DE$



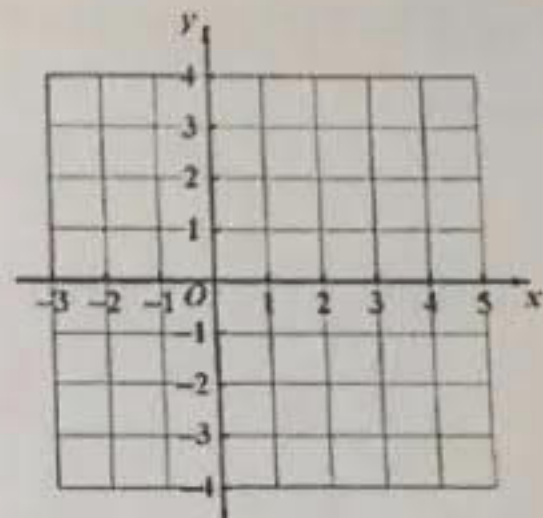


19. 已知二次函数  $y=x^2-4x+3$ .

(1) 用配方法将  $y=x^2-4x+3$  化成  $y=a(x-h)^2+k$  的形式;

(2) 在平面直角坐标系  $xOy$  中画出函数图象;

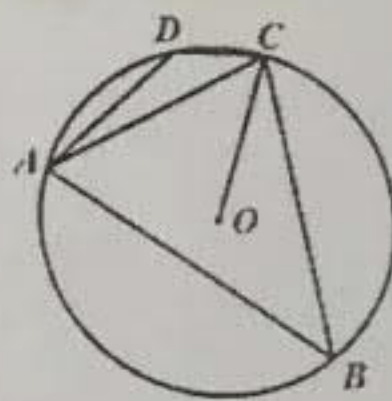
(3) 当  $0 \leq x \leq 3$  时, 直接写出  $y$  的取值范围.



20. 如图, 四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ,  $OC=2$ ,  $AC=2\sqrt{2}$

(1) 求点  $O$  到  $AC$  的距离;

(2) 求  $\angle ADC$  的度数.



21. 某市计划建设一项水利工程, 运输公司接到任务后, 计划每天运输土方  $2000m^3$ , 共计 50 天运完, 但由于受到各种因素的影响, 实际平均每天运输土方  $vm^3$ , 共计  $t$  天运输完成.

(1) 请直接写出  $v$  关于  $t$  的函数关系式;

(2) 为了给后续工程节省出时间, 这批土方需要在 40 天内运输完成, 求实际平均每天至少需要比原计划增加多少土方运输量?

$$Vt = 2000 \times 50$$

$$v = \frac{100000}{t}$$

$$\frac{100000}{40} = 2500$$

$$2500 - 2000 = 500$$



22. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $\frac{1}{4}x^2 + bx + c = 0$

(1)  $c = 2b - 1$  时, 求证: 方程一定有两个实数根.  $\Delta = \dots = (b-1)^2 \geq 0$ .

(2) 有甲、乙两个不透明的布袋, 甲袋中装有 3 个除数字外完全相同的小球, 分别标有数字 1, 2, 3, 乙袋中装有 4 个除数字外完全相同的小球, 分别标有数字 1, 2, 3, 4, 从甲袋中随机抽取一个小球, 记录标有的数字为  $b$ , 从乙袋中随机抽取一个小球, 记录标有的数字为  $c$ , 利用列表法或者树状图,

求  $b, c$  的值使方程  $\frac{1}{4}x^2 + bx + c = 0$  两个相等的实数根的概率.

$$b^2 - c = 0 \quad \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

(1,1) (2,4)

23. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l: y = kx - 1$  ( $k \neq 0$ ) 与函数  $y = \frac{m}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象交于点  $A(3, 2)$ .

(1) 求  $k, m$  的值:  $k = 1, m = 6. \quad y = x - 1$

(2) 将直线  $l$  沿  $y$  轴向上平移  $t$  ( $t > 0$ ) 个单位后, 所得直线与  $x$  轴,  $y$  轴分别交于点  $P, Q$ , 与函数  $y = \frac{m}{x}$  ( $x > 0$ )

的图象交于点  $C$ .

① 当  $t = 2$  时, 求线段  $QC$  的长

② 若  $2 < \frac{QC}{PQ} < 3$ , 结合函数图象, 直接写出  $t$  的取值范围.

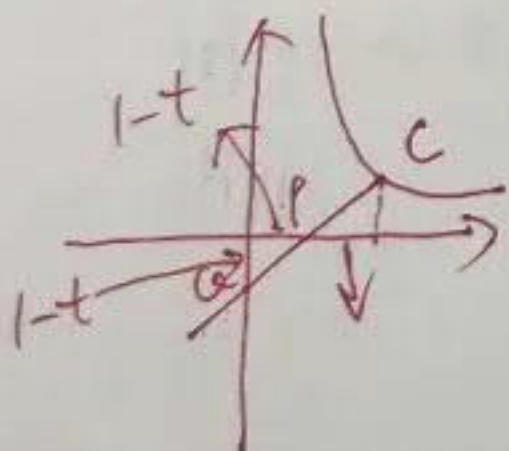
①  $t = 2, y = x + 1$

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = \frac{6}{x} \end{cases} \rightarrow$$

$C(2, 3)$

$QC = 2\sqrt{2}$

②  $t < 1$  时



$$\frac{QC}{PQ} = \frac{PQ + PL}{PQ} = 1 + \frac{PL}{PQ}$$

$$2 < 1 + \frac{PL}{PQ} < 3$$

$$1 < \frac{PL}{PQ} < 2$$

$1 \rightarrow C(2(1-t), 1-t)$

$$\begin{cases} 2(1-t)^2 = 6 \\ (1-t)^2 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1-t &= \pm\sqrt{3} \\ t &= 1 \pm \sqrt{3} \quad (\text{舍}) \end{aligned}$$

2  $\rightarrow$

$C(3(1-t), 2(1-t))$

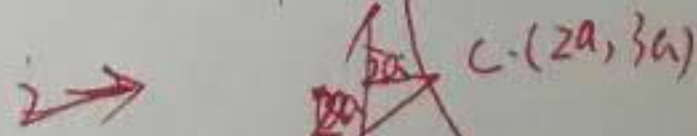
$$6(1-t)^2 = 6$$

$$(1-t)^2 = 1$$

$$1-t = \pm 1$$

$$t = 0, 2, (\text{舍})$$

$t > 1$  时

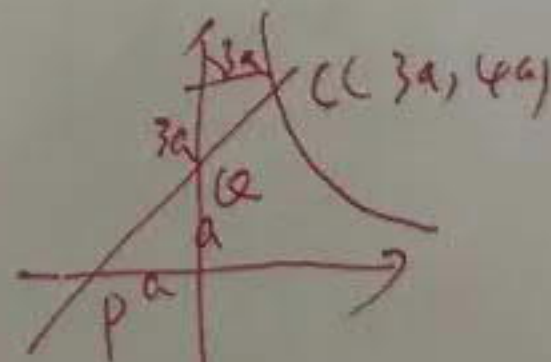
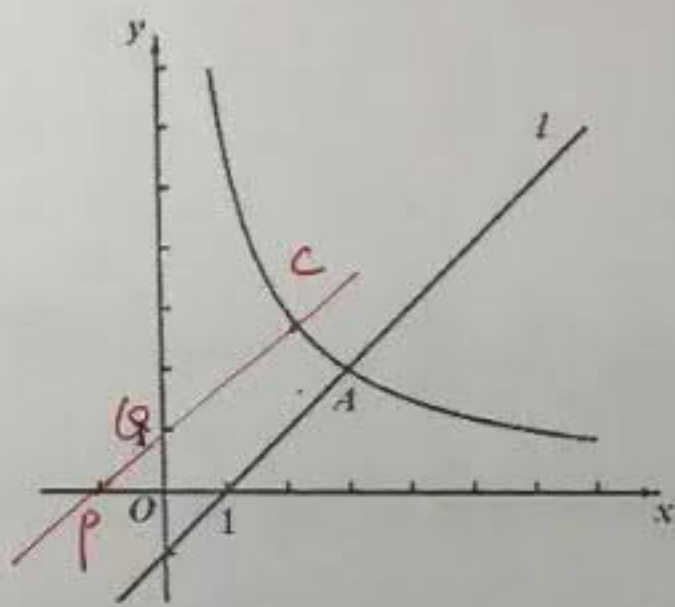


$$\frac{QC}{PQ} = 2, \quad 6a^2 = 6 \quad a = \pm 1$$

$$a = 1 \checkmark$$

$t = 2 \checkmark$

$2 > t > 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$



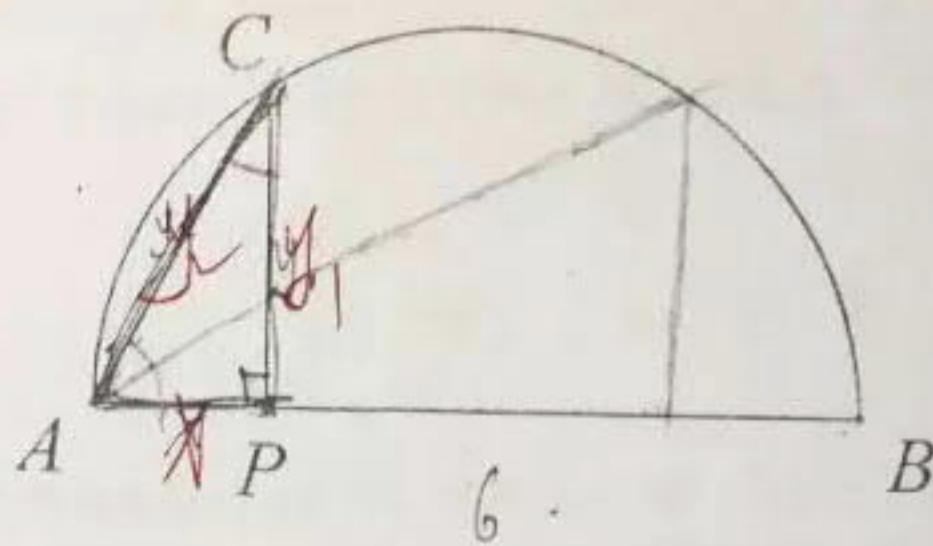
$$\frac{QC}{PQ} = 3 \Rightarrow 12a^2 = 6$$

$$a = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$t = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \checkmark$$



24. 如图, 在弧  $AB$  和弦  $AB$  所组成的图形中,  $P$  是弦  $AB$  上一动点, 过点  $P$  作弦  $AB$  的垂线, 交弧  $AB$  于点  $C$ , 连接  $AC$ . 已知  $AB=6\text{cm}$ , 设  $A, P$  两点间的距离为  $x\text{cm}$ ,  $P, C$  两点间的距离为  $y_1\text{cm}$ ,  $A, C$  两点间的距离为  $y_2\text{cm}$ .

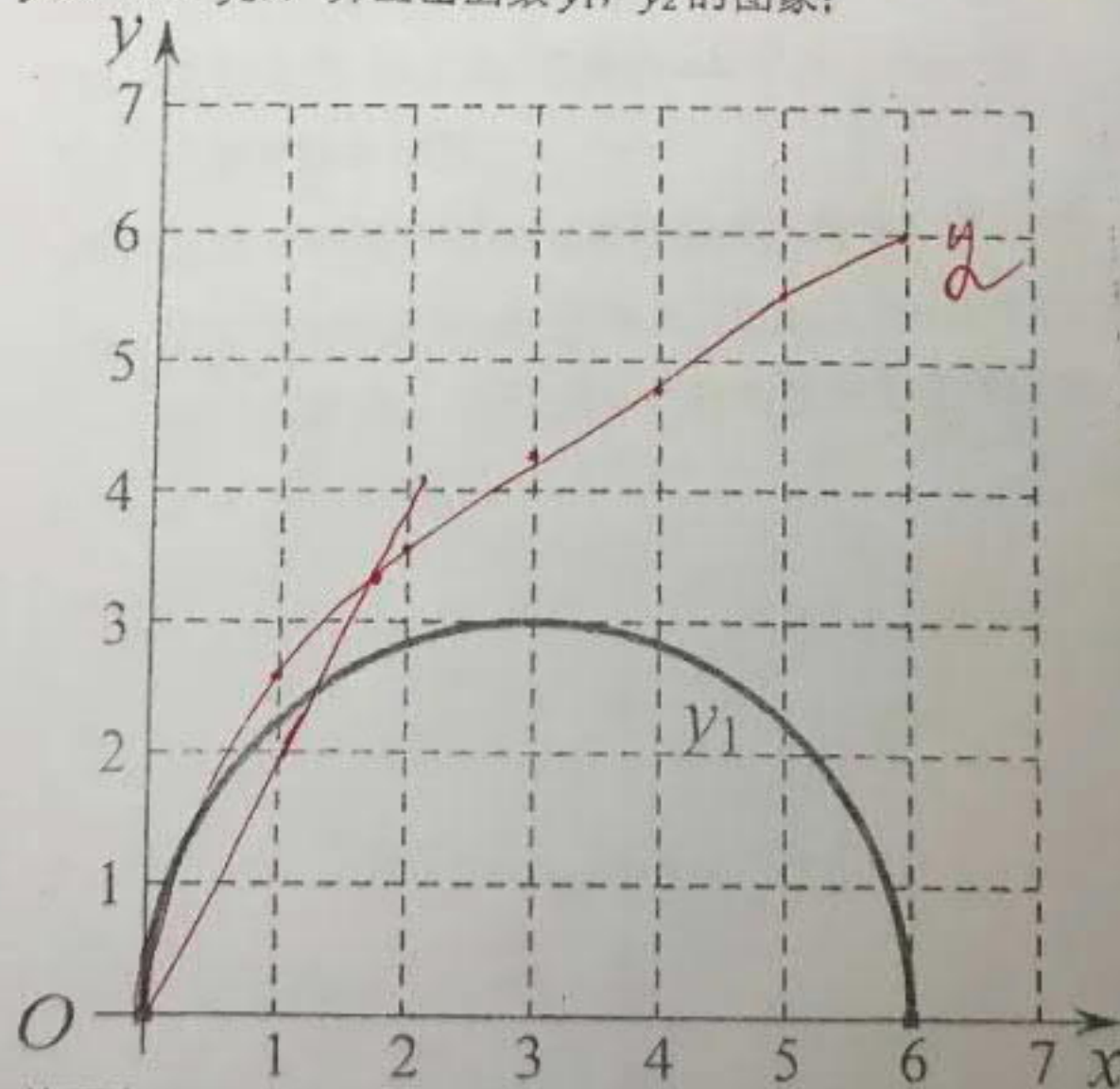


小宇根据学习函数的经验, 分别对函数  $y_1, y_2$  随自变量  $x$  的变化而变化的规律进行了探究. 下面是小宇的探究过程, 请补充完整:

- (1) 按照下表中自变量  $x$  的值进行取点、画图、测量, 分别得到了  $y_1, y_2$  与  $x$  的几组对应值:

$x/\text{cm}$	0	1	2	3	4	5	6
$y_1/\text{cm}$	0	2.24	2.83	3.00	2.83	2.24	0
$y_2/\text{cm}$	0	2.45	3.46	4.24	4.89	5.48	6

- (2) 在同一平面直角坐标系  $xOy$  中, 描出补全后的表中各组数值所对应的点  $(x, y_1), (x, y_2)$ , 并画出函数  $y_1, y_2$  的图象:

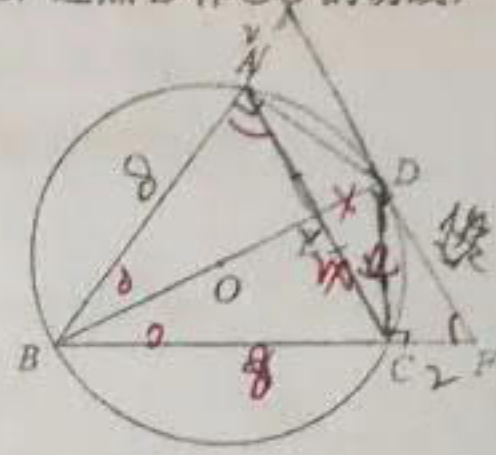


- (3) 结合函数图象, 解决问题: 当  $\triangle APC$  有一个角是  $60^\circ$  时,  $AP$  的长度约为 1.50, 4.50  $\text{cm}$ .



25. 如图,  $\odot O$  是  $\triangle ABC$  的外接圆, 直径  $BD$  与  $AC$  交于点  $E$ , 过点  $D$  作  $\odot O$  的切线, 与  $BC$  的延长线交于点  $F$ .

- (1) 求证:  $\angle F = \angle BAC$ ;
- (2) 若  $DF \parallel AC$ , 若  $AB=8$ ,  $CF=2$ , 求  $AC$  的长.

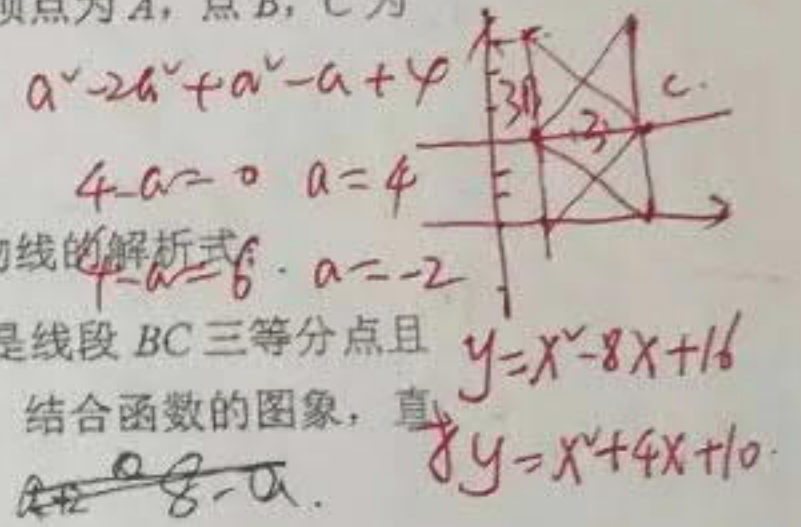
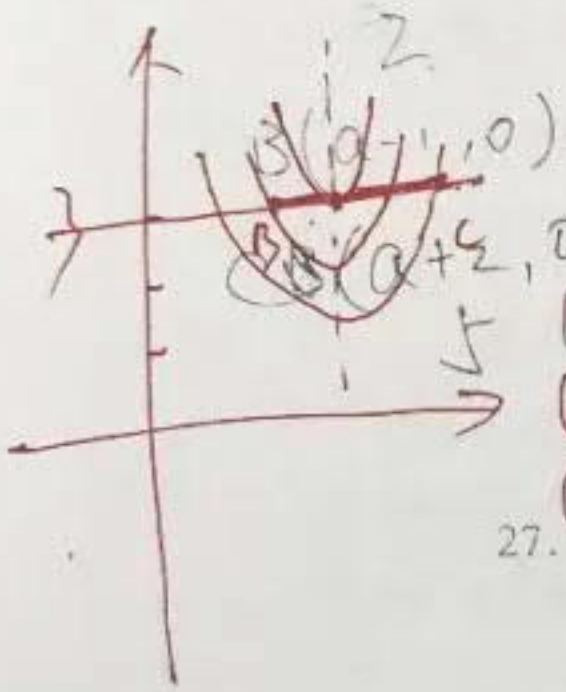


$$\frac{1}{2}x^2 = 16$$

$$x = \frac{4\sqrt{2}}{5} \quad 4x = \frac{16\sqrt{2}}{5}$$

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 4$  的顶点为  $A$ , 点  $B, C$  为直线  $y=3$  上的两个动点 (点  $B$  在点  $C$  的左侧), 且  $BC=3$ .

- (1) 求点  $A$  的坐标 (用含  $a$  的代数式表示):  $A(a, 4-a)$
- (2) 若  $\triangle ABC$  是以  $BC$  为直角边的等腰直角三角形, 求抛物线的解析式.
- (3) 过点  $A$  作  $x$  轴的垂线, 交直线  $y=3$  于点  $D$ , 点  $D$  恰好是线段  $BC$  三等分点且满足  $BC=3BD$ , 若抛物线与线段  $BC$  只有一个公共点, 结合函数的图象, 直接写出  $a$  的取值范围.

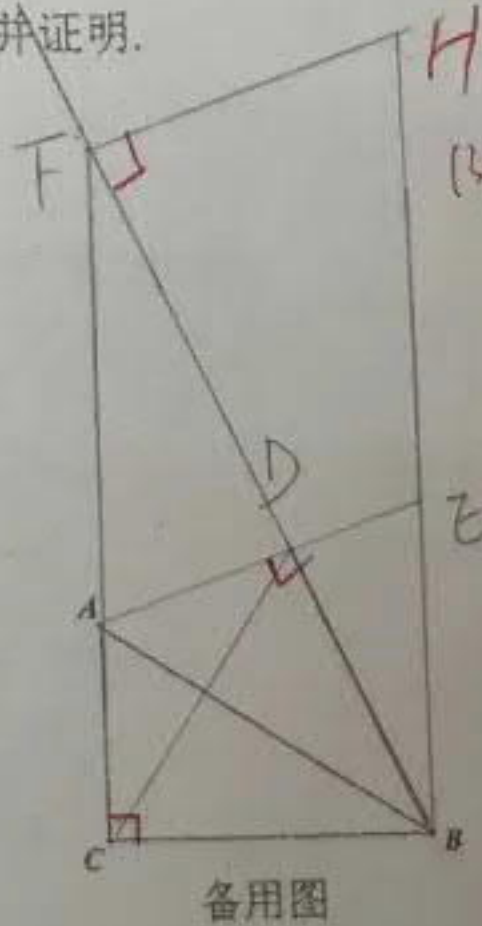
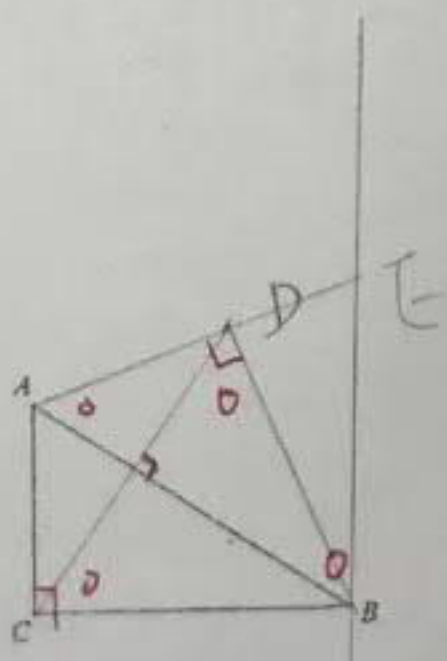


$$y = x^2 - 8x + 16$$

$$y = x^2 + 4x + 10$$

27. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ , 点  $C$  关于直线  $AB$  的对称点为  $D$ , 连接  $BD, CD$ , 过点  $B$  作  $BE \parallel AC$  交直线  $AD$  于点  $E$ .

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 找出一个图中与  $\triangle CDB$  相似的三角形, 并证明;
- (3) 延长  $BD$  交直线  $AC$  于点  $F$ , 过点  $F$  作  $FH \parallel AE$  交直线  $BE$  于点  $H$ , 请补全图形, 猜想  $BC, CF, BH$  之间的数量关系并证明.

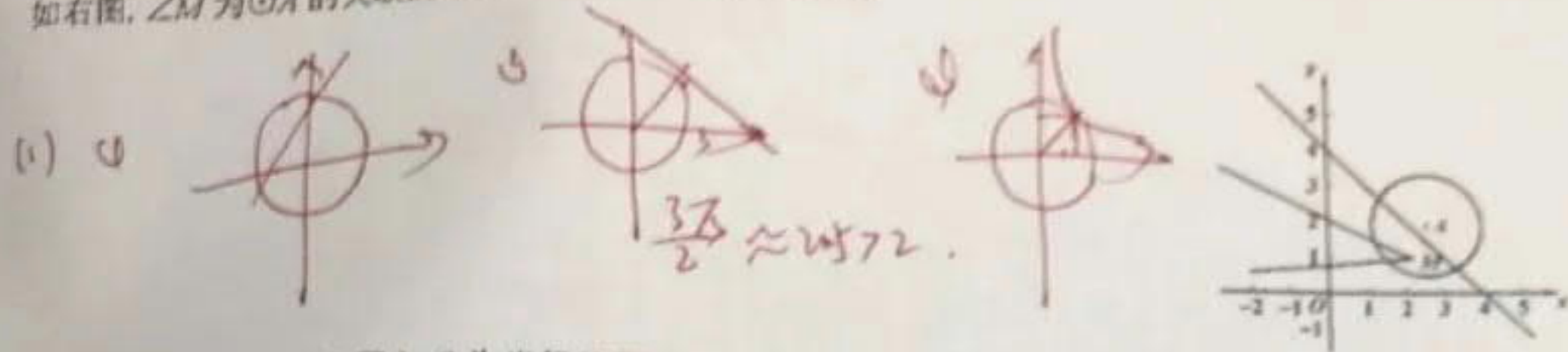


$$\triangle CDB \sim \triangle BAE$$

$$BC \cdot BH = CF + BC$$



28. 新定义: 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 若几何图形  $G$  与  $\odot A$  有公共点, 则称几何图形  $G$  为  $\odot A$  的关联图形. 特别地, 若  $\odot A$  的关联图形  $G$  为直线, 则称该直线为  $\odot A$  的关联直线. 如右图,  $\angle M$  为  $\odot A$  的关联图形, 直线  $l$  为  $\odot A$  的关联直线.



(1) 已知  $\odot O$  是以原点为圆心, 2 为半径的圆, 下列图形:

① 直线  $y=2x+2$ ; ② 直线  $y=-x+3$ ; ③ 双曲线  $y=\frac{2}{x}$ , 是  $\odot O$  的关联图形的是 ①③ (请直接写出正确的序号)

(2) 如图 1,  $\odot T$  的圆心为  $T(1, 0)$ , 半径为 1, 直线  $l: y=-x+b$  与  $x$  轴交于点  $N$ , 若直线  $l$  是  $\odot T$  的关联直线, 求点  $N$  的横坐标的取值范围.

(3) 如图 2, 已知点  $B(0, 2), C(2, 0), D(0, -2)$ ,  $\odot I$  经过点  $C$ ,  $\odot I$  的关联直线  $HB$  经过点  $B$ , 与  $\odot I$  的一个交点为  $P$ ;  $\odot I$  的关联直线  $HD$  经过点  $D$ , 与  $\odot I$  的一个交点为  $Q$ ; 直线  $HB, HD$  交于点  $H$ , 若线段  $PQ$  在直线  $x=6$  上且恰为  $\odot I$  的直径, 请直接写出点  $H$  横坐标  $h$  的取值范围.

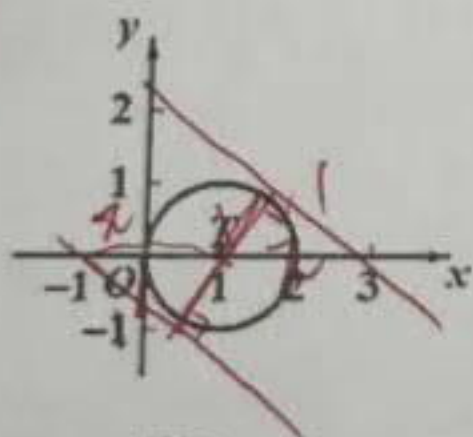


图 1

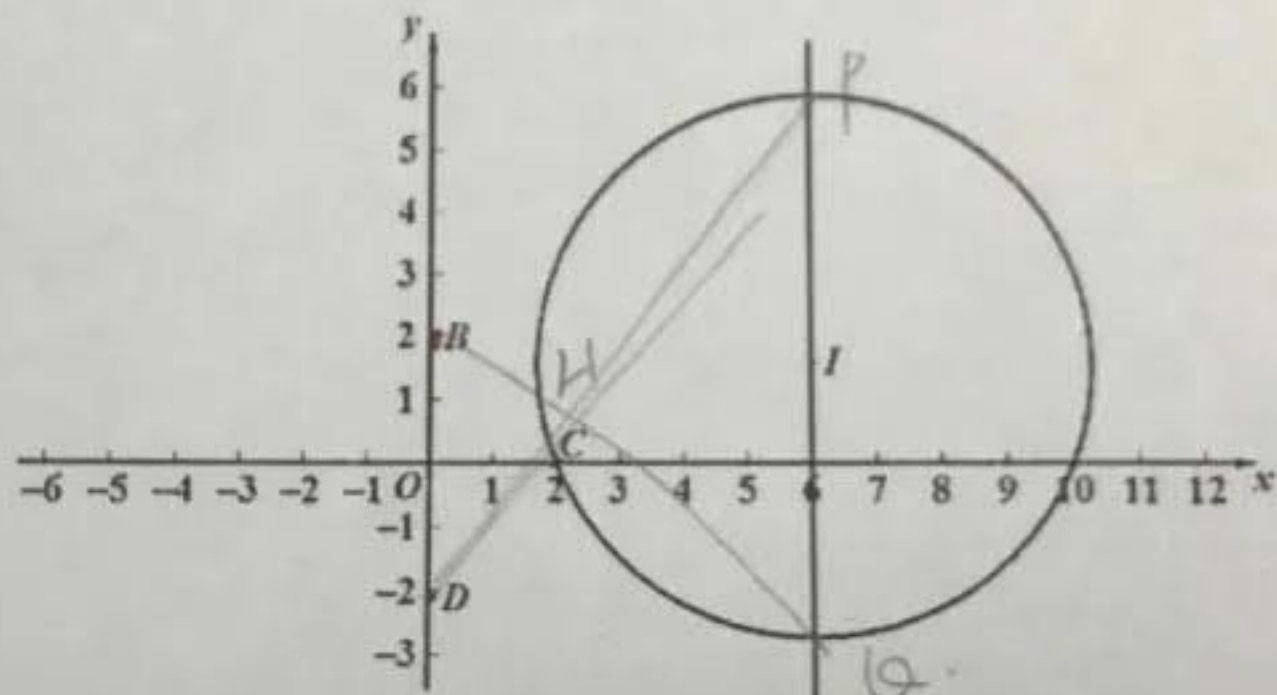
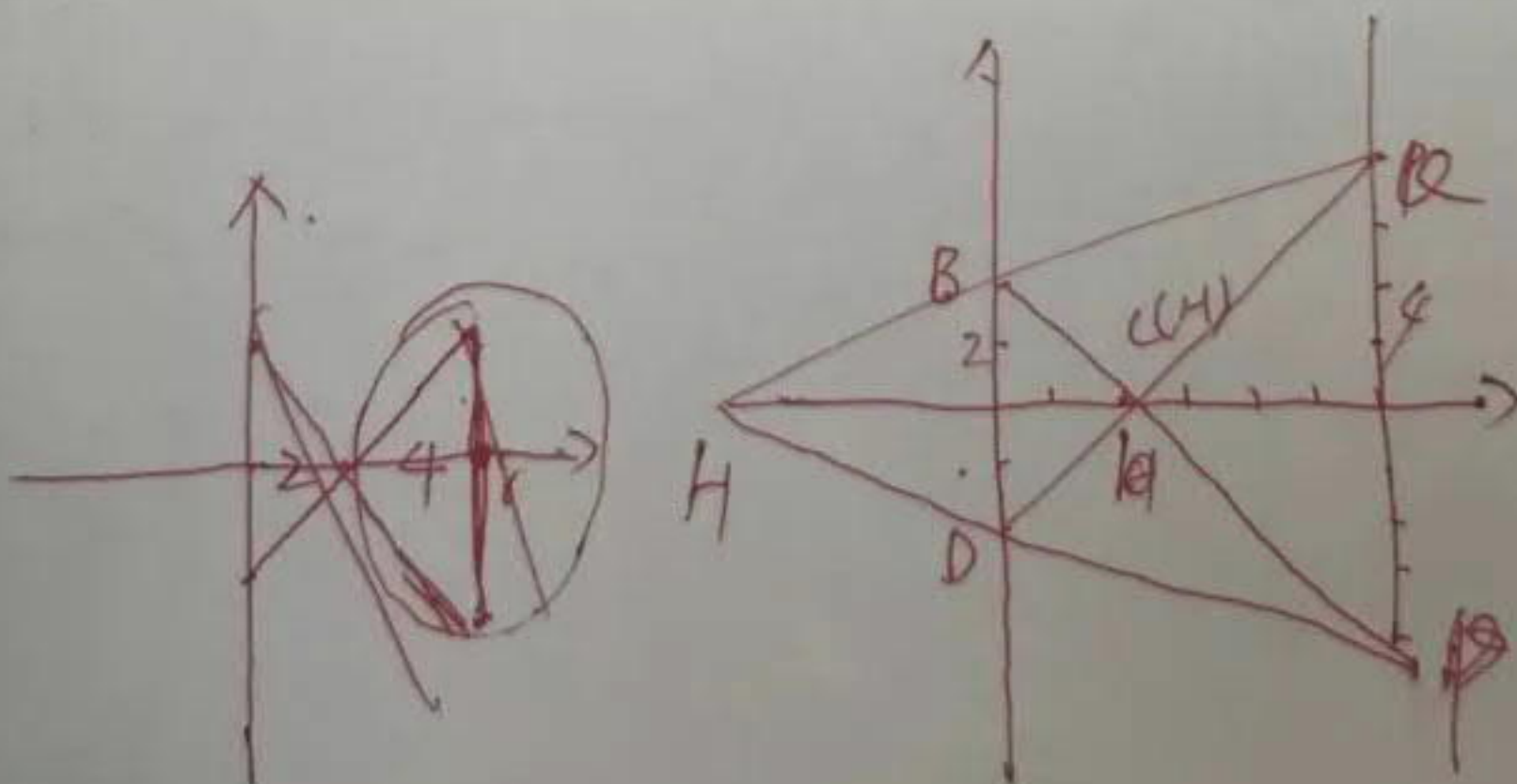


图 2



$$\sqrt{4} = 2$$

$$x_H = -6$$

$$-6 \leq x_H \leq 2 \text{ 且 } x_H \neq 0$$