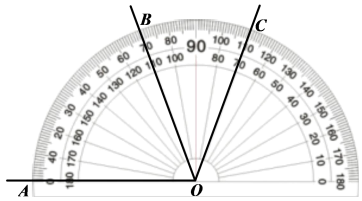
北京市西城区九年级模拟测试

数学试卷

2019.5

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.



1．如图所示，用量角器度量$\angle AOB$和$\angle AOC$的度数. 下列说法中，正确的是

A．$\angle AOB=110^\circ$

B．$\angle AOB=\angle AOC$

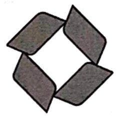
C．$\angle AOB+\angle AOC=90^\circ$

D．$\angle AOB+\angle AOC=180^\circ$

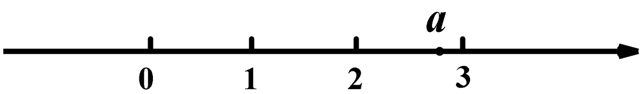
2．改革开放四十年来，北京市民的收入随着经济水平的发展而显著提高. 从储蓄数据来看，2017 年北京市民的人民币储蓄存款余额约为 2 980 000 000 000 元，大致为 1978 年的 3200 倍. 将 2 980 000 000 000 用科学记数法表示应为

A．0.298×10^{13}　　B．2.98×10^{12}　　C．29.8×10^{11}　　D．2.98×10^{10}

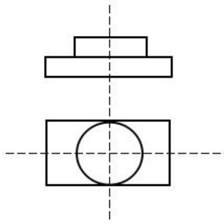
3．下列图案中，可以看作是轴对称图形又是中心对称图形的是

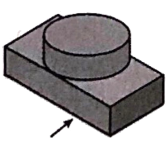
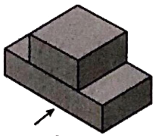
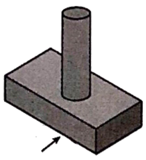
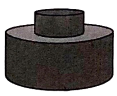
A. 　B. 　C. 　D. 

4．实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示，则实数 a 可能是

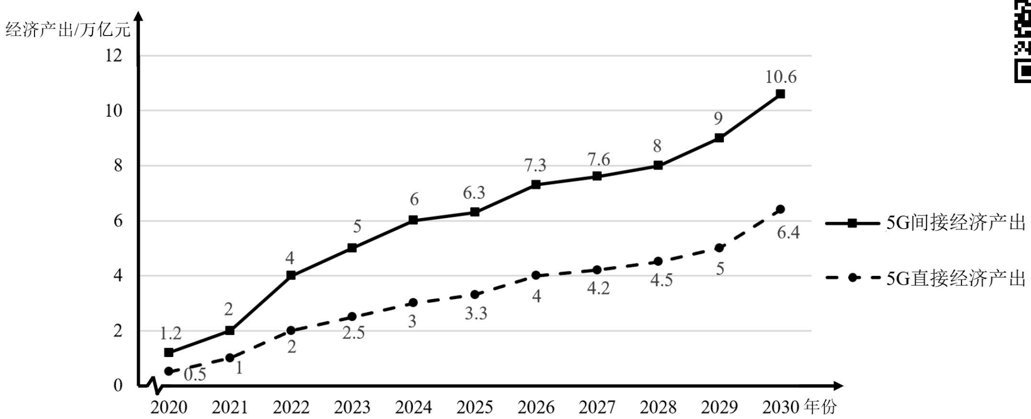


5．某个几何体的三视图如右图所示，该几何体是



A. 　B. 　C. 　D. 

6．5G 网络是第五代移动通信网络，它将推动我国数字经济发展迈上新台阶. 据预测，2020 年到 2030 年中国 5G 直接经济产出和间接经济产出的情况如下图所示.



根据上图提供的信息，下列推断不合理的是

A．2030 年 5G 间接经济产出比 5G 直接经济产出多 4.2 万亿元

B．2020 年到 2030 年，5G 直接经济产出和 5G 间接经济产出都是逐年增长

C．2030 年 5G 直接经济产出约为 2020 年 5G 直接经济产出的 13 倍

D．2022 年到 2023 年与 2023 年到 2024 年 5G 间接经济产出的增长率相同

7．数学中有一些命题的特征是：原命题是真命题，但它的逆命题却是假命题. 例如：如果 $a>2$，那么 $a^2>4$. 下列命题中，具有以上特征的命题是

A．两直线平行，同位角相等　　　　B．如果 $|a|=1$，那么 $a=1$

C．全等三角形的对应角相等　　　　D．如果 $x>y$，那么 $mx>my$

8．平面直角坐标系 xOy 中，点 P（a，b）经过某种变换后得到的对应点为 $P'\left(\frac{1}{2}a+1,\frac{1}{2}b-1\right)$. 已知 A，B，C 是不共线的三个点，它们经过这种变换后，得到的对应点分别为 A',B',C'. 若△ABC 的面积为 S_1，△$A'B'C'$ 的面积为 S_2，

则用等式表示 S_1 与 S_2 的关系为

A．$S_1=\frac{1}{2}S_2$　　B．$S_1=\frac{1}{4}S_2$　　C．$S_1=2S_2$　　D．$S_1=4S_2$

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若代数式 $\frac{2}{x+5}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是__________.

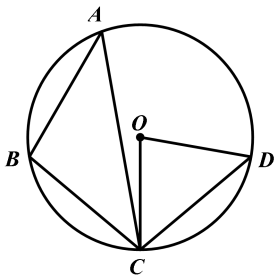
10. 若正多边形的一个内角是 150°，则这个正多边形的边数是__________.

11. 有大小两种货车，1 辆大货车与 3 辆小货车额定载重量的总和为 23 吨，2 辆大货车与 5 辆小货车额定载重量的总和为 41 吨. 1 辆大货车、1 辆小货车的额定载重量分 别为多少吨？设 1 辆大货车的额定载重量为 x 吨，1 辆小货车的额定载重量为 y 吨， 依题意，可以列方程组为__________.

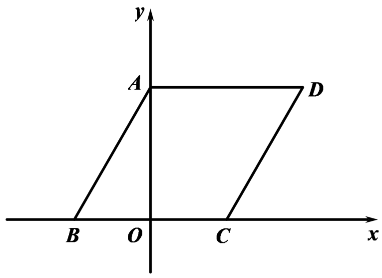
12. 已知 y 是 x 的函数，其函数图象经过（1，2），并且当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小.请写出一个满足上述条件的函数表达式：____________.

13. 如图，点 A，B，C，D 都在⊙O 上，C 是 $\overset{\frown}{BD}$ 的中点，$AB=CD$. 若∠ODC=50°，

则∠ABC 的度数为____________°.



（第 13 题图）



（第 14 题图）

14. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A\left(0,\sqrt{3}\right)$，$B\left(-1,0\right)$，菱形 $ABCD$ 的顶点 C 在 x 轴的正半轴上，其对角线 BD 的长为__________.

15. 某水果公司新购进 10000 千克柑橘，每千克柑橘的成本为 9 元. 柑橘在运输、存储过程中会有损坏，销售人员从所有的柑橘中随机抽取若干柑橘，进行“柑橘损坏率”统计，并把获得的数据记录如下：

柑橘总重量 n/千克	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
损坏柑橘重量 m/千克	5.50	10.50	15.15	19.42	24.25	30.93	35.32	39.24	44.57	51.54
柑橘损坏的频率 $\frac{m}{n}$	0.110	0.105	0.101	0.097	0.097	0.103	0.101	0.098	0.099	0.103

根据以上数据，估计柑橘损坏的概率为__（结果保留小数点后一位）；由此可知，去掉损坏的柑橘后，水果公司为了不亏本，完好柑橘每千克的售价至少为______元.

16. 我国南北朝数学家何承天发明的“调日法”是程序化寻求精确分数来表示数值的算法，其理论依据是：设正实数 x 的不足近似值和过剩近似值分别为 $\frac{b}{a}$ 和 $\frac{d}{c}$（a，b，c，d 都为正整数），即 $\frac{b}{a}<x<\frac{d}{c}$，则 $\frac{b+d}{a+c}$ 是 x 的更精确的不足近似值或过剩近似值. 已知π=3.14159⋯，且 $\frac{31}{10}<\pi<\frac{16}{5}$，则第一次使用“调日法”后得到π的近似分数是 $\frac{47}{15}$，它是π的更为精确的不足近似值，即 $\frac{47}{15}<\pi<\frac{16}{5}$. 那么第三次使用“调日法”后得到π的近似分数是___________________________.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$-(-5)-2\cos 45^\circ+\left|-3\sqrt{2}\right|+\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1}$.

18. 解方程：$\dfrac{x}{x+1}=1+\dfrac{1}{x}$.

19. 下面是小东设计的“作平行四边形一边中点”的尺规作图过程.

已知：平行四边形 $ABCD$.

求作：点 M，使点 M 为边 AD 的中点.

作法：如图，

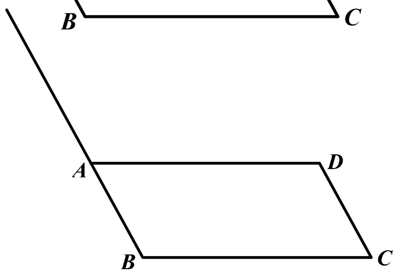
①作射线 BA；

②以点 A 为圆心，CD 长为半径画弧，

交 BA 的延长线于点 E；

③连接 EC 交 AD 于点 M.

所以点 M 就是所求作的点.



根据小东设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：连接 AC，ED.

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AE//CD$.

∵$AE=$____________，

∴四边形 $EACD$ 是平行四边形（____________）（填推理的依据）.

∴$AM=MD$（__________）（填推理的依据）.

∴点 M 为所求作的边 AD 的中点.

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(k+5)x+3k+6=0$.

（1）求证：此方程总有两个实数根；

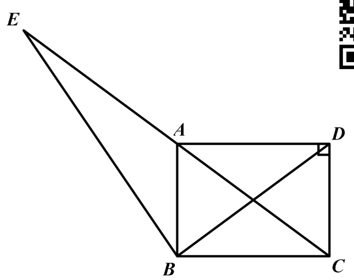
（2）若此方程有一个根大于 -2 且小于 0，k 为整数，求 k 的值.

21. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB=DC$，$AD=BC$，$AD\perp CD$. 点 E 在对角线 CA 的延长

线上，连接 BD，BE．

（1）求证：$AC=BD$；

（2）若 $BC=2$，$BE=\sqrt{13}$，$\tan\angle ABE=\dfrac{2}{3}$，求 EC 的长．



22．在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l：$y=ax+b$ 与双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 交于点 $A(1,m)$ 和 $B(-2,-1)$．点 A 关于 x 轴的对称点为点 C．

（1）①求 k 的值和点 C 的坐标；

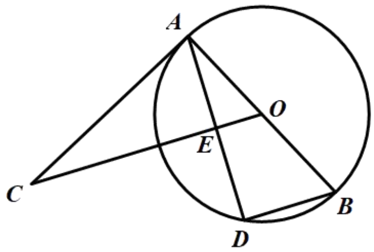
②求直线 l 的表达式；

（2）过点 B 作 y 轴的垂线与直线 AC 交于点 D，经过点 C 的直线与直线 BD 交于点 E．若 $30°\le\angle CED\le 45°$，直接写出点 E 的横坐标 t 的取值范围．

23. 如图，AB 是⊙O 的直径，CA 与⊙O 相切于点 A，且 $CA=BA$．连接 OC，过点 A 作 $AD\perp OC$ 于点 E，交⊙O 于点 D，连接 DB．

（1）求证：$\triangle ACE\cong\triangle BAD$；

（2）连接 CB 交⊙O 于点 M，交 AD 于点 N．若 $AD=4$，求 MN 的长．



24. 某医药研究所开发一种新的药物，据监测，如果成年人按规定的剂量服用，服药后 2 小时，每毫升血液中的含药量达到最大值，之后每毫升血液中的含药量逐渐衰减．若一次服药后每毫升血液中的含药量 y（单位：微克）与服药后的时间 t（单位： 小时）之间近似满足某种函数关系，下表是 y 与 t 的几组对应值，其部分图象如图所示．

t	0	1	2	3	4	6	8	10	…
y	0	2	4	2.83	2	1	0.5	0.25	…

（1）在所给平面直角坐标系中，继续描出上表中已列出数值所对应的点（t，y），并补全该函数的图象；

（2）结合函数图象，解决下列问题：

①某病人第一次服药后 5 小时，每毫升血液中的含药量约为_______微克；若每毫升血液中含药量不少于 0.5 微克时治疗疾病有效，则第一次服药后治疗该疾病有效的时间共持续约_______小时；

②若某病人第一次服药后 8 小时进行第二次服药，第二次服药对血液中含药量的影响与第一次服药相同，则第二次服药后 2 小时，每毫升血液中的含药量约为_______微克．

25. 某年级共有 150 名女生，为了解该年级女生实心球成绩（单位：米）和一分钟仰卧起坐成绩（单位：个）的情况，从中随机抽取 30 名女生进行测试，获得了他们的相关成绩，并对数据进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

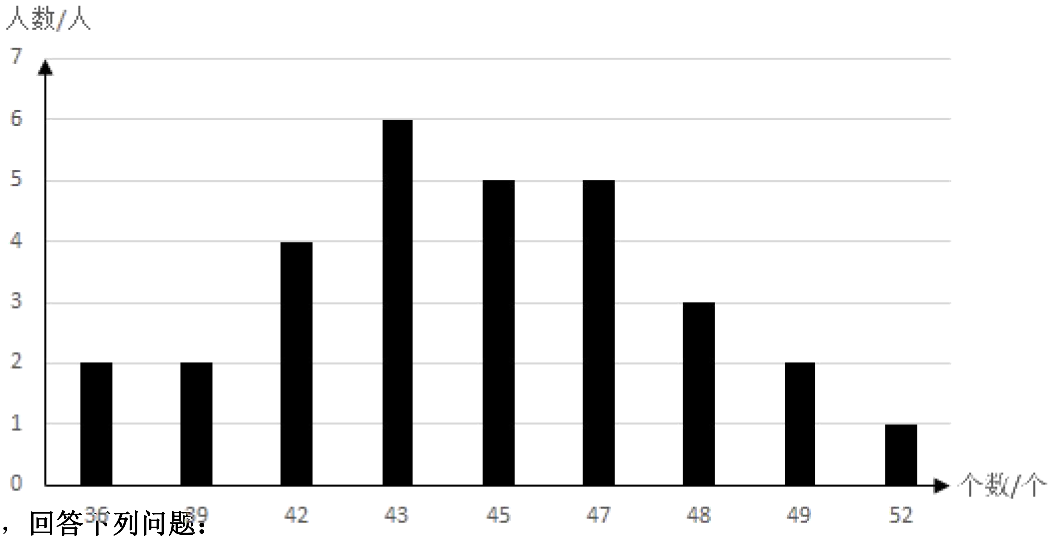
a. 实心球成绩的频数分布表如下：

分组	$6.2\leqslant x<6.6$	$6.6\leqslant x<7.0$	$7.0\leqslant x<7.4$	$7.4\leqslant x<7.8$	$7.8\leqslant x<8.2$	$8.2\leqslant x<8.6$
频数	2	m	10	6	2	1

b. 实心球成绩在 $7.0\leqslant x<7.4$ 这一组的是：

7.0　7.0　7.0　7.1　7.1　7.1　7.2　7.2　7.3　7.3

c. 一分钟仰卧起坐成绩如下图所示：



根据以上信息，回答下列问题：

（1）①表中 m 的值为__________；

②一分钟仰卧起坐成绩的中位数为__________；

（2）若实心球成绩达到 7.2 米及以上时，成绩记为优秀．

①请估计全年级女生实心球成绩达到优秀的人数；

②该年级某班体育委员将本班在这次抽样测试中被抽取的 8 名女生的两项成绩的数据抄录如下：

女生代码	A	B	C	D	E	F	G	H
实心球	8.1	7.7	7.5	7.5	7.3	7.2	7.0	6.5
一分钟仰卧起坐	*	42	47	*	47	52	*	49

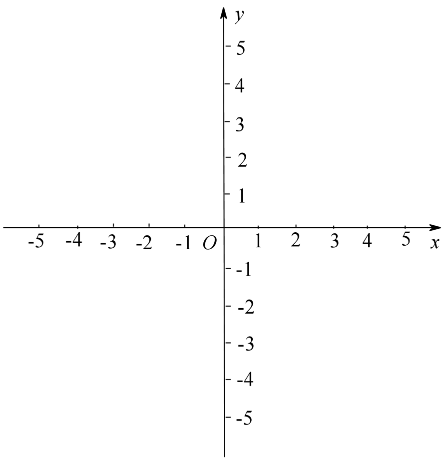
其中有 3 名女生的一分钟仰卧起坐成绩未抄录完整，但老师说这 8 名女生中恰好有 4 人两项测试成绩都达到了优秀，于是体育委员推测女生 E 的一分钟仰卧起坐成绩达到了优秀，你同意体育委员的说法吗？并说明你的理由.

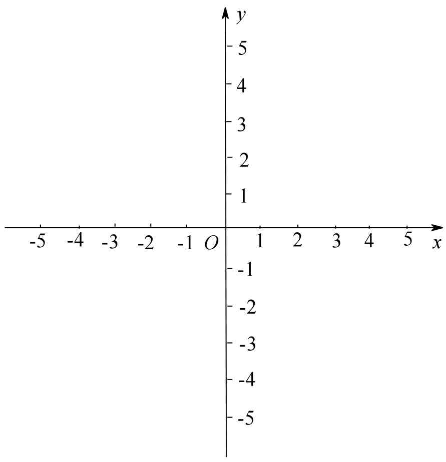
26. 在平面直角坐标系 xOy 中. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+a-2$ 的对称轴是直线 x=1.

（1）用含 a 的式子表示 b，并求抛物线的顶点坐标；

（2）已知点 $A\left(0,-4\right)$，$B\left(2,-3\right)$，若抛物线与线段 AB 没有公共点，结合函数图象，求 a 的取值范围；

（3）若抛物线与 x 轴的一个交点为 C（3，0），且当 $m\le x\le n$ 时，y 的取值范围是 $m\le y\le 6$，结合函数图象，直接写出满足条件的 m，n 的值.



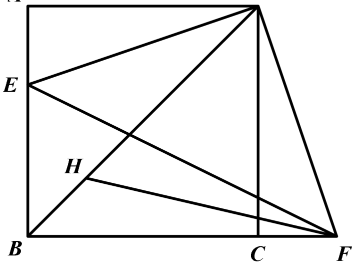


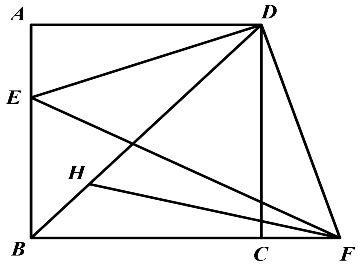
27. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，E 是边 AB 上的一动点，点 F 在边 BC 的延长线上，且 $CF=AE$，连接 DE，DF，EF. FH 平分$\angle EFB$ 交 BD 于点 H.

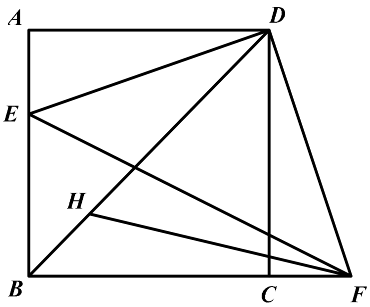
（1）求证：$DE\perp DF$；

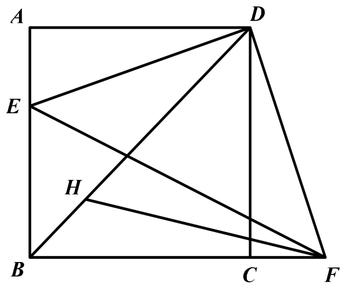
（2）求证：$DH=DF$：

（3）过点 H 作 $HM\perp EF$ 于点 M，用等式表示线段 AB，HM 与 EF 之间的数量关系，并证明.









28．对于平面内的 $\angle MAN$ 及其内部的一点 P，设点 P 到直线 AM，AN 的距离分别为 d_1，d_2，称 $\dfrac{d_1}{d_2}$ 和 $\dfrac{d_2}{d_1}$ 这两个数中较大的一个为点 P 关于 $\angle MAN$ 的“偏率”．

在平面直角坐标系 xOy 中，

（1）点 M，N 分别为 x 轴正半轴，y 轴正半轴上的两个点.

①若点 P 的坐标为（1，5），则点 P 关于 $\angle MON$ 的“偏率”为____________；

②若第一象限内点 Q（a，b）关于 $\angle MON$ 的“偏率”为 1，则 a，b 满足的关系为____________；

（2）已知点 A（4，0），B（2，$2\sqrt{3}$），连接 OB，AB，点 C 是线段 AB 上一动点（点 C 不与点 A，B 重合）．若点 C 关于 $\angle AOB$ 的“偏率”为 2，求点 C 的坐标；

（3）点 E，F 分别为 x 轴正半轴，y 轴正半轴上的两个点，动点 T 的坐标为（t，4），T 是以点 T 为圆心，半径为 1 的圆. 若 T 上的所有点都在第一象限，且关于 $\angle EOF$ 的“偏率”都大于 $\sqrt{3}$，直接写出 t 的取值范围.