

# 北京交大附中 2019—2020 年度第一学期 12 月月考练习

## 初三数学试卷

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_



一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 点  $P(2, -1)$  关于原点对称点的坐标是( )

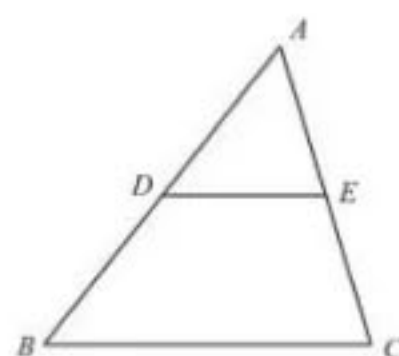
- A.  $(-2, 1)$       B.  $(-2, -1)$       C.  $(-1, 2)$       D.  $(1, -2)$

2. 抛物线  $y = (x+1)^2$  的对称轴是( )

- A. 直线  $x=1$       B. 直线  $x=0$       C. 直线  $x=-1$       D. 直线  $y=0$

3. 如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $D, E$  分别是  $AB, AC$  的中点，则  $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC}$

- 等于( )      A. 1:5      B. 1:4      C. 1:3      D. 1:2

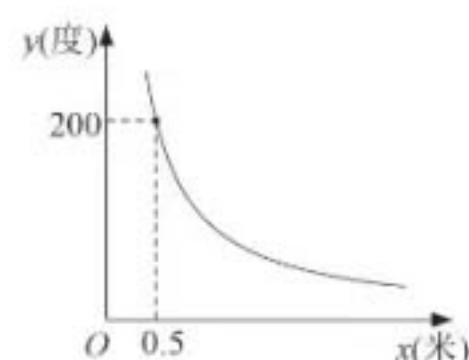


4.  $\odot O$  的半径为 5，点  $P$  到圆心  $O$  的距离为 3，点  $P$  与  $\odot O$  的位置关系是( )

- A. 无法确定      B. 点  $P$  在  $\odot O$  外      C. 点  $P$  在  $\odot O$  上      D. 点  $P$  在  $\odot O$  内

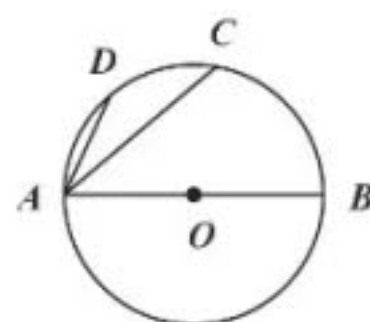
5. 如图，近视眼镜的度数  $y$  (度) 与镜片焦距  $x$  (米) 之间成反比例函数关系，则眼镜度数  $y$  与镜片焦距  $x$  之间的函数解析式为( )

- A.  $y = 200x$       B.  $y = \frac{200}{x}$   
C.  $y = 100x$       D.  $y = \frac{100}{x}$



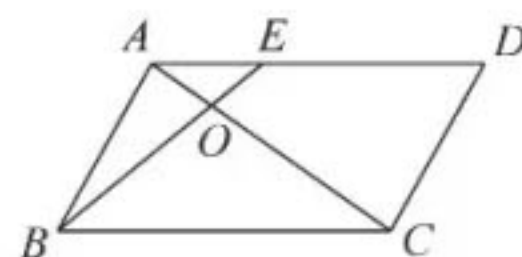
6. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $C, D$  为  $\odot O$  上的点， $\widehat{AD} = \widehat{CD}$ ，如果  $\angle CAB = 40^\circ$ ，那么  $\angle CAD$  的度数为( )

- A.  $25^\circ$       B.  $50^\circ$       C.  $40^\circ$       D.  $80^\circ$



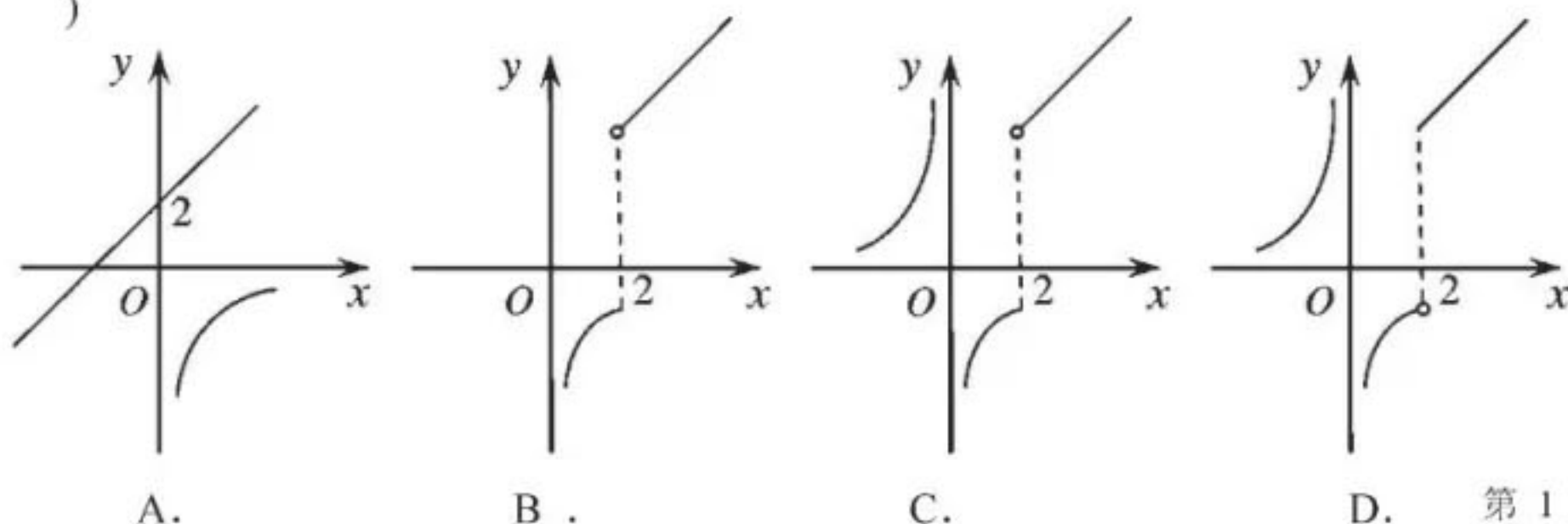
7. 在  $\square ABCD$  中， $E$  是  $AD$  上一点， $AC, BE$  交于点  $O$ ，若  $AE : ED = 1 : 2$ ， $OE = 2$ ，则  $OB$  的长为( )

- A. 7      B. 6      C. 5      D. 4



8. 对于不为零的两个实数  $a, b$ ，如果规定： $a \star b = \begin{cases} a + b & (a < b), \\ -\frac{a}{b} & (a \geq b), \end{cases}$  那么函数  $y = 2 \star x$  的图象大致是

( )

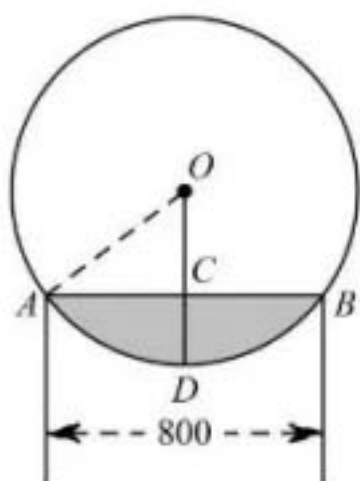




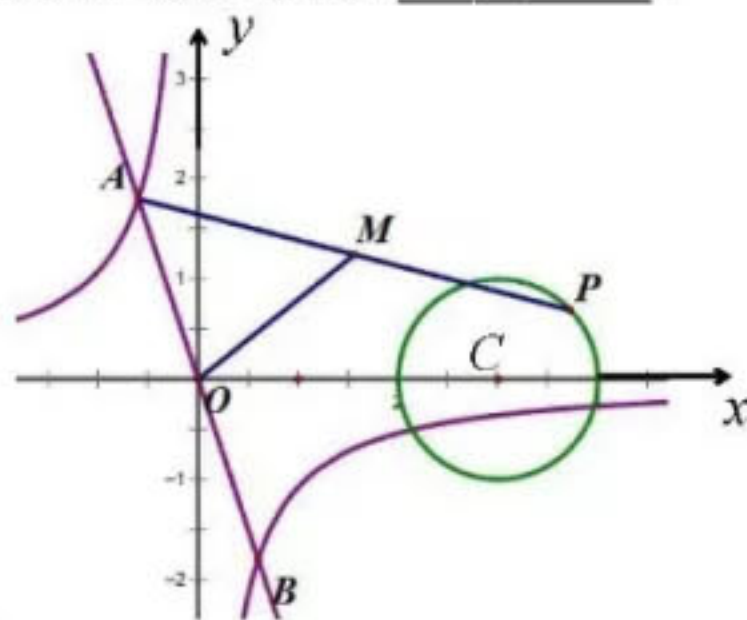


二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 已知反比例函数  $y = \frac{m+1}{x}$  的图象经过点  $(2, -3)$ ，则  $m =$  \_\_\_\_\_.
10. 如图，直径为 1000mm 的圆柱形水管有积水（阴影部分），水面的宽度  $AB$  为 800mm，则水的最大深度  $CD$  是\_\_\_\_\_ mm.
11. 已知二次函数  $y = -2x^2 + bx - 1$  图象的顶点在  $x$  轴上. 则  $b =$  \_\_\_\_\_.
12. 在  $-1, 0, 1$  这三个数中任取两个数  $m, n$ ，则二次函数  $y = (x-m)^2 + n$  图象的顶点在坐标轴上的概率为\_\_\_\_\_.
13. 已知  $(-1, y_1), (2, y_2)$  是反比例函数图象上两个点的坐标，且  $y_1 > y_2$ ，请写出一个符合条件的反比例函数的解析式\_\_\_\_\_.
14. 已知点  $A$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上，点  $B$  在  $x$  轴上， $O$  是坐标原点. 若  $AO = AB$ ， $\triangle AOB$  的面积等于 3，则  $k$  的值为\_\_\_\_\_.
15. 如图，一次函数  $y = -3x$  与反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k < 0)$  的图象交于  $A, B$  两点，点  $P$  在以  $C(3, 0)$  为圆心，1 为半径的  $\odot C$  上， $M$  是  $AP$  的中点，已知  $OM$  长的最小值为 1，则  $k$  的值为\_\_\_\_\_.



10 题



15 题

16. 某农科所在相同条件下做某作物种子发芽率的实验,结果如下表所示:

种子个数	200	300	500	700	800	900	1000
发芽种子个数	187	282	435	624	718	814	901
发芽种子频率	0.935	0.940	0.870	0.891	0.898	0.904	0.901

下面有四个推断:

- ①种子个数是 700 时，发芽种子的个数是 624，所以种子发芽的概率是 0.891；
- ②随着参加实验的种子数量的增加，发芽种子的频率在 0.9 附近摆动，显示出一定的稳定性，可以估计种子发芽的概率约为 0.9(精确到 0.1)；
- ③实验的种子个数最多的那次实验得到的发芽种子的频率一定是种子发芽的概率；
- ④若用频率估计种子发芽的概率约为 0.9，则可以估计 1000kg 种子中大约有 100kg 的种子不能发芽.

其中合理的是\_\_\_\_\_.

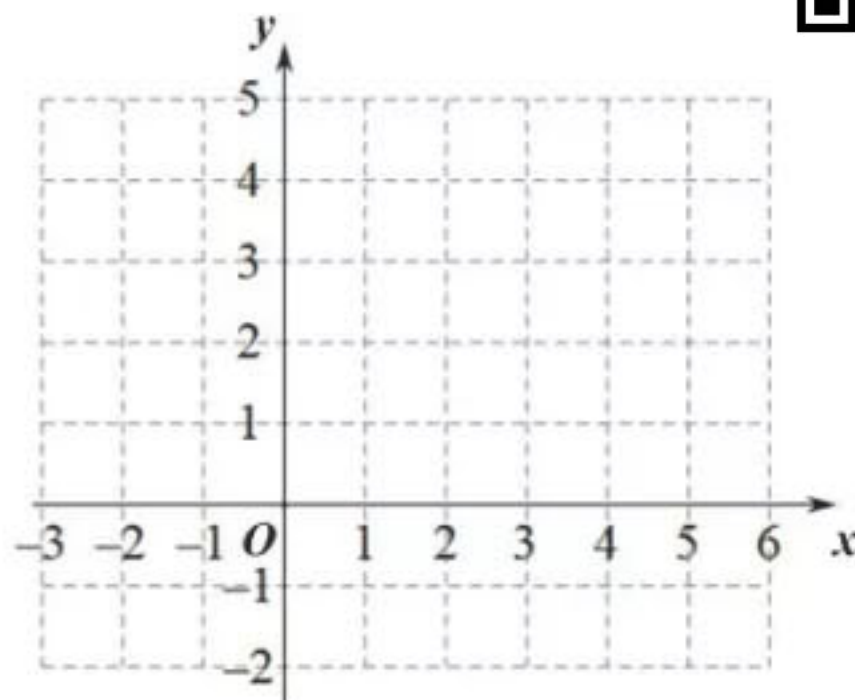
三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题每小题 5 分，第 23~26 题每小题 6 分，第 27~28 题每小题 7 分）解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.



17. 解方程： $2x^2 - 5x - 3 = 0$ .

18. 已知二次函数  $y = x^2 - 4x + 3$ .

- (1) 用配方法将其化为  $y = a(x-h)^2 + k$  的形式；
- (2) 在所给的平面直角坐标系  $xOy$  中，画出它的图象.



19. 下面是小明同学设计的“过圆外一点作圆的切线”的尺规作图的过程.

已知：如图 1， $\odot O$  和  $\odot O$  外的一点  $P$ .

求作：过点  $P$  作  $\odot O$  的切线.

作法：如图 2，

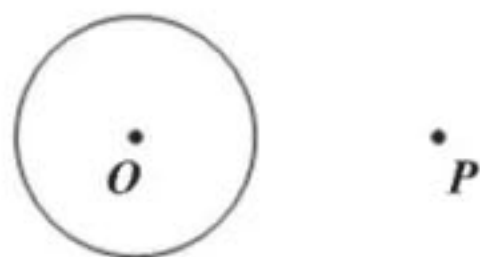


图 1

- ① 连接  $OP$ ；
- ② 作线段  $OP$  的垂直平分线  $MN$ ，直线  $MN$  交  $OP$  于  $C$ ；
- ③ 以点  $C$  为圆心， $CO$  为半径作圆，交  $\odot O$  于点  $A$  和  $B$ ；
- ④ 作直线  $PA$  和  $PB$ .

则  $PA$ ， $PB$  就是所求作的  $\odot O$  的切线.

根据上述作图过程，回答问题：

- (1) 用直尺和圆规，补全图 2 中的图形；
- (2) 完成下面的证明：

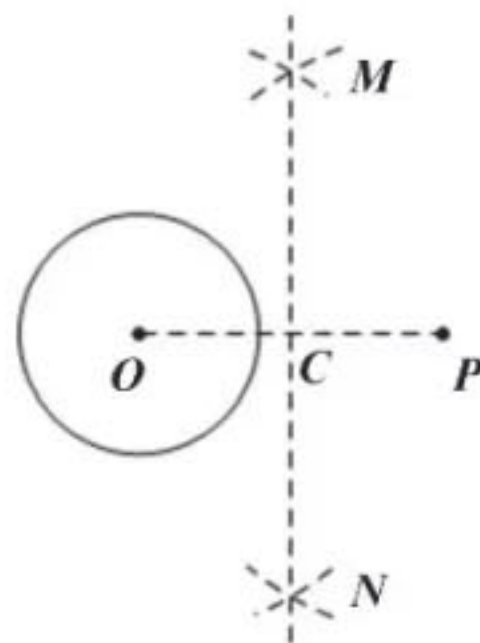


图 2

证明：连接  $OA$ ， $OB$ ，

$\because$  由作图可知  $OP$  是  $\odot C$  的直径，

$\therefore \angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$  ( \_\_\_\_\_ ) (填依据)，

$\therefore OA \perp PA$ ， $OB \perp PB$ ，

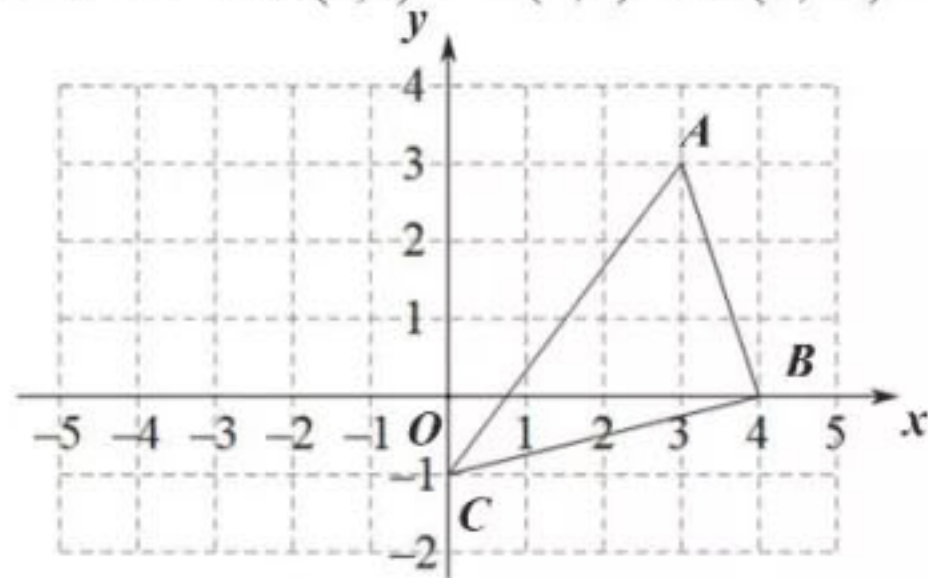
又  $\because OA$  和  $OB$  是  $\odot O$  的半径，

$\therefore PA$ ， $PB$  就是  $\odot O$  的切线 ( \_\_\_\_\_ ) (填依据)。





20. 如图, 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 点 $A(3,3)$ ,  $B(4,0)$ ,  $C(0,-1)$ .



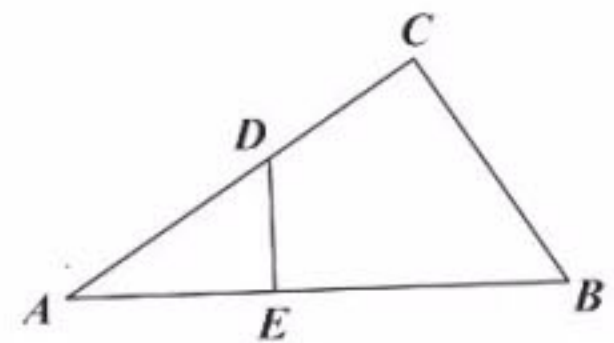
(1) 以点 $C$ 为旋转中心, 把 $\triangle ABC$ 逆时针旋转 $90^\circ$ , 画出旋转后的 $\triangle A'B'C'$ ;

(2) 在(1)的条件下,

① 点 $B$ 经过的路径 $\widehat{BB'}$ 的长度为\_\_\_\_\_ (结果保留 $\pi$ );

② 点 $A'$ 的坐标为\_\_\_\_\_.

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $D$ 为 $AC$ 上一点,  $DE \perp AB$ 于点 $E$ ,  $AC = 12$ ,  $BC = 5$ . 当 $DE = DC$ 时, 求 $AD$ 的长.



22. 如果抛物线 $y = x^2 + 2x + 2k - 4$ 与 $x$ 轴有两个不同的公共点.

(1) 求 $k$ 的取值范围;

(2) 如果 $k$ 为正整数, 且该抛物线与 $x$ 轴的公共点的横坐标都是整数, 求 $k$ 的值.

23. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 直线 $y = -x + 4$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 相交于点 $A(1, m)$ .

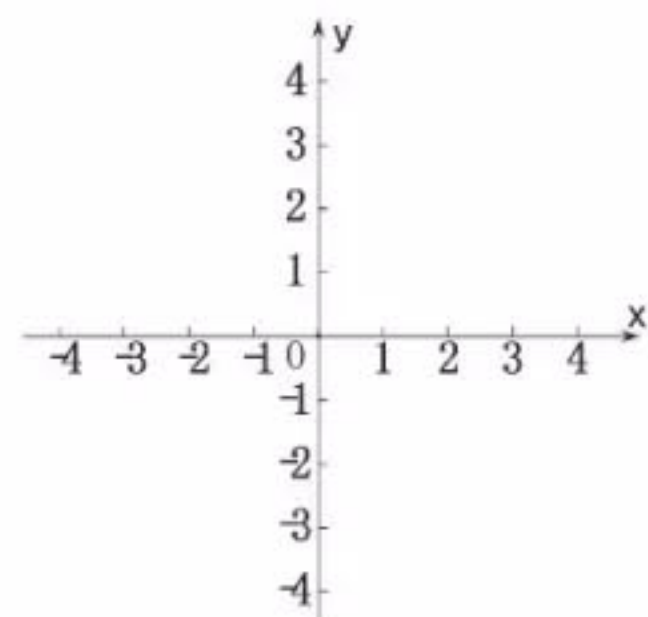
(1) 求反比例函数的表达式;

(2) 画出直线和双曲线的示意图;

(3) 直接写出 $\frac{k}{x} \geq -x + 4$ 的解集\_\_\_\_\_;

(4) 若点 $P$ 是坐标轴负半轴上一点, 且满足 $PA = 2OA$ .

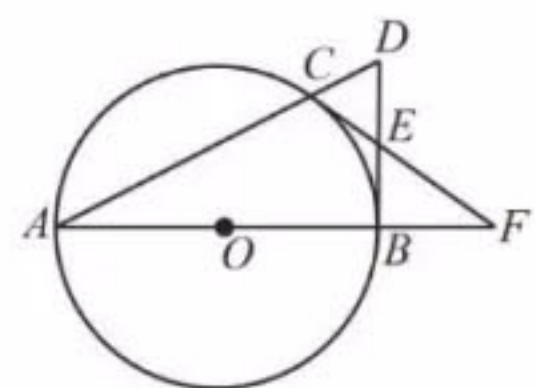
直接写出点 $P$ 的坐标\_\_\_\_\_.



24. 已知: 如图, 点 $C$ 是以 $AB$ 为直径的 $\odot O$ 上一点, 直线 $AC$ 与过 $B$ 点的切线相交于 $D$ , 点 $E$ 是 $BD$ 的中点, 直线 $CE$ 交直线 $AB$ 于点 $F$ .

(1) 求证:  $CF$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $ED = 3$ ,  $EF = 5$ , 求 $\odot O$ 的半径.





25. 阅读材料:

工厂加工某种新型材料, 首先要将材料进行加温处理, 使这种材料保持在一定的温度范围内方可进行继续加工. 处理这种材料时, 材料温度  $y$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) 是时间  $x$  ( $\text{min}$ ) 的函数.

下面是小明同学研究该函数的过程, 把它补充完整:

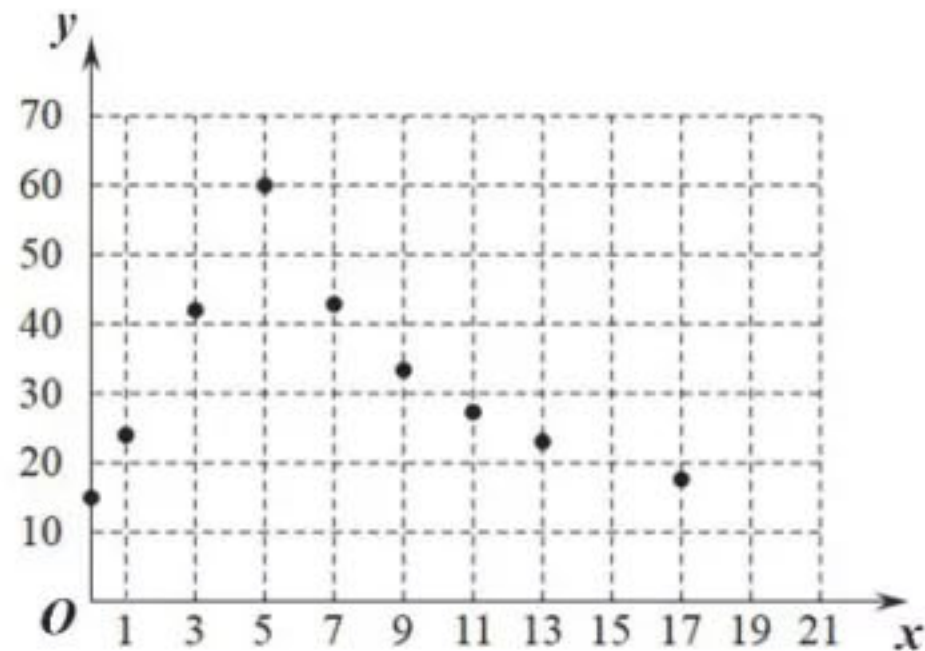
(1) 在这个函数关系中, 自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

(2) 下表记录了 17min 内 10 个时间点材料温度  $y$  随时间  $x$  变化的情况:

时间 $x$ ( $\text{min}$ )	0	1	3	5	7	9	11	13	15	17	...
温度 $y$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	15	24	42	60	$\frac{300}{7}$	$\frac{100}{3}$	$\frac{300}{11}$	$\frac{300}{13}$	$m$	$\frac{300}{17}$	...

上表中  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

(3) 如下图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已经描出了上表中的部分点, 根据描出的点, 画出该函数的图象.



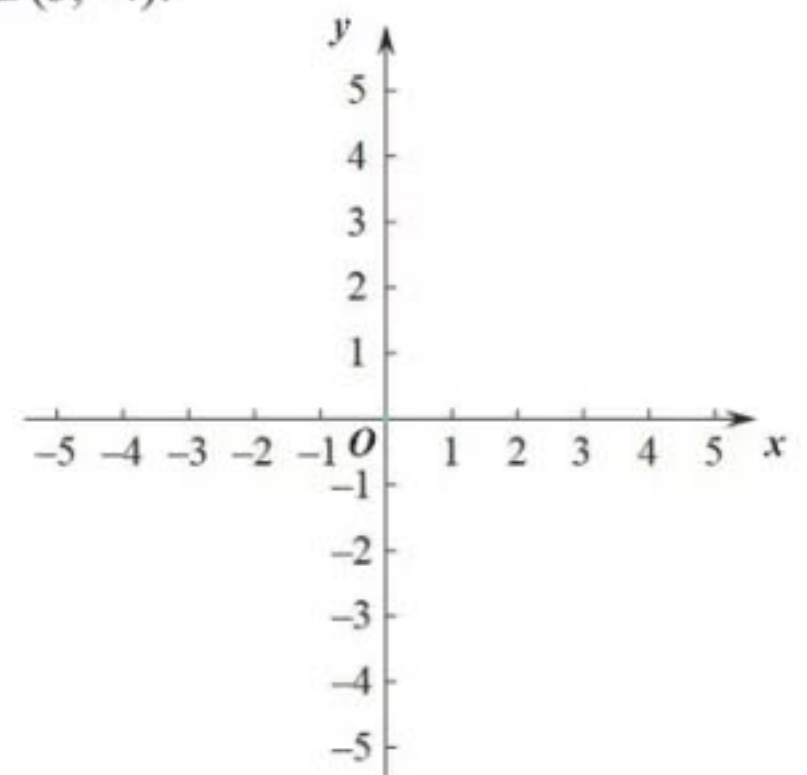
(4) 根据列出的表格和所画的函数图象, 可以得到, 当  $0 \leq x \leq 5$  时,  $y$  与  $x$  之间的函数表达式为\_\_\_\_\_, 当  $x > 5$  时,  $y$  与  $x$  之间的函数表达式为\_\_\_\_\_.

(5) 根据工艺的要求, 当材料的温度不低于  $30^{\circ}\text{C}$  时, 方可以进行产品加工, 在图中所示的温度变化过程中, 可以进行加工的时间长度为\_\_\_\_\_min.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = -2x^2 + mx + n$  经过点  $A(0, 2)$ ,  $B(3, -4)$ .

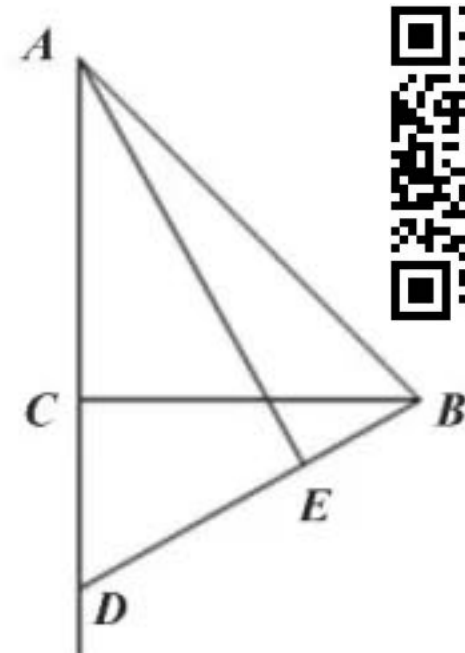
(1) 求该抛物线的函数表达式及对称轴;

(2) 设点  $B$  关于原点的对称点为  $C$ , 点  $D$  是抛物线对称轴上一动点, 记抛物线在  $A, B$  之间的部分为图象  $G$  (包含  $A, B$  两点), 如果直线  $CD$  与图象  $G$  有一个公共点, 结合函数的图象, 直接写出点  $D$  纵坐标  $t$  的取值范围.





27. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AC = BC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $D$  是线段  $AC$  延长线上一点, 连接  $BD$ , 过点  $A$  作  $AE \perp BD$  于  $E$ .



(1) 求证:  $\angle CAE = \angle CBD$ .

(2) 将射线  $AE$  绕点  $A$  顺时针旋转  $45^\circ$  后, 所得的射线与线段  $BD$  的延长线交于点  $F$ , 连接  $CE$ .

① 依题意补全图形;

② 用等式表示线段  $AF$ ,  $CE$ ,  $BE$  之间的数量关系, 并证明.

28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 给出如下定义: 若点  $P$  在图形  $M$  上, 点  $Q$  在图形  $N$  上, 如果  $PQ$  两点间的距离有最小值, 那么称这个最小值为图形  $M$ ,  $N$  的“近距离”, 记为  $d(M, N)$ . 特别地, 当图形  $M$  与图形  $N$  有公共点时,  $d(M, N) = 0$ . 已知  $A(-4, 0)$ ,  $B(0, 4)$ ,  $C(-2, 0)$ ,

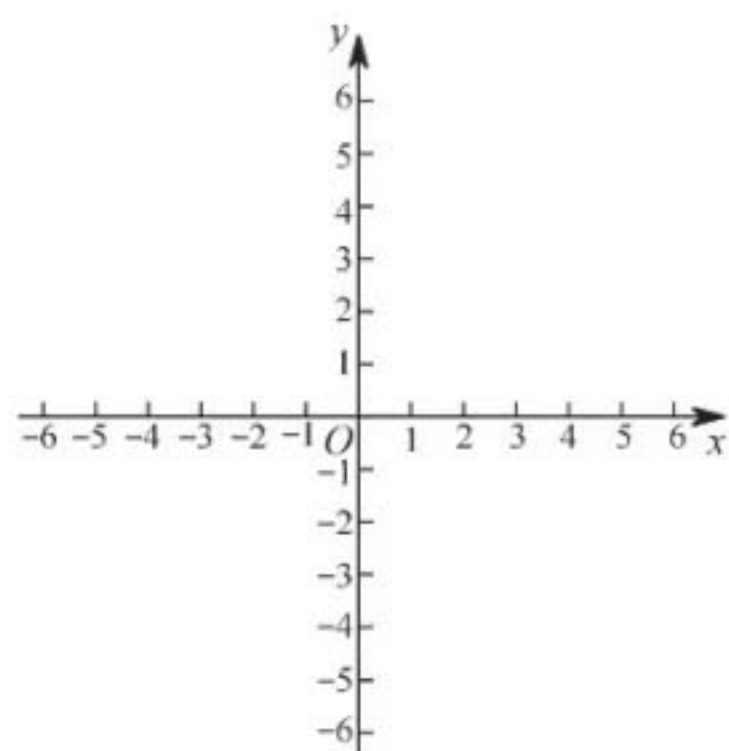
(1)  $d(\text{点 } A, \text{点 } B) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $d(\text{点 } A, \text{线段 } BC) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2)  $\odot O$  半径为  $r$ ,

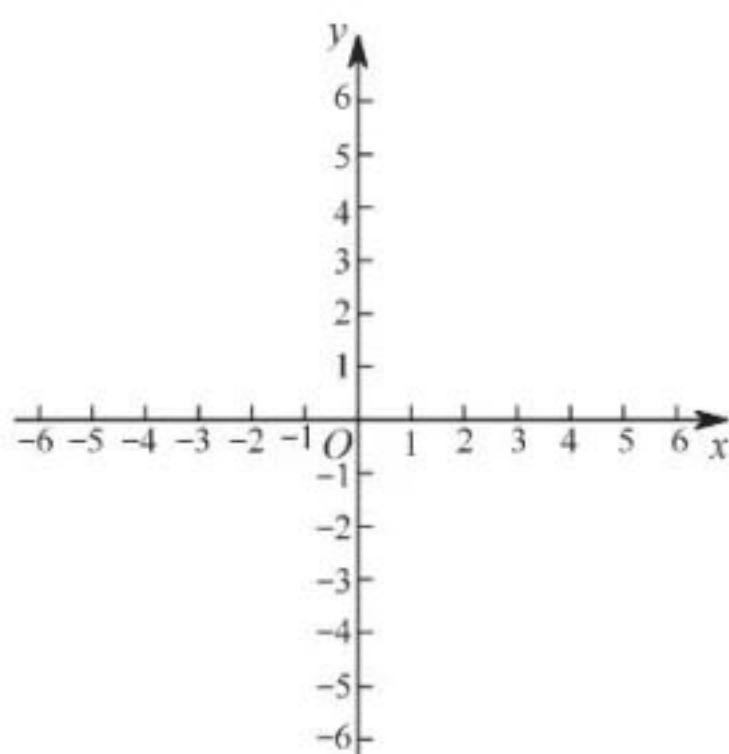
① 当  $r = 1$  时, 求  $\odot O$  与线段  $AB$  的“近距离”  $d(\odot O, \text{线段 } AB)$ ;

② 若  $d(\odot O, \triangle ABC) = 1$ , 则  $r = \underline{\hspace{2cm}}$ .

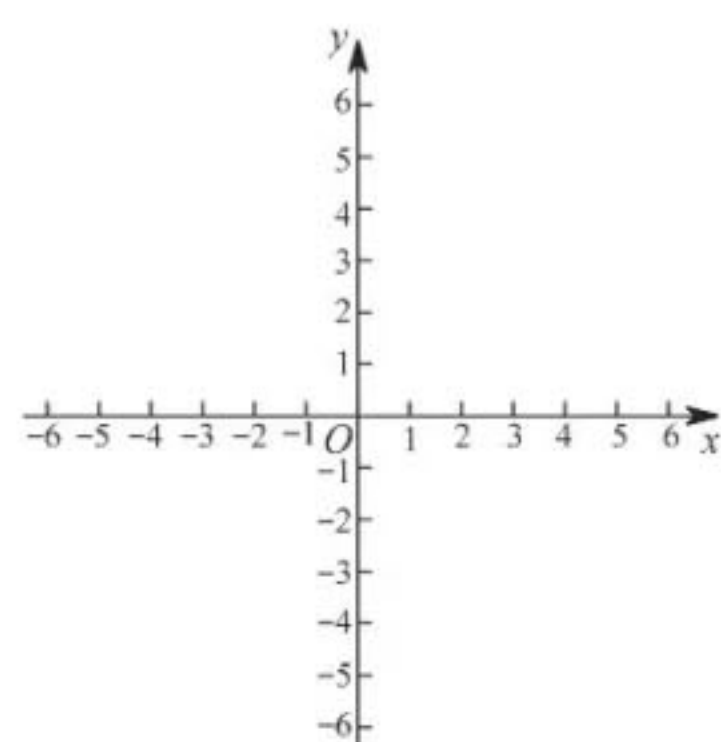
(3)  $D$  为  $x$  轴上一点,  $\odot D$  的半径为 1, 点  $B$  关于  $x$  轴的对称点为点  $B'$ ,  $\odot D$  与  $\angle BAB'$  的“近距离”  $d(\odot D, \angle BAB') < 1$ , 请直接写出圆心  $D$  的横坐标  $m$  的取值范围.



(1)



(2)



(3)