

# 通州区 2020-2021 学年第一学期期末考试



## 初二数学试卷

2021 年 1 月

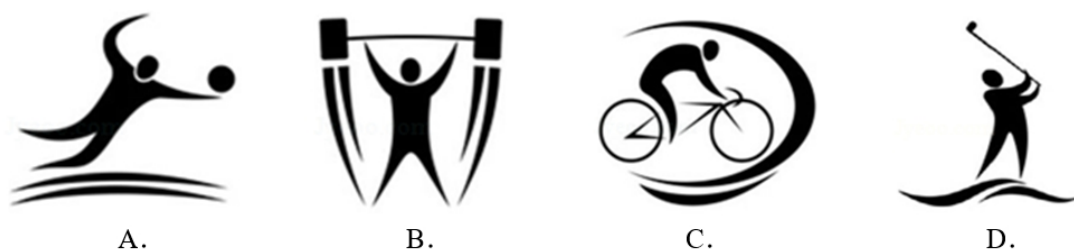
- |      |   |
|------|---|
| 考生须知 | <ol style="list-style-type: none"><li>1. 本试卷共 6 页，共三道大题，30 个小题，满分为 100 分，考试时间为 120 分钟。</li><li>2. 请在试卷和答题纸上认真填写学校名称、姓名。</li><li>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</li><li>4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。</li><li>5. 考试结束后，请将答题卡交回。</li></ol> |
|------|---|

一、选择题（本题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分）每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 当  $x=1$  时，下列分式没有意义的是（ ）

- A.  $\frac{x+1}{x}$       B.  $\frac{x}{x-1}$       C.  $\frac{x-1}{x}$       D.  $\frac{x}{x+1}$

2. 下列体育运动图案中，属于轴对称图形的是



3. 下列说法正确的是

- A. 16 的算术平方根是  $\pm 4$       B. 任何数都有两个平方根  
C. 因为 3 的平方是 9，所以 9 的平方根是 3      D. -1 是 1 的平方根

4. 下列事件中，属于随机事件的是

- A. 用长度分别是 4cm，4cm，9cm 的细木条首尾顺次相连可组成一个等腰三角形  
B. 以长度分别是 5cm，4cm，3cm 的线段为三角形三边，能构成直角三角形

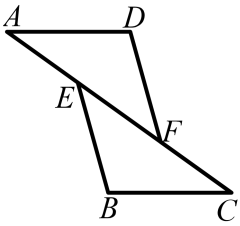
C. 分式的分子、分母同乘一个不等于零的整式，分式的值不变

D. 任意画一个三角形，恰好是同一条边上的高线与中线重合

5. 下列计算正确的是

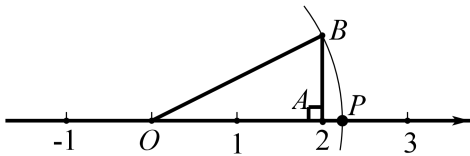
- A.  $\sqrt{(-4)^2} = 2$       B.  $(\sqrt{2})^2 = 4$       C.  $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$       D.  $\sqrt{6} \div \sqrt{2} = 3$

6. 如图，点  $E$ ，点  $F$  在直线  $AC$  上， $AF=CE$ ， $AD=CB$ ，下列条件中不能推断  $\triangle ADF \cong \triangle CBE$  的是



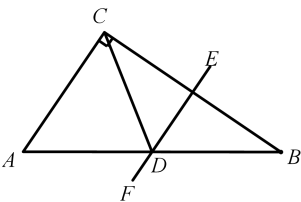
- A.  $\angle D = \angle B$       B.  $\angle A = \angle C$       C.  $BE = DF$       D.  $AD \parallel BC$

7. 小明学了在数轴上表示无理数的方法后，进行了练习：首先画数轴，原点为  $O$ ，在数轴上找到表示数 2 的点  $A$ ，然后过点  $A$  作  $AB \perp OA$ ，使  $AB=1$ ；再以  $O$  为圆心， $OB$  的长为半径作弧，交数轴正半轴于点  $P$ ，那么点  $P$  表示的数是



- A. 2.2      B.  $\sqrt{5}$       C.  $1 + \sqrt{2}$       D.  $\sqrt{6}$

8. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ，边  $BC$  的垂直平分线  $EF$  交  $AB$  于点  $D$ ，连接  $CD$ ，如果  $CD=6$ ，那么  $AB$  的长为



- A. 6      B. 3      C. 12      D. 4.5

9. 某校为了解学生的课外阅读情况，随机抽取了一个班级的学生，对他们一周的读书时间进行了统计，统计数据如表所示：

读书时间（小时）	7	8	9	10	11
----------	---	---	---	----	----

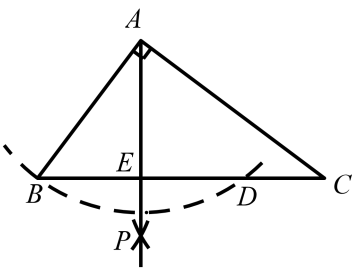


学生人数	6	10	9	8	7
------	---	----	---	---	---

关于该班学生一周读书时间的数据有下列说法：①一周读书时间数据的中位数是9小时；②一周读书时间数据的众数是8小时；③一周读书时间数据的平均数是9小时；④一周读书时间不少于9小时的人数占抽查学生的50%。其中说法正确的序号是

- A. ①②③                      B. ①②④                      C. ②③④                      D. ①③④

10. 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle BAC=90^\circ$ ，以点  $A$  为圆心，以  $AB$  长为半径作弧交  $BC$  于点  $D$ ，再分别以点  $B, D$  为圆心，以大于  $\frac{1}{2}BD$  的长为半径作弧，两弧交于点  $P$ ，作射线  $AP$  交  $BC$  于点  $E$ ，如果  $AB=3, AC=4$ ，那么线段  $AE$  的长度是



- A.  $\frac{12}{5}$                       B.  $\frac{9}{5}$                       C.  $\frac{8}{5}$                       D.  $\frac{7}{5}$

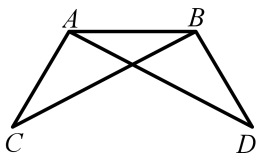
二、填空题（本题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分）

11. 如果  $(\sqrt{m})^2 = 3$ ，那么  $m$  的值是\_\_\_\_\_.

12. 一个不透明的盒子中装有 2 个红球，1 个白球和 1 个黄球，它们除颜色外都相同，如果从中任意摸出一个球，那么摸到红球的可能性大小是\_\_\_\_\_.

13. 计算  $\frac{m}{m^2-1} - \frac{1}{1-m^2}$ ，的正确结果为\_\_\_\_\_.

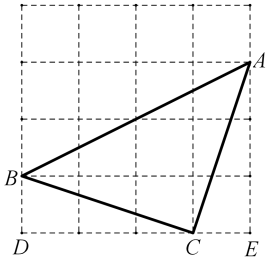
14. 如图， $\angle ABC = \angle BAD$ ，请你添加一个条件：\_\_\_\_\_，使  $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ （只添一个即可）.



15. 用一个  $a$  的值说明命题“如果  $a^2 \geq 1$ ，那么  $a \geq 1$ ”是错误的，这个值可以是  $a =$ \_\_\_\_\_.

16. 已知  $\sqrt{3+a} + (b-2)^2 = 0$ ，那么  $a+b$  的值为\_\_\_\_\_.

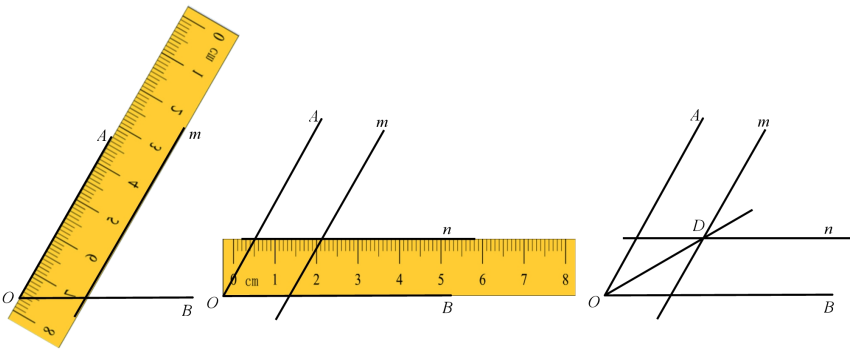
17. 如图中的每个小方格都是边长为 1 的正方形，那么  $\angle ABC$  的度数是\_\_\_\_\_.



18. 数学课上，同学们兴致勃勃地尝试着利用不同画图工具画一个角的平分线. 小明用直尺画角平分线的方法如下：

- (1) 用直尺的一边贴在  $\angle AOB$  的  $OA$  边上，沿着直尺的另一条边画直线  $m$ ；
- (2) 再用直尺的一边贴在  $\angle AOB$  的  $OB$  边上，沿着直尺的另一条边画直线  $n$ ，直线  $m$  与直线  $n$  交于点  $D$ ；
- (3) 作射线  $OD$ . 射线  $OD$  是  $\angle AOB$  的平分线.

请回答：小明的画图依据是\_\_\_\_\_.



19. 某校为了丰富学生的校园生活，准备购买一批陶笛. 已知  $A$  型陶笛比  $B$  型陶笛的单价低 20 元，用 2700 元购买  $A$  型陶笛与用 4500 元购买  $B$  型陶笛的数量相同，设  $A$  型陶笛的单价为  $x$  元，根据题意列出正确的方程是

\_\_\_\_\_.

20. 给出下列对应的表格：

$a$	0.0001	0.01	1	100	10000
$\sqrt{a}$	0.01	0.1	1	10	100

利用表格中的规律计算：已知  $\sqrt{15} = k$ ， $\sqrt{0.15} = m$ ， $\sqrt{1500} = n$ ，那么  $m+n=_____$ . (用含  $k$  的代数式表示)

三、解答题（本题共 60 分，第 21~24 题，每小题 5 分，第 25~27 题，每小题 6 分，第 28~29 题，每小题 7 分，第 30 题 8 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

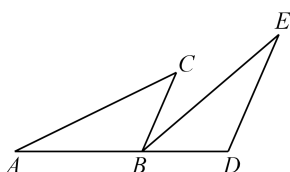
21. 计算:  $(\pi-3)^0 - \sqrt{9} + \sqrt[3]{-8} + |1-\sqrt{3}|$ .

22. 解方程:  $\frac{1-x}{2-x} = \frac{1}{x-2} + 3$ .



23. 如图, 点  $B$  是线段  $AD$  上一点,  $BC \parallel DE$ ,  $AB=ED$ ,  $BC=DB$ .

求证:  $\angle A = \angle E$ .



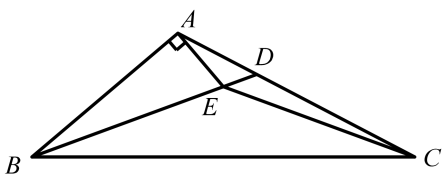
24. 计算:  $\sqrt{48} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} + (2\sqrt{3}-2)(2\sqrt{3}+2)$ .

25. 已知  $a = \sqrt{2} - 1$ , 求代数式  $\frac{2a-4}{a^2-1} \div \left(1 - \frac{1}{a-1}\right)$  的值.

26. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $BD$  平分  $\angle ABC$ ,  $E$  是  $BD$  上一点,  $EA \perp AB$ , 且  $EB=EC$ .

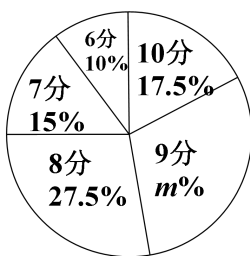
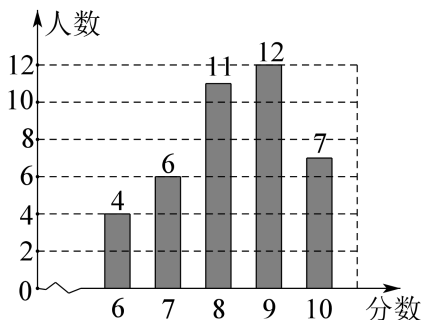
(1) 如果  $\angle ABC = 40^\circ$ , 求  $\angle DEC$  的度数;

(2) 求证:  $BC = 2AB$ .



27. 为了解某校八年级学生的物理和生物实验操作情况，随机抽查了 40 名同学实验操作的得分（满分为 10 分）。根据获取的样本数据，制作了下面的条形统计图和扇形统计图，请根据相关信息，解答下列问题。

- (1) 这 40 个样本数据平均数是\_\_\_\_\_，众数是\_\_\_\_\_，中位数是\_\_\_\_\_；
- (2) 扇形统计图中  $m$  的值为\_\_\_\_\_；扇形统计图中“6 分”所对的圆心角的度数是\_\_\_\_\_；
- (3) 若该校八年级共有 480 名学生，估计该校物理和生物实验操作得满分的学生有多少人。



28. 下面是小明同学设计的“过直线外一点作已知直线的平行线”的尺规作图过程。

已知：如图 1，直线  $l$  和直线  $l$  外一点  $P$ 。

$P$ .



图 1

求作：直线  $PQ$ ，使直线  $PQ \parallel$  直线  $l$ 。

作法：如图 2，

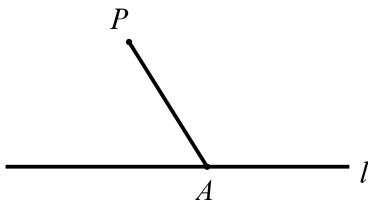


图 2

- ①在直线  $l$  上取一点  $A$ ，连接  $PA$ ；
- ②作  $PA$  的垂直平分线  $MN$ ，分别交直线  $l$ ，线段  $PA$  于点  $B$ ， $O$ ；

③以  $O$  为圆心,  $OB$  长为半径作弧, 交直线  $MN$  于另一点  $Q$ ;

④作直线  $PQ$ , 所以直线  $PQ$  为所求作的直线.

根据上述作图过程, 回答问题:

(1) 用直尺和圆规, 补全图 2 中的图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明:

证明:  $\because$  直线  $MN$  是  $PA$  的垂直平分线,

$$\therefore PO = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \angle POQ = \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ,$$

$$\therefore OQ = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\therefore \triangle POQ \cong \triangle AOB.$$

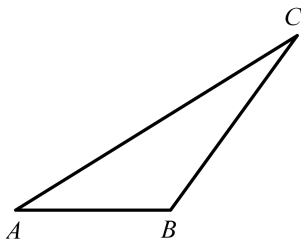
$$\therefore \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\therefore PQ \parallel l \text{ (} \underline{\hspace{4cm}} \text{)} \text{ (填推理的依据)}.$$

29. 如图, 将  $\triangle ABC$  绕点  $B$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle DBE$  (点  $A$ , 点  $C$  的对应点分别为点  $D$ , 点  $E$ ).

(1) 根据题意补全图形;

(2) 连接  $DC$ ,  $CE$ , 如果  $\angle BCD = 45^\circ$ . 用等式表示线段  $DC$ ,  $CE$ ,  $AC$  之间的数量关系, 并证明.



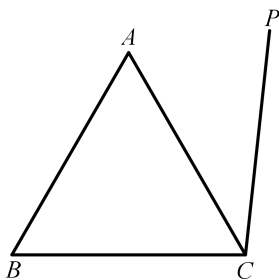
30. 如图，在等边三角形  $ABC$  右侧作射线  $CP$ ， $\angle ACP = \alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 60^\circ$ )，点  $A$  关于射线  $CP$  的对称点为点  $D$ ， $BD$  交  $CP$  于点  $E$ ，连接  $AD$ ， $AE$ 。

(1) 依题意补全图形；

(2) 求  $\angle DBC$  的大小 (用含  $\alpha$  的代数式表示)；

(3) 直接写出  $\angle AEB$  的度数；

(4) 用等式表示线段  $AE$ ， $BD$ ， $CE$  之间的数量关系，并证明。







# 参考答案

一、选择题（本题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	B	D	D	C	A	B	C	A	A

二、填空题（本题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分）

11. 3    12.  $\frac{1}{2}$     13.  $\frac{1}{m-1}$     14. 答案不唯一，如  $AD=BC$     15. 答案不唯一，如  $-3$     16.  $-1$     17.  $45^\circ$

18. 到一个角的两边距离相等的点在这个角的平分线上    19.  $\frac{2700}{x} = \frac{4500}{x+20}$     20.  $10.1k$

三、解答题（本题共 60 分，第 21~24 题，每小题 5 分，第 25~27 题，每小题 6 分，第 28~29 题，每小题 7 分，第 30 题 8 分）

21. 计算： $(\pi-3)^0 - \sqrt{9} + \sqrt[3]{-8} + |1-\sqrt{3}|$ .

解：原式= $1-3+(-2)+\sqrt{3}-1$ .....4分

= $-5+\sqrt{3}$ .....5分

22. 解： $\frac{x-1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 3$ .....1分

$x-1=1+3(x-2)$ .....2分

$-2x=-4$

$x=2$ .....3分

检验：把  $x=2$  代入最简公分母  $x-2$  中，

$x-2=2-2=0$ ，.....4分

$\therefore$ 原方程无解.....5分

23. 证明： $\because BC \parallel DE$ ,

$\therefore \angle ABC = \angle EDB \dots\dots\dots 1$ 分

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDB$ 中

$$\therefore \begin{cases} AB = ED \\ \angle ABC = \angle EDB \\ BC = DB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDB$  (SAS)  $\dots\dots\dots 4$ 分

$\therefore \angle A = \angle E$  (全等三角形的对应角相等)  $\dots\dots\dots 5$ 分



24. 计算:  $\sqrt{48} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} + (2\sqrt{3} - 2)(2\sqrt{3} + 2)$ .

解: 原式 =  $4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 - 4 \dots\dots\dots 3$ 分

=  $2\sqrt{3} + 12 - 4 \dots\dots\dots 4$ 分

=  $2\sqrt{3} + 8 \dots\dots\dots 5$ 分

25. 已知  $a = \sqrt{2} - 1$ , 求代数式  $\frac{2a-4}{a^2-1} \div \left(1 - \frac{1}{a-1}\right)$  的值.

解: 原式 =  $\frac{2a-4}{a^2-1} \div \frac{a-2}{a-1} \dots\dots\dots 1$ 分

=  $\frac{2(a-2)}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a-1}{a-2} \dots\dots\dots 3$ 分

=  $\frac{2}{a+1} \dots\dots\dots 4$ 分

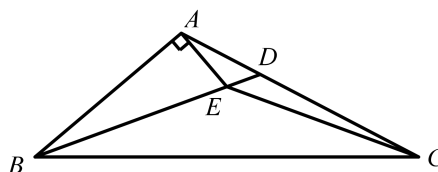
$\therefore a = \sqrt{2} - 1,$

$\therefore$  原式 =  $\frac{2}{\sqrt{2}-1+1} = \frac{2}{\sqrt{2}} \dots\dots\dots 5$ 分

$\therefore$  原式 =  $\sqrt{2} \dots\dots\dots 6$ 分

26. (1) 解:  $\because \angle ABC = 40^\circ, BD$  平分  $\angle ABC,$

$\therefore \angle EBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 20^\circ.$





$\because EB=EC,$

$\therefore \angle ECB = \angle EBC = 20^\circ \dots\dots\dots 1$ 分

$\because \angle DEC$  是  $\triangle EBC$  的一个外角,

$\therefore \angle DEC = \angle ECB + \angle EBC = 40^\circ \dots\dots\dots 2$ 分

(2) 证明: 过点  $E$  作  $EF \perp BC$  于点  $F$ .

$\because BD$  平分  $\angle ABC, EA \perp AB,$

$\therefore EA=EF \dots\dots\dots 3$ 分

在  $Rt\triangle AEB$  和  $Rt\triangle FEB$  中

$$\therefore \begin{cases} EA = EF \\ EB = EB \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle FEB$  (HL)  $\dots\dots\dots 4$ 分

$\therefore AB=FB$  (全等三角形的对应边相等)  $\dots\dots\dots 5$ 分

$\because EB=EC, EF \perp BC,$

$\therefore BC=2FB \dots\dots\dots 6$ 分

$\therefore BC=2AB. \dots$

27.解: (1) 这 40 个样本数据平均数是 8.3 分, 众数是 9 分, 中位数是 8 分;  $\dots\dots\dots 3$ 分

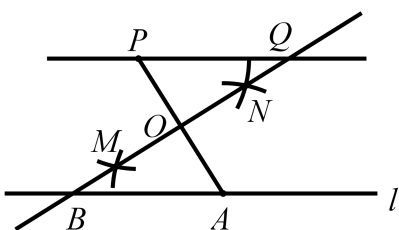
(2) 扇形统计图中  $m$  的值为 30;

扇形统计图中“6 分”所对的圆心角的度数是  $36^\circ$ ;  $\dots\dots\dots 5$ 分

(3) 40 名同学中, 满分占比为  $7 \div 40 = 17.5\%$ ,

因此八年级全体同学物理和生物实验操作得满分的学生为:  $17.5\% \times 480 = 84$  (人).  $\dots\dots\dots 6$ 分

28. (1) 用直尺和圆规, 补全图 2 中的图形 (保留作图痕迹);



$\dots\dots\dots 2$ 分

(2) 完成下面的证明:

证明:  $\because$  直线  $MN$  是  $PA$  的垂直平分线,

$\therefore PO = AO, \angle POQ = \angle AOB = 90^\circ, \dots\dots\dots 4$  分

$\because OQ = OB, \dots\dots\dots 5$  分

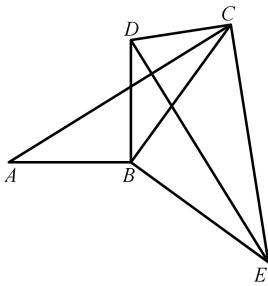
$\therefore \triangle POQ \cong \triangle AOB.$

$\therefore \angle QPO = \angle BAO$  (或  $\angle PQO = \angle ABO$ )  $\dots\dots\dots 6$  分

$\therefore PQ \parallel l$  (内错角相等, 两直线平行)  $\dots\dots\dots 7$  分



29. (1) 根据题意补全图形



$\dots\dots\dots 2$  分

(2) 结论:  $DC^2 + CE^2 = AC^2 \dots\dots\dots 3$  分

证明: 由题意可知  $\triangle ABC \cong \triangle DBE, \angle CBE = 90^\circ.$

$\therefore AC = DE, BC = BE \dots\dots\dots 4$  分

$\therefore \triangle CBE$  是等腰直角三角形.

$\therefore \angle BCE = 45^\circ \dots\dots\dots 5$  分

$\because \angle BCD = 45^\circ,$

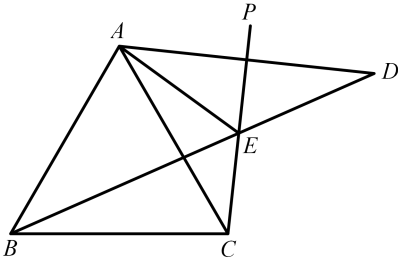
$\therefore \angle DCE = 90^\circ \dots\dots\dots 6$  分

在  $Rt\triangle DCE$  中

$\therefore DC^2 + CE^2 = DE^2 \dots\dots\dots 7$  分

$\therefore DC^2 + CE^2 = AC^2.$

30. (1) 依题意补全图形;



.....1分

(2) 解: 连接  $CD$ .

$\because$  线段  $AC$  和  $DC$  关于射线  $CP$  的对称,

$\therefore AC = DC, \angle ACE = \angle DCE = \alpha$  .....2分

$\because \triangle ABC$  是等边三角形,

$\therefore AC = BC, \angle ACB = 60^\circ$ .

$\therefore BC = DC, \angle BCD = 60^\circ + 2\alpha$ .

$\therefore \angle DBC = \angle BDC = \frac{1}{2}[180^\circ - (60^\circ + 2\alpha)] = 60^\circ - \alpha$  .....3分

(3)  $\angle AEB = 60^\circ$  .....4分

(4) 结论:  $BD = 2AE + CE$ .

证法一: 在  $EB$  上截取  $EF = EA$ , 连接  $AF$ .....5分

$\because \angle AEB = 60^\circ$ ,

$\therefore \triangle AEF$  是等边三角形,

$\therefore AF = AE, \angle FAE = 60^\circ$ .

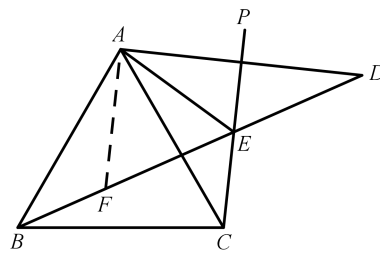
$\because \triangle ABC$  是等边三角形,

$\therefore AB = AC, \angle BAC = 60^\circ$ .

$\therefore \angle BAC - \angle FAC = \angle FAE - \angle FAC$ .

$\therefore \angle BAF = \angle CAE$ .

在  $\triangle BAF$  和  $\triangle CAE$  中



$$\therefore \begin{cases} AB = AC \\ \angle BAF = \angle CAE \\ AF = AE \end{cases}$$



$\therefore \triangle BAF \cong \triangle CAE$  (SAS)

$\therefore BF = CE$  (全等三角形的对应边相等) .....6分

$\therefore$  点  $A$  和点  $D$  关于射线  $CP$  的对称,

$\therefore AE = DE$  .....7分

$\therefore BD = BF + FE + ED = CE + 2AE$  .....8分

其它证法参照给分.

