



数 学

(考试时间：120 分钟 满分：100 分)

一、选择题：本大题共 16 分，每题 2 分。

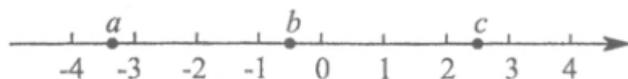
1. 中国国家航天局 2020 年 4 月 24 日在“中国航天日”之际宣布，将中国行星探测任务命名为“天问”，将中国首次火星探测任务命名为“天问一号”，火星具有与地球十分相近的环境，与地球最近的时候距离约 5500 万千米，将 5500 用科学记数法表示为

- A. 0.55×10^4 B. 5.5×10^3 C. 5.5×10^2 D. 55×10^2

2. 若一个多边形的内角和是 720° ，则这个多边形的边数是

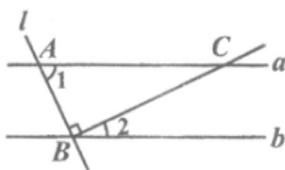
- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

3. 实数 a ， b ， c 在数轴上的对应点的位置如图所示，则下列结论正确的是



- A. $a > b > c$ B. $|b| > |a|$ C. $b + c < 0$ D. $ab > 0$

4. 如图，直线 $a \parallel b$ ，直线 l 与 a ， b 分别交于 A ， B 两点，过点 B 作 $BC \perp AB$ 交直线 a 于点 C ，若 $\angle 1 = 65^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为



- A. 25° B. 35° C. 65° D. 115°

5. 如果 $a + b = 2$ ，那么 $\frac{a^2}{a-b} + \frac{b^2}{b-a}$ 的值是

- A. 2 B. 4 C. -2 D. -4

6. 把直线 $l_1: y = 3x - 2$ 向右平移 2 个单位可以得到直线 l_2 ，要得到直线 l_2 ，也可以把直线 l_1

- A. 向上平移 2 个单位 B. 向下平移 2 个单位

C. 向上平移 6 个单位

D. 向下平移 6 个单位

7. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 P 在由直线 $y = -x + 3$, 直线 $y = 4$ 和直线 $x = 1$ 所围成的区域内或其边界上, 点 Q 在 x 轴上, 若点 R 的坐标为 $R(2,2)$, 则 $QP + QR$ 的最小值为

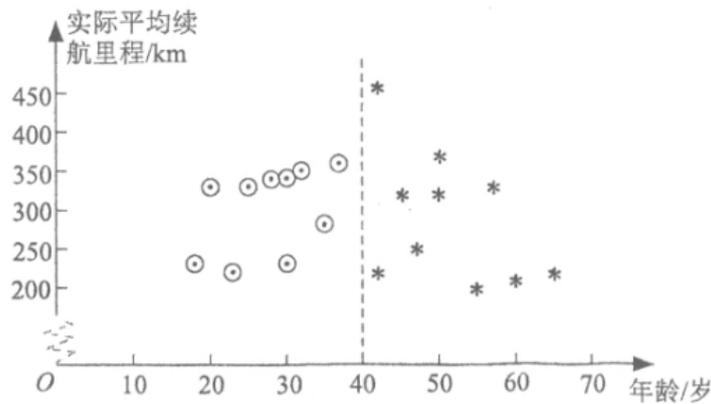
A. $\sqrt{17}$

B. $\sqrt{5} + 2$

C. $3\sqrt{5}$

D. 4

8. “实际平均续航里程”是指电动汽车的行驶总里程与充电次数的比值, 是反映电动汽车性能的重要指标, 厂家为了解某型号电动汽车的“实际平均续航里程”, 收集了使用该型号电动汽车 1 年以上的部分客户的相关数据, 按年龄不超过 40 岁和年龄在 40 岁以上将客户分为 A, B 两组, 从 A, B 组各抽取 10 位客户的电动汽车的“实际平均续航里程”数据整理成下图, 其中“ \odot ”表示 A 组的客户, “ $*$ ”表示 B 组的客户。



下列推断不正确的是

A. A 组客户的电动汽车的“实际平均续航里程”的最大值低于 B 组

B. A 组客户的电动汽车的“实际平均续航里程”的方差低于 B 组

C. A 组客户的电动汽车的“实际平均续航里程”的平均值低于 B 组

D. 这 20 位客户的电动汽车的“实际平均续航里程”的中位数落在 B 组

二、填空题: 本大题共 16 分, 每题 2 分。

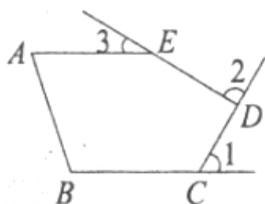
9. 若代数式 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____。

10. 分解因式 $m^3 - 4m =$ _____。

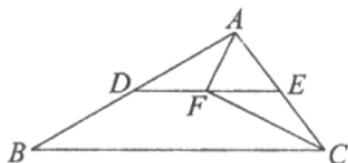
11. 一次函数 $y = -x + 2$ 的图象不经过第_____象限。

12. 如图, $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ 均是五边形 $ABCDE$ 的外角, $AE \parallel BC$, 则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$ _____。





13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=50^\circ$ ，点D，E分别是AB，AC的中点，若点F在线段DE上，且 $\angle AFC=90^\circ$ ，则 $\angle FAE$ 的度数为_____°。



14. 手工课上，老师将同学们分成A，B两个小组制作两个汽车模型，每个模型先由A组同学完成打磨工作，再由B组同学进行组装完成制作，两个模型每道工序所需时间如下：

模型	打磨（A组）	组装（B组）
模型 1	9 分钟	5 分钟
模型 2	6 分钟	11 分钟

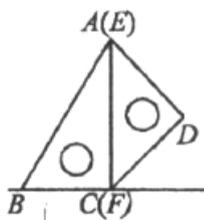
则这两个模型都制作完成所需的最短时间为_____分钟。

15. 正方形ABCD的边长为4，点M，N在对角线AC上（可与点A，C重合）， $MN=2$ ，点P，Q在正方形的边上，下面四个结论中，

- ①存在无数个四边形PMQN是平行四边形；②存在无数个四边形PMQN是菱形；
③存在无数个四边形PMQN是矩形；④至少存在一个四边形PMQN是正方形。

所有正确结论的序号是_____。

16. 如图所示，一副含 30° 和 45° 角的三角板ABC和EDF拼合在一个平面上，边AC与EF重合， $AC=12\text{cm}$ ，当点E从点A出发沿AC方向滑动时，点F同时从点C出发沿射线BC方向滑动，当点E从点A滑动到点C时，点D运动的路径长为_____cm。

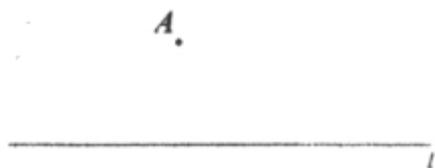


三、解答题：本题共 68 分，第 17—20 题，每小题 5 分，21 题 6 分，22 题 5 分，第 23—26 题，每小题 6 分，第 27 题 7 分，28 题 6 分

17. 计算： $\sqrt{18} - \left(-\frac{3}{7}\right)^0 - 2^{-1} - |-\sqrt{2}|$ 。

18. 解分式方程： $\frac{2}{x^2 - 4} + \frac{x}{x - 2} = 1$ 。

19. 下面是小星同学设计的“过直线外一点作已知直线的平行线”的尺规作图过程：



已知：如图，直线 l 和直线 l 外一点 A

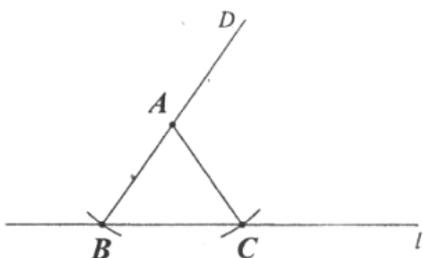
求作：直线 AP ，使得 $AP \parallel l$

作法：如图

- ①在直线 l 上任取一点 B (AB 与 l 不垂直)，以点 A 为圆心， AB 为半径作圆，与直线 l 交于点 C 。
- ②连接 AC ， AB ，延长 BA 到点 D ；
- ③作 $\angle DAC$ 的平分线 AP 。

所以直线 AP 就是所求作的直线

根据小星同学设计的尺规作图过程，





(1) 使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）

(2) 完成下面的证明

证明：∵ $AB = AC$ ，

∴ $\angle ABC = \angle ACB$ （_____）（填推理的依据）

∵ $\angle DAC$ 是 $\triangle ABC$ 的外角，

∴ $\angle DAC = \angle ABC + \angle ACB$ （_____）（填推理的依据）

∴ $\angle DAC = 2\angle ABC$

∵ AP 平分 $\angle DAC$ ，

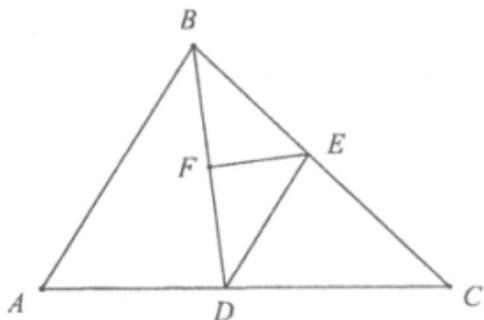
∴ $\angle DAC = 2\angle DAP$

∴ $\angle DAP = \angle ABC$

∴ $AP \parallel l$ （_____）（填推理的依据）

20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D ， $DE \parallel AB$ 交 BC 于点 E ， F 是 BD 中点。

求证： EF 平分 $\angle BED$ 。



21. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 4x + 3a - 1 = 0$ 有两个实数根。

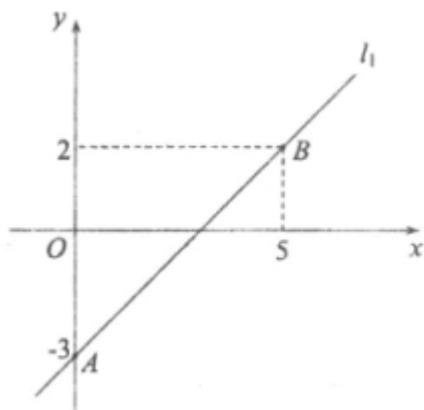
(1) 求实数 a 的取值范围；

(2) 若 a 为正整数，求方程的根。

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $l_1: y = k_1x + b$ 过 $A(0, -3), B(5, 2)$ ，直线 $l_2: y = k_2x + 2$ 。

(1) 求直线 l_1 的表达式；

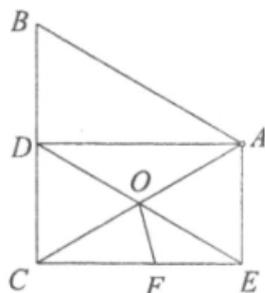
(2) 当 $x \geq 4$ 时，不等式 $k_1x + b > k_2x + 2$ 恒成立，请写出一个满足题意的 k_2 的值。



23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， AD 平分 $\angle BAC$ ， $CE \parallel AD$ 且 $CE = AD$ 。

(1) 求证：四边形 $ADCE$ 是矩形；

(2) 若 $\triangle ABC$ 是边长为4的等边三角形，对角线 AC ， DE 相交于点 O ，在 CE 上截取 $CF = CO$ ，连接 OF ，求四边形 $AOFE$ 的面积。

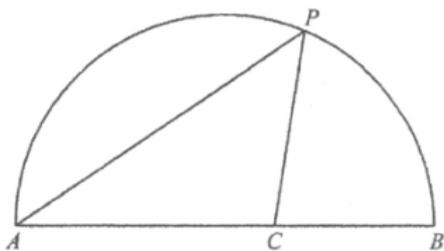


24. 我国的传统佳节端午节，历来有吃“粽子”的习俗，某食品加工厂拥有 A、B 两条不同的粽子生产线，原计划 A 生产线每小时加工粽子 400 个，B 生产线每小时加工粽子 500 个。

(1) 若生产线 A，B 一共加工 12 小时，且生产粽子总数量不少于 5500 个，则 B 生产线至少加工多少小时？

(2) 原计划 A，B 生产线每天均工作 8 小时，由于受其它原因影响，在实际生产过程中，A 生产线每小时比原计划少生产 $100a$ 个 ($a > 0$)，B 生产线每小时比原计划少生产 100 个，为了尽快将粽子投放到市场，A 生产线每天比原计划多工作 $2a$ 小时，B 生产线每天比原计划多工作 a 小时，这样一天恰好生产粽子 6400 个，求 a 的值。

25. 如图，点 P 是 AB 上一动点，连接 AP ，作 $\angle APC = 45^\circ$ ，交弦 AB 于点 C 。已知 $AB = 6\text{cm}$ ，设 A, P 两点间的距离为 $x\text{cm}$ ， P, C 两点间的距离为 $y_1\text{cm}$ ， A, C 两点间的距离为 $y_2\text{cm}$ 。（当点 P 与点 A 重合时， y_1, y_2 的值为 0；当点 P 与点 B 重合时， y_1 的值为 0， y_2 的值为 6）。



小元根据学习函数的经验，分别对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究。

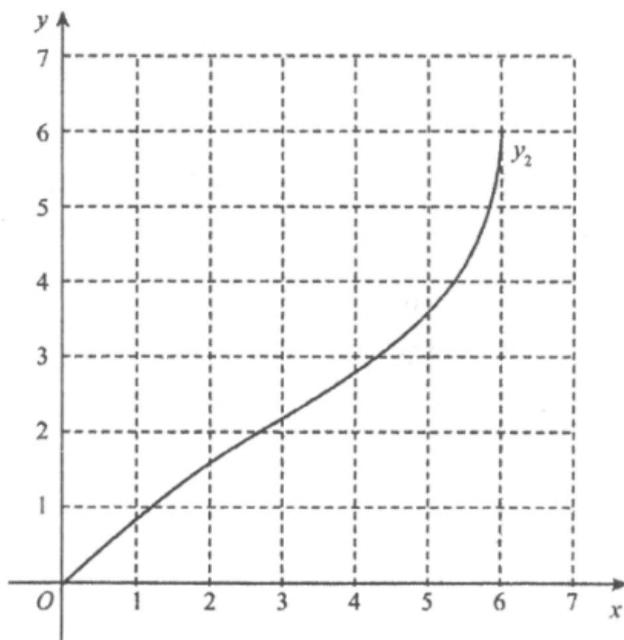
下面是小元的探究过程，请补充完整：

(1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到了 y 与 x 的几组对应值；

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	0	1.21	2.09	m	2.99	2.82	0
y_2/cm	0	0.87	1.57	2.20	2.83	3.61	6

经测量 m 的值是_____（保留一位小数）。

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_1) ， (x, y_2) ，并画出函数 y_1, y_2 的图象；



(3) 结合函数图象，解决问题：当 $\triangle ACP$ 为等腰三角形时， AP 的长度约为_____ cm （保留一位小数）。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(x, y)$ 经过变换 τ 得到点 $P'(x', y')$ ，该变换记作 $\tau(x, y) = (x', y')$ ，其中

$$\begin{cases} x' = ax + by, \\ y' = ax - by \end{cases} \quad (a, b \text{ 为常数}).$$



例如：当 $a=1$ ，且 $b=1$ 时， $\tau(-2,3)=(1,-5)$ 。

(1) 当 $a=1$ ，且 $b=-2$ 时， $\tau(0,1)=$ _____；

(2) 若 $\tau(12)=(0,-2)$ ，则 $a=$ _____， $b=$ _____；

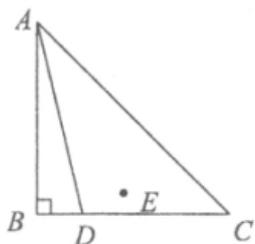
(3) 设点 $P(x,y)$ 是直线 $y=2x$ 上的任意一点，点 P 经过变换 τ 得到点 $P'(x',y')$ ，若点 P 与点 P' 重合，求 a 和 b 的值。

27. 已知：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AB=BC$ ，点 D 为线段 BC 上一动点（点 D 不与点 B 、 C 重合），点 B 关于直线 AD 的对称点为 E ，作射线 DE ，过点 C 作 BC 的垂线，交射线 DE 于点 F ，连接 AE 。

(1) 依题意补全图形；

(2) AE 与 DF 的位置关系是_____；

(3) 连接 AF ，点 D 在运动变化的过程中， $\angle DAF$ 的度数是否始终保持不变，如果不变请求出其度数，如果变化请说明理由。



28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对任意两点 $P_1(x_1,y_1), P_2(x_2,y_2)$ ，如果 $|x_1-x_2|+|y_1-y_2|=d$ ，则称 P_1 与 P_2 互为“ d -距点”。例如：点 $P_1(3,6), P_2(1,7)$ ，由 $d=|3-1|+|6-7|=3$ ，可得 P_1 与 P_2 互为“3-距点”。

(1) 在点 $D(-2,-2)$ ， $E(5,-1)$ ， $F(0,4)$ 中，原点 O 的“4-距点”是_____（填字母）；

(2) 已知点 $A(2,1)$ ，点 $B(0,b)$ ，过点 B 平行于 x 轴的直线 l 。

①当 $b=3$ 时，直线 l 上的点 A 的“2-距点”的坐标为_____；

②若直线 l 上存在点 A 的“2-距点”，在坐标系中画出这些 A 的“2-距点”组成的图形，并写出 b 的取值范围。



参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	D	A	A	D	A	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $x \geq 1$

10. $m(m+2)(m-2)$

11. 三

12. 180

13. 64

14. 22

15. ①②④

16. $24 - 12\sqrt{2}$

三、解答题（本题共 68 分，第 17—20 题，每小题 5 分，21 题 6 分，22 题 5 分，第 23—26 题，每小题 6 分，第 27 题 7 分，28 题 6 分）

17. 解：原式 $= 3\sqrt{2} - 1 - \frac{1}{2} - \sqrt{2}$

4 分

$$= 2\sqrt{2} - \frac{3}{2}.$$

5 分

18. 解：方程两边同时乘以 $x^2 - 4$ ，得 $2 + x(x+2) = x^2 - 4$ ，

3 分

解得， $x = -3$ 。

4 分

经检验， $x = -3$ 是原方程的解。

5 分

19. (1) 略

2 分

(2) 等腰三角形两个底角相等（简写成：“等边对等角”）

3 分

三角形的外角等于与它不相邻的两个内角和

4 分

同位角相等，两直线平行

5 分

20. 证明： \because BD 平分 $\angle ABC$

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD$$

1 分

$$\therefore DE \parallel AB$$



$\therefore \angle ABD = \angle BDE$

2分

$\therefore \angle CBD = \angle BDE$

3分

$\therefore EB = ED$

4分

$\because F$ 是 BD 中点

$\therefore EF$ 平分 $\angle BED$

5分

21. 解: (1) \because 关于 x 的方程 $x^2 - 4x + 3a - 1 = 0$ 有两个实数根,

$\therefore \Delta = (-4)^2 - 4(3a - 1) \geq 0$.

解得 $a \leq \frac{5}{3}$.

$\therefore a$ 的取值范围为 $a \leq \frac{5}{3}$.

(2) $\because a \leq \frac{5}{3}$, 且 a 为正整数,

$\therefore a = 1$,

3分

\therefore 方程 $x^2 - 4x + 3a - 1 = 0$ 可化为 $x^2 - 4x + 2 = 0$.

4分

\therefore 此方程的根为 $x_1 = 2 + \sqrt{2}, x_2 = 2 - \sqrt{2}$.

22. 解: (1) \because 直线 $l_1: y = k_1x + b$ 过 $A(0, -3), B(5, 2)$,

$\therefore \begin{cases} b = -3, \\ 5k_1 + b = 2. \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} k_1 = 1, \\ b = -3. \end{cases}$

\therefore 直线 l_1 的表达式为 $y = x - 3$.

3分

(2) 答案不唯一, 满足 $k_2 < -\frac{1}{4}$ 即可.

5分

23. (1) 证明: $\because CE \parallel AD$ 且 $CE = AD$,

\therefore 四边形 $ADCE$ 是平行四边形.

1分



又在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC, AD$ 平分 $\angle BAC$,

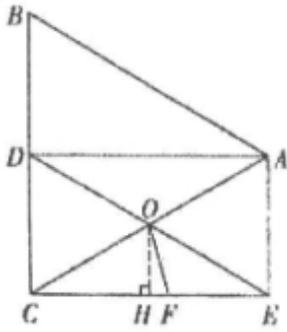
$\therefore AD \perp BC$,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $ADCE$ 是矩形。

2分

(2) 解: 作 $OH \perp CE$ 于点 H ,



$\therefore \triangle ABC$ 是边长为 4 的等边三角形, AD 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle BAC = 60^\circ, \angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ, CD = \frac{1}{2} BC = 2$,

由 (1) 知四边形 $ADCE$ 是矩形,

$\therefore AC$ 与 DE 互相平分, $OC = AO = \frac{1}{2} AC = 2$,

$\therefore FC = OC = 2$ 。

\therefore 在矩形 $ADCE$ 中, $\angle AEC = \angle DCE = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACE = \angle DAC = 30^\circ$,

在 $Rt\triangle COH$ 中, $OH = \frac{1}{2} OC = 1$,

$\therefore CH = EH = \sqrt{3}$ 。

$\therefore S_{\text{四边形}AOFE} = S_{\triangle ACE} - S_{\triangle FOC} = \frac{1}{2} AE \cdot CE - \frac{1}{2} CF \cdot OH = 2\sqrt{3} - 1$ 。

6分

24. (1) 解: 设 B 生产线加工 x 小时, 则 A 生产线加工 $(12 - x)$ 小时。

$$500x + 400(12 - x) \geq 5500,$$

2分



解得 $x \geq 7$ 。

3分

答：B生产线至少加工7小时。

$$(2) (400 - 100a)(8 + 2a) + (500 - 100)(8 + a) = 6400$$

4分

整理得， $-2a^2 + 4a = 0$ ，

解得 $a_1 = 2, a_2 = 0$ （不符合题意，舍去）

6分

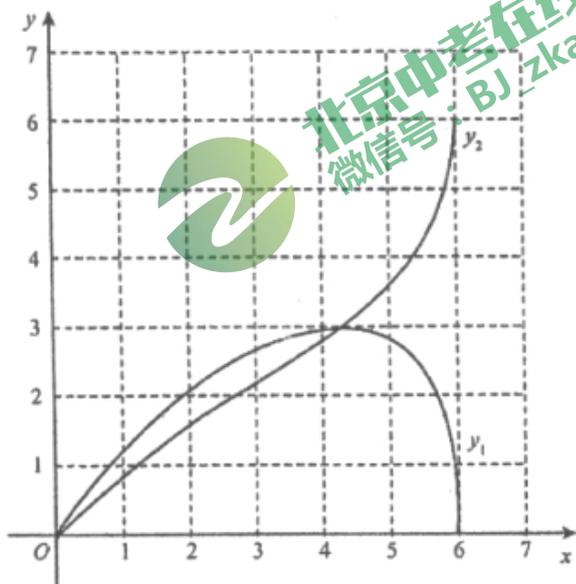
$\therefore a$ 的值为 2



25. 解：（1）2.7； (± 0.2)

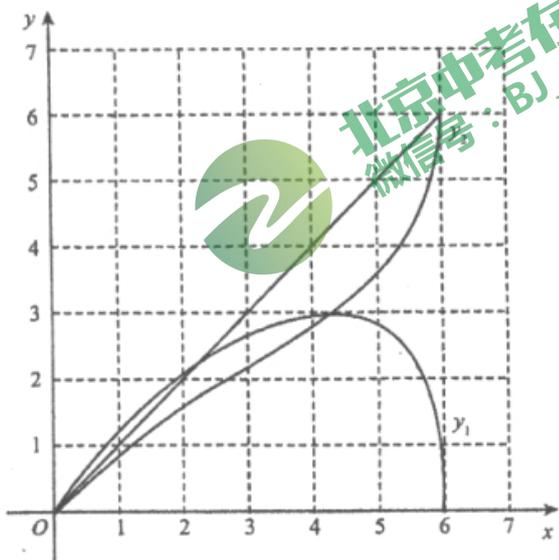
（2）如图；

3分



（3）2.3 或 4.2

6分





26. 解： (1) $\tau(0,1) = (-2,2)$;

1分

$$(2) a = -1, b = \frac{1}{2};$$

3分

(3) \because 点 $P(x,y)$ 经过变换 τ 得到的对应点 $P'(x',y')$ 与点 P 重合,

$$\therefore \tau(x,y) = (x,y),$$

\because 点 $P(x,y)$ 在直线 $y = 2x$ 上,

$$\therefore \tau(x,2x) = (x,2x),$$

$$\therefore \begin{cases} x = ax + 2bx, \\ 2x = ax - 2bx. \end{cases}$$

$$\text{即} \begin{cases} (1-a-2b)x = 0, \\ (2-a+2b)x = 0. \end{cases}$$

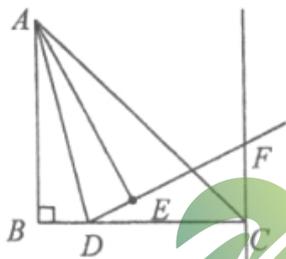
$\because x$ 为任意的实数,

$$\therefore \begin{cases} 1-a-2b = 0, \\ 2-a+2b = 0. \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} a = \frac{3}{2}, \\ b = -\frac{1}{4}. \end{cases}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = -\frac{1}{4}.$$



27. 解： (1) 补全图形如下:



1分

(2) AE 与 DF 的位置关系是互相垂直;

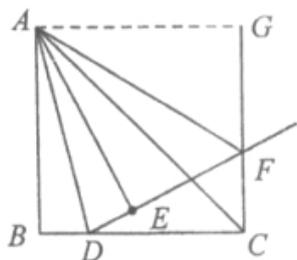
2分

(3) $\angle DAF = 45^\circ$

3分

(想法 1 图形)

证明如下: 过点 A 做 $AG \perp CF$ 于点 G, 依题意可知:



$\angle B = \angle BCG = \angle CGA = 90^\circ,$

$\therefore AB = BC,$

\therefore 四边形 ABCG 是正方形

4 分

$\therefore AG = AB, \angle BAG = 90^\circ$

$\therefore \square B$ 关于直线 AD 的对称点为 E,

$\therefore AB = AE, \angle B = \angle AED = 90^\circ, \angle BAD = \angle EAD.$

5 分

$\therefore AG = AE$

$\therefore AF = AF,$

$\therefore \text{Rt}\triangle AFG \cong \text{Rt}\triangle AFE \text{ (HL)},$

6 分

$\therefore \angle GAF = \angle EAF,$

$\therefore \angle BAG = 90^\circ,$

$\therefore \angle BAD + \angle EAD + \angle EAF + \angle GAF = 90^\circ,$

$\therefore \angle BAD = \angle EAD, \angle EAF = \angle GAF,$

$\therefore \angle EAD + \angle EAF = 45^\circ,$

即 $\angle DAF = 45^\circ.$

(想法 2 图形)

证明如下: 过点 B 作 $BG \parallel AF$, 交直线 FC 于点 G,

依题意可知: $\angle ABC = \angle BCF = 90^\circ$

$\therefore AB \parallel FG$

$\therefore AF \parallel BG$

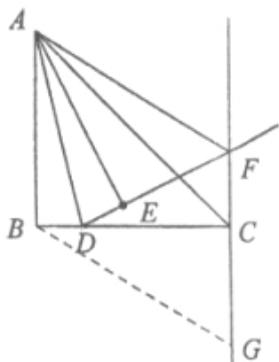
\therefore 四边形 ABGF 是平行四边形

4 分



$\therefore AF = BG, \angle BGC = \angle BAF,$

\therefore 点 B 关于直线 AD 的对称点为 E。



$\therefore AB = AE, \angle ABC = \angle AED = 90^\circ, \angle BAD = \angle EAD$

5 分

$\therefore AB = BC,$

$\therefore AE = BC$

$\therefore \text{Rt}\triangle AEF \cong \text{Rt}\triangle BCG \text{ (HL)}$

6 分

$\therefore \angle EAF = \angle CBG$

$\therefore \angle BCG = 90^\circ,$

$\therefore \angle BGC + \angle CBG = 90^\circ$

$\therefore \angle BAF + \angle EAF = 90^\circ$

$\therefore \angle BAD + \angle EAD + \angle EAF + \angle EAF = 90^\circ$

$\therefore \angle BAD = \angle EAD$

$\therefore \angle EAD + \angle EAF = 45^\circ$

即 $\angle DAF = 45^\circ$ 。

7 分

28. (1) D, F ;

2 分

(2) ① (2,3);

3 分

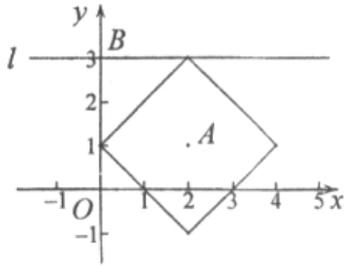
② 当直线 l 经过点 (2,3) 时, $b = 3$,

当直线 l 经过点 (2,-1) 时, $b = -1$,

所以若直线 l 上存在点 A 的“2-距点”,

图形

5分



则 b 的取值范围是 $-1 \leq b \leq 3$ 。

6分

