



北京二中教育集团 2023—2024 学年度第一学期

初三数学期中考试试卷

命题人：袁博

审核人：孙竹溪

线

考查目标
1. 知识：人教版九年级上册《一元二次方程》、《二次函数》、《旋转》、《概率》、《相似》、《锐角三角函数》的全部内容以及《圆》的部分内容。
2. 能力：数学运算能力，逻辑推理能力，阅读理解能力，实际应用能力，数形结合能力，分类讨论能力。

座位号

A 卷面成绩 90% (满分 90 分)	B 过程性评价 (满分 10 分)	学业成绩总评= A+B (满分 100 分)

考号

封

考生须知
1. 本试卷分为第 I 卷、第 II 卷和答题卡，共 16 页；其中第 I 卷 2 页，第 II 卷 6 页，答题卡 8 页。全卷共三大题，28 道小题。 2. 本试卷满分 100 分，考试时间 120 分钟。 3. 在第 I 卷、第 II 卷指定位置和答题卡的密封线内准确填写班级、姓名、考号、座位号。 4. 考试结束，将答题卡交回。

姓名

第 I 卷 (选择题 共 16 分)

一、选择题 (共 16 分，每题 2 分，以下每题只有一个正确的选项)

1. 下列所给图形是中心对称图形但不是轴对称图形的是 ()



2. 抛物线 $y = x^2 - 1$ 的顶点坐标 ()

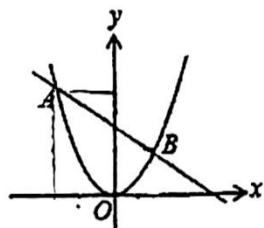
- A. (0,1) B. (0,-1) C. (1,0) D. (-1,0)

班级

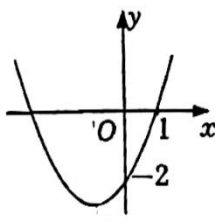
密



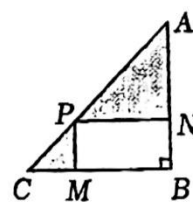
3. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\sin A=\frac{4}{5}$, 则 $\tan A$ 的值是 ()
- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{3}$
4. 已知 $x=2$ 是一元二次方程 $x^2-2mx+4=0$ 的一个解, 则 m 的值为 ()
- A. 2 B. 0 C. 0或2 D. 0或-2
5. 由抛物线 $y=-2x^2$ 平移而得到抛物线 $y=-2(x+1)^2-2$, 下列平移方法叙述正确的是 ()
- A. 先向右平移1个单位, 再向上平移2个单位
B. 先向右平移1个单位, 再向下平移2个单位
C. 先向左平移1个单位, 再向下平移2个单位
D. 先向左平移1个单位, 再向上平移2个单位
6. 如图, 抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=bx+c$ 的两个交点坐标分别为 $A(-2,4)$, $B(1,1)$, 则关于 x 的不等式 $ax^2-bx-c\geq 0$ 的解集为 ()
- A. $-2\leq x\leq 1$ B. $x\leq -2$ 或 $x\geq 1$
C. $1\leq x\leq 4$ D. $x\leq -2$ 或 $x\geq 1$



第6题图



第7题图



第8题图

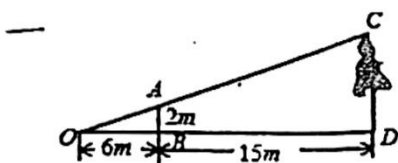
7. 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$)过点 $(1,0)$ 和点 $(0,-2)$, 且顶点在第三象限, 则下列判断错误的是 ()
- A. $a+b=2$ B. $0 < b < 2$
C. $-1 < a-b+c < 0$ D. 方程 $ax^2+bx+c-3=0$ 有两个不相等的实数根
8. 某小区有一块绿地如图中等腰直角 $\triangle ABC$ 所示, 计划在绿地上建造一个矩形的休闲书吧 $PMBN$, 其中点 P, M, N 分别在边 AC, BC, AB 上, 记 $PM=x, PN=y$, 图中阴影部分的面积为 S , 当 x 在一定范围内变化时, y 和 S 都随 x 的变化而变化, 则 y 与 x, S 与 x 满足的函数关系分别是 ()
- A. 正比例函数关系, 一次函数关系
B. 一次函数关系, 二次函数关系
C. 一次函数关系, 一次函数关系
D. 正比例函数关系, 二次函数关系



第II卷（非选择题 共84分）

二、填空题（共16分，每题2分）

9. 已知二次函数满足条件：① 图象过原点；② 当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而增大。请你写出一个满足上述条件的二次函数的解析式：_____。
10. 若 $A(-2, y_1)$ ， $B(1, y_2)$ 在二次函数 $y = -x^2 - 2x + 1$ 的图象上，则 y_1 与 y_2 的大小关系为_____：（用“>”、“<”或“=”连接）
11. 如图测量某棵树的高度，小明用长为 2 米的竹竿作测量工具，移动竹竿使竹竿顶端、树的顶端的影子恰好落在地面的同一点，此时竹竿与这一点相距 6 米，与树相距 15 米，则树高为_____米。



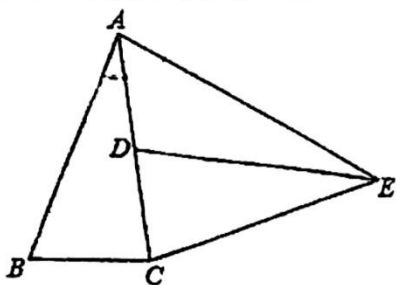
第11题图



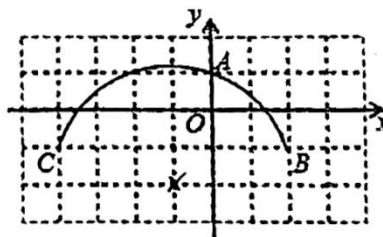
第12题图

12. 如图，小明同学用一张长 10 cm，宽 7 cm 的矩形纸板制作一个底面积为 20 cm^2 的无盖长方体纸盒，他将纸板的四个角各剪去一个同样大小的正方形，将四周向上折叠即可（损耗不计） 设剪去的正方形边长为 $x \text{ cm}$ ，则可列出关于 x 的方程为_____。

13. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 70^\circ$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转得 $\triangle EDC$ 。当点 B 的对应点 D 恰好落在 AC 上时， $\angle CAE =$ _____ $^\circ$ 。



第13题图



第14题图

14. 如图，方格纸上每个小正方形的边长均为 1 个单位长度，点 O ， A ， B ， C 在格点（两条网格线的交点叫格点）上，以点 O 为原点建立直角坐标系，则过 A ， B ， C 三点的圆的圆心坐标为_____。



15. 某学习小组做抛掷一枚纪念币的实验，整理同学们获得的实验数据，如下表.

抛掷次数	50	100	200	500	1000	2000	3000	4000	5000
“正面向上”的次数	19	38	68	168	349	707	1069	1400	1747
“正面向上”的频率	0.3800	0.3800	0.3400	0.3360	0.3490	0.3535	0.3563	0.3500	0.3494

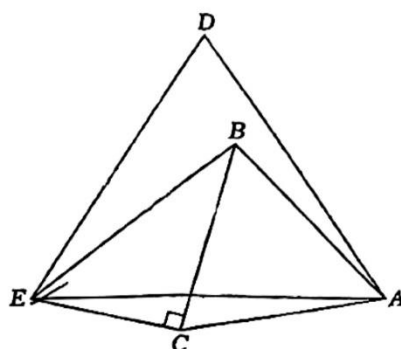
下面有三个推断:

- ① 在用频率估计概率时，用实验 5000 次时的频率 0.3494 一定比用实验 4000 次时的频率 0.3500 更准确;
- ② 如果再次做此实验，仍按上表抛掷的次数统计数据，那么在数据表中，“正面向上”的频率有更大的可能仍会在 0.35 附近摆动;
- ③ 通过上述实验的结果，可以推断这枚纪念币有很大的可能性不是质地均匀的.

其中正确的是_____.

16. 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形，连接 CE ， BE .

- (1) 若 $AE=4$ ，则 $\triangle ADE$ 面积为_____;
- (2) 若 $BC \perp CE$ ，且 $BE=4$ ，则 $\triangle ADE$ 面积的最大值为_____.



第 16 题图

三、解答题 (共 68 分，其中第 17-21、23 题每题 5 分，第 22、24-26 题每题 6 分，第 27-28 题 7 分)

17. 解下列方程: $2x^2 - 6x + 1 = 0$;

18. 《九章算术》是中国传统数学重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架.《九章算术》中记载：“今有圆材，埋在壁中，不知大小，以锯锯之，深一寸，锯道长一尺，问径几何？”(如图 1). 阅读完这段文字后，小琪画出了一个圆柱截面示意图(如图 2)，其中 $BO \perp CD$ 于点 A ，求问径就是要求 $\odot O$ 的直径，再次阅读后，发现 $AB=1$ 寸， $CD=1$ 尺(1 尺等于 10 寸)，请帮助小琪求出 $\odot O$ 的直径.

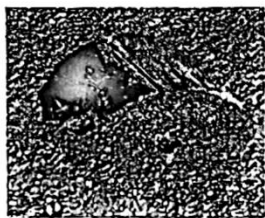


图1

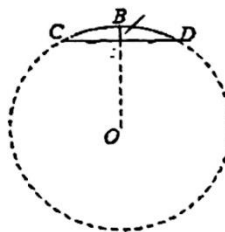


图2



19. 下面是小涵同学设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知：直线 l 及直线 l 外一点 P ，求作：直线 PQ ，使得 $PQ \parallel l$ 。

小涵同学的作法如下：

- (1) 在直线 l 的下方取一点 O ；
- (2) 以点 O 为圆心， OP 长为半径画圆， $\odot O$ 交直线 l 于点 A 、 B （点 A 在左侧），连接 AP ；
- (3) 以点 B 为圆心， AP 长为半径画圆，交 $\odot O$ 于点 Q 、 R （点 Q 与点 P 位于直线 l 同侧）；
- (4) 作直线 PQ ，所以直线 PQ 即为所求。

P .



请你依据小涵同学设计的尺规作图过程，完成下列问题：

- (1) 使用直尺和圆规，完成作图；（保留作图痕迹）
- (2) 完成下面的证明

证明：连接 BP ，

$$\because AP=BQ$$

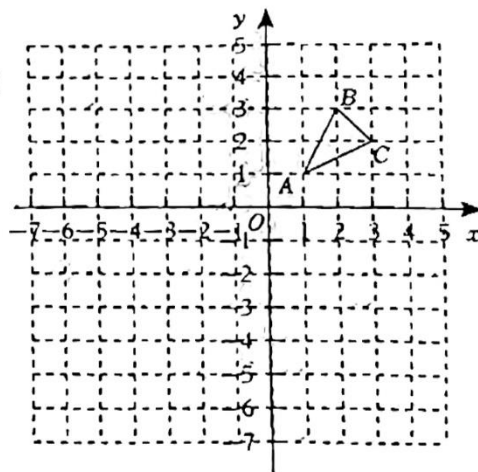
$$\therefore \widehat{AP}=\widehat{BQ} \text{ (} \underline{\hspace{2cm}} \text{) (填推理的依据)}$$

$$\therefore \angle PBA=\angle BPQ \text{ (} \underline{\hspace{2cm}} \text{) (填推理的依据)}$$

$$\therefore PQ \parallel l.$$

20. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle ABC$ 的顶点分别是 $A(1,1)$ ， $B(2,3)$ ， $C(3,2)$ 。

- (1) 作出 $\triangle ABC$ 关于原点 O 成中心对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
- (2) 以点 $(0,-1)$ 为旋转中心，将 $\triangle ABC$ 逆时针旋转 90° ，得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，请画出 $\triangle A_2B_2C_2$ ，并写出点 B 的对应点 B_2 的坐标。

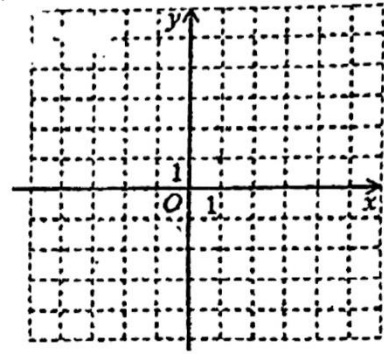




21. 一个二次函数图象上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表所示:

x	...	0	1	2	3	4	...
y	...	-3	-4	-3	0	5	...

- (1) 求这个二次函数的表达式;
- (2) 在给定的平面直角坐标系中画出这个二次函数的图象;
- (3) 当 $-2 < x < 2$ 时, 直接写出 y 的取值范围.

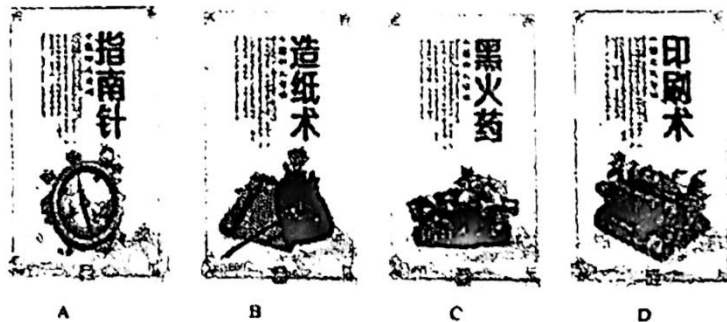


22. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 2x - 4 = 0$.

- (1) 当方程有两个实数根时, 求 m 的取值范围;
- (2) 在 (1) 的条件下, m 取最小的整数时求方程的解.

23. “四大发明”是指中国古代对世界具有很大影响的四种发明, 它是中国古代劳动人民的重要创造, 具体指: A 指南针、B 造纸术、C 黑火药和 D 印刷术四项发明. 如图是小明同学收集的中国古代四大发明的不透明卡片, 四张卡片除内容外其余完全相同, 将这四张卡片背面朝上进匀放好.

- (1) 小明从这四张卡片中随机抽取一张恰好是“造纸术”的概率为___;
- (2) 小明从这四张卡片中随机抽取一张后将卡片洗匀, 小刚再从剩下的三张卡片中随机抽取一张, 请用列表或画树状图的方法, 求两人抽到的卡片恰好是“指南针”和“黑火药”的概率.





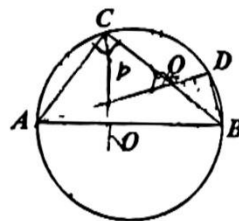
24. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 是 $\odot O$ 上一点, 点 C 是 \widehat{AD} 的中点, 连接 AD 、 BD 、 AC 、 BC , AD 与 BC 交于点 Q .

(1) 若 $\angle BAC = 60^\circ$, 则 $\angle CBD =$ _____ $^\circ$;

(2) 作 $CH \perp AB$ 于点 H , 交 AD 于点 P .

求证: P 是线段 AQ 的中点;

(3) 若 $\cos \angle BAC = \frac{3}{5}$, $BQ = 7$, 求 CQ 的长.



25. 某校九年级课外科技活动小组的同学们研制了一种航模飞机, 通过实验, 收集了飞机相对于出发点的飞行水平距离 x (单位: m)、飞行高度 y (单位: m) 随飞行时间 t (单位: s) 变化的数据如表.

飞行时间 t/s	0	2	4	6	8	...
飞行水平距离 x/m	0	10	20	30	40	...
飞行高度 y/m	0	18	32	42	48	...

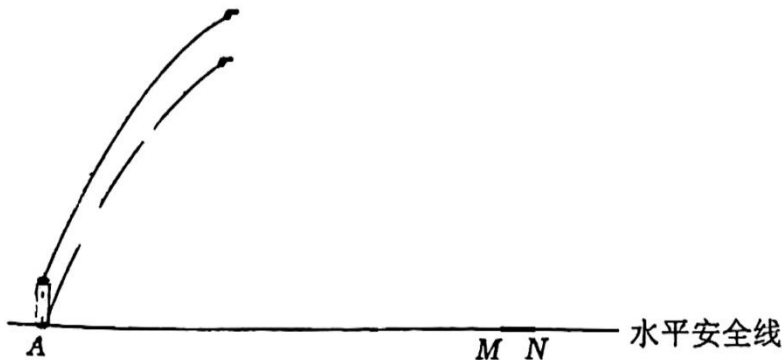
【探究发现】 x 与 t , y 与 t 之间的数量关系可用我们学过的函数来描述.

(1) 直接写出 x 关于 t 的函数解析式和 y 关于 t 的函数解析式 (不要求写出自变量的取值范围).

【问题解决】如图, 活动小组在水平安全线上 A 处设置一个高度可以变化的发射平台试飞该航模飞机. 根据上面的探究发现解决下列问题.

(2) 若发射平台相对于安全线的高度为 $0m$, 求飞机落到安全线时飞行的水平距离;

(3) 在安全线上设置回收区域 MN , $AM = 105m$, $MN = 5m$. 若飞机落到 MN 内 (不包括端点 M, N), 求发射平台相对于安全线的高度的变化范围.



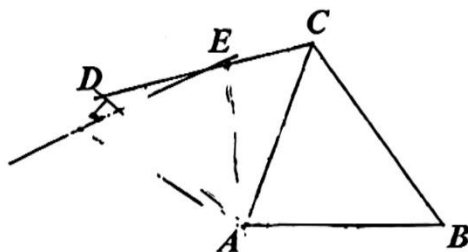


26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $(-2m+1, p)$ 和 (b, q) 是抛物线 $y = mx^2 + 2m^2x + n$ ($m \neq 0$) 上的点.

- (1) 当 $m=2$ 时, 求抛物线的对称轴, 并直接写出 p 与 n 的大小关系;
- (2) 若对于任意的 $2 \leq b \leq 3$, 都有 $q > n > p$, 求 m 的取值范围.

27. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC = \alpha$. 作点 B 关于直线 AC 的对称点 D , 连接 CD . 在线段 CD 上取一点 E , 连接 EA , 将线段 EA 绕点 E 顺时针旋转 α 度得到线段 EF , 连接 BF 交 AC 于点 M .

- (1) 请你依据题意, 补全图形;
- (2) 求 $\angle ACE$ 的度数; (用含有 α 的代数式表示)
- (3) 试判断 BM 和 MF 之间的数量关系, 并证明.



28. 对于平面直角坐标系 xOy 内的点 P 和点 Q , 给出如下定义: 若满足点 Q 绕点 P 旋转 α 度 ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 后落在半径为 1 的圆 O 上, 则称点 Q 是点 P 的关联点.

已知点 A 的坐标为 $(4, 3)$.

- (1) 点 $B_1(4, 0)$ 、 $B_2(-2, 3)$ 、 $B_3(6, -1)$ 中是点 A 的关联点的是 _____;
- (2) 点 $(m, 0)$ 是点 A 的关联点, 求 m 的取值范围;
- (3) 已知直线 $y = -x + b$ 交坐标轴于 M 、 N 两点, 若线段 MN 上的所有点都是点 A 的关联点, 直接写出 b 的取值范围.

