2022 北京陈经纶中学初二 6 月月考

数　　学

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）第 1～8 题均有四个选项，符合想意的选项只有一个.

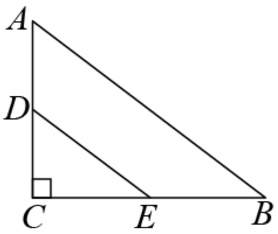
1. 式子 $\sqrt{x-5}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是（　）

A. $x \neq 0$　　B. $x \geqslant 5$　　C. $x \leq 5$　　D. $x > 5$

2. 下列运算正确的是（　　）

A. $\sqrt{5}+\sqrt{6}=\sqrt{11}$　　B. $3+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{(-4)\times(-9)}=6$　　D. $\frac{\sqrt{16}}{2}=\sqrt{\frac{16}{2}}=2\sqrt{2}$

3. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C$=90°，AC=6，BC=8，若 D，E 分别为边 AC．BC 的中点，则 DE 的长为（　　）



A. 10　　B. 5　　C. 4　　D. 3

4. 下列命题正确的是（　　）.

A. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形

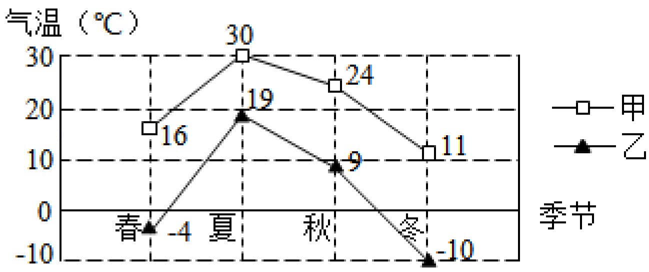
B. 对角线相等的四边形是矩形

C. 有一组邻边相等的四边形是菱形

D. 有一组邻边相等且有一个角是直角的平行四边形是正方形

5. 甲、乙两座城市某年四季的平均气温如图所示，下列说法正确的是（　）

四季平均气温折线统计图



A. 甲城市的年平均气温在 $30^{\circ}\mathrm{C}$ 以上

B. 乙城市的年平均气温在 $0^{\circ}\mathrm{C}$ 以下

C. 甲城市的年平均气温低于乙城市的年平均气温

D. 甲、乙两座城市中，甲城市四季的平均气温较为接近

6. 一次函数 y=﹣2x+3 的图象不经过的象限是(　)

A. 第一象限　　　　B. 第二象限　　　　C. 第三象限　　　　D. 第四象限

7. 图 1 是第七届国际数学教育大会（*ICME*﹣7）的会徽图案，它是由一串有公共顶点 *O* 的直角三角形（如图 2 所示）演化而成的．如果图 2 中的 $OA_1=A_1A_2=A_2A_3=\cdots A_7A_8=1$，那么 OA_8 的长为（　　）

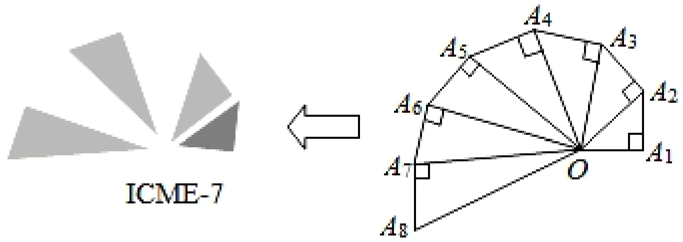
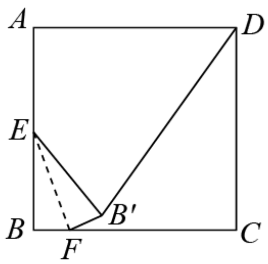


图1　　　　图2

A. $2\sqrt{2}$　　　　B. 3　　　　C. $\sqrt{10}$　　　　D. $\sqrt{11}$

8. 如图，正方形 *ABCD* 的边长为 2，*E* 为 *AB* 边的中点，点 *F* 在 *BC* 边上，点 *B* 关于直线 *EF* 的对称点记为 B'，连接 $B'D,B'E,B'F$．当点 *F* 在 *BC* 边上移动使得四边形 $BEB'F$ 成为正方形时，$B'D$ 的长为（　　）

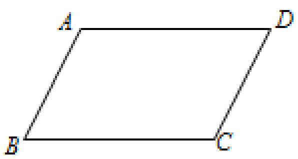


A. $\sqrt{2}$　　　　B. $\sqrt{3}$　　　　C. $2\sqrt{2}$　　　　D. 3

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

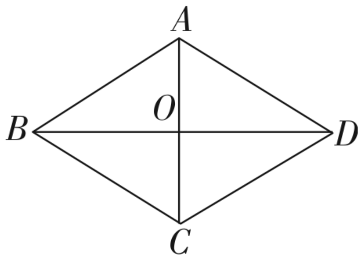
9. 计算：$\sqrt{5}\times\sqrt{10}=$___．

10. 如图，在▱*ABCD* 中，若∠*A*＝2∠*B*，则∠*D*＝________°．

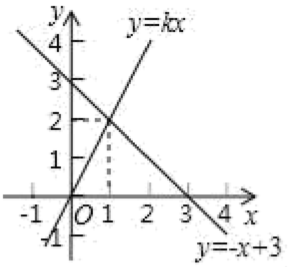


11. 若 $\sqrt{x+2}+\sqrt{y-3}=0$，则 xy 的值为______．

12. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O，若 $\angle ABC=60^\circ$，$OA=1$，则菱形的周长等于______．

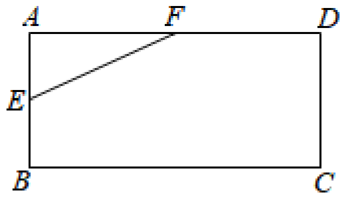


13. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx$ 和 $y=-x+3$ 的图象如图所示，则关于 x 的一元一次不等式 $kx<-x+3$ 的解集是_____.

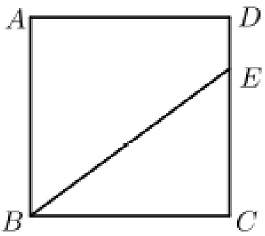


14. 已知一次函数 $y=kx+2(k\neq 0)$ 与 x 轴，y 轴分别交于点 A，点 B，若 $OB=2OA$，则 k 的值是____________.

15. 如图，矩形 $ABCD$ 中，E，F 分别是 AB，AD 的中点，若 $EF=3$，则 AC 的长是_______.



16. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 4，点 E 在 CD 边上，$CE=3$，若点 F 在正方形的某一边上，满足 $CF=BE$，且 CF 与 BE 的交点为 M．则 $CM=$_________.



三、解答题（本题共 52 分）

17. 计算：

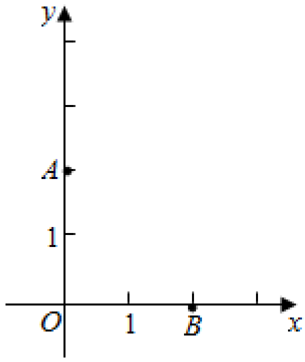
（1）$\sqrt{24}\div\sqrt{3}+\sqrt{18}$．

（2）$\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)+\sqrt{(-3)^2}$．

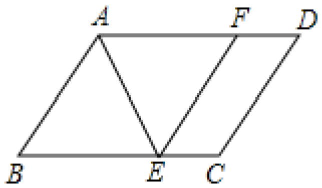
18. 在平面直角坐标系 xOy 中，$A(0，2)$，$B(2，0)$．四边形 $AOBC$ 的第四个顶点 C 在第一象限，$AC=1$，$BC=3$．

（1）尺规作图：作出四边形 $AOBC$（不要求写作法）；

（2）求$\angle OAC$的度数及四边形$AOBC$的面积．



19．如图，在▱$ABCD$中，点E在BC边上，AE平分$\angle BAD$，点F在AD边上，$EF\parallel AB$．



（1）求证：四边形$ABEF$是菱形；

（2）若$AB=2$，$BC=3$，点P在线段AE上运动，请直接回答当点P在什么位置时，$PC+PF$取得最小值，最小值是多少．

20．在平面直角坐标系xOy中，已知直线AB与x轴交于A点（2，0）与y轴交于点B（0，1）．

（1）求直线AB的解析式；

（2）点M（-1，y_1），N（3，y_2）在直线AB上，比较y_1与y_2的大小．

（3）若x轴上有一点C，且$S_{\triangle ABC}=2$，求点C的坐标

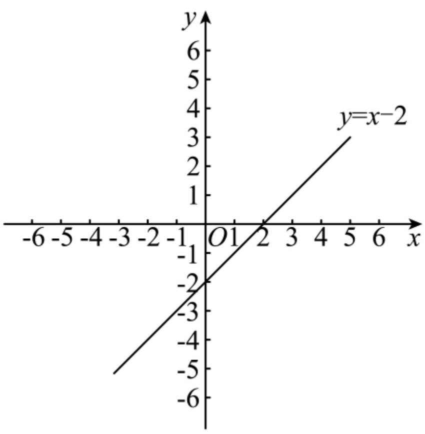
21．如图，在平面直角坐标系xOy中，直线$y=kx+2$与直线$y=x-2$交于点A（3，m）．

（1）求k、m的值；

（2）已知点P（n，n），过点P作垂直于y轴的直线，交直线$y=x-2$于点M，过点P作垂直于x轴的直线，交直线$y=kx+2$于点N．

①当$n=3$时，求$\triangle PMN$的面积；

②若$2<S_{\triangle PMN}<6$，结合函数的图象，直接写出n的取值范围．

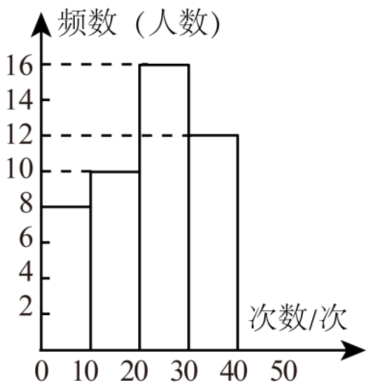


22. 垃圾分类是指按一定规定或标准将垃圾分类储存、投放和搬运，从而转变成公共资源的一系列活动的总称．做好垃圾分类有减少环境污染，节省土地资源等好处．平谷区广大党员积极参与社区桶前职守活动．其中，A 社区有 500 名党员，为了解本社区 3 月—4 月期间党员参加桶前职守的情况，A 社区针对桶前职守的时长随机抽取 50 名党员进行调查，并对数据进行了整理、描述和分析，下面给出了部分信息：

a．桶前职守时长的频数分布表

时长 x/小时	频数	频率
$0 \le x < 10$	8	0.16
$10 \le x < 20$	10	0.20
$20 \le x < 30$	16	b
$30 \le x < 40$	12	0.24
$40 \le x < 50$	a	0.08

b．桶前职守时长的频数分布直方图



c．其中，时长在 $20 \le x < 30$ 这一组的数据是：20 20 21 21 22 24 24 26 26 27 27 28 28 28 29 29．请根据所给信息，解答下列问题：

（1）a=______，b=______；

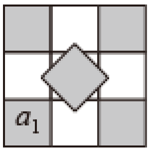
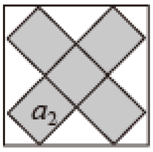
（2）请补全频数分布直方图；

（3）其中这 50 名党员桶前职守时长的中位数是______；

（4）估计 3 月—4 月期间 A 社区党员参加桶前职守的时长不低于 30 小时的有_______人．

23. 在边长为 1 的正方形中放置 5 个大小相同的小正方形，现在有如下两个放置方案（这两个方案中小正方形的边长分别为 a_1，a_2）：

	图形	边长满足的条件	边长的值

方案一		$\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)a_1=1$	$a_1=\frac{4-\sqrt{2}}{7}$
方案二		①______	②$a_2=$______

（1）补全表格；

（2）比较 a_1 与 a_2 的大小关系并说明理由.

24. 如图，正方形 $ABCD$ 中，E 是对角线 BD 上一点，连接 AE，过点 E 作 $EF\perp AE$，交直线 CB 于点 F.

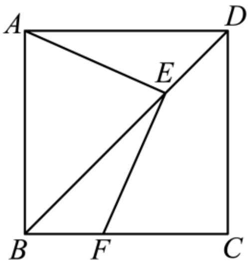


图1

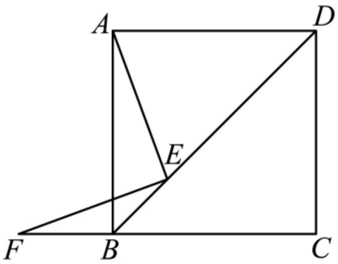


图2

（1）若点 F 在线段 BC 上，如图 1，

①若 $\angle BAE=\alpha$，直接写出 $\angle BFE$ 的大小（用含 α 的式子表示）；

②写出 EA 与 EF 的数量关系并加以证明；

（2）若点 F 在线段 CB 的延长线上，如图 2，用等式表示线段 BC，BE 和 BF 的数量关系并加以证明.

参考答案

一、选择题（本题共24分，每小题3分）第1～8题均有四个选项，符合想意的选项只有一个.

1. 【答案】B

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件列出不等式，解不等式得到答案.

【详解】解：由题意得，x-5≥0，

解得，x≥5，

故选：B.

【点睛】本题考查的是二次根式有意义的条件，掌握二次根式的被开方数是非负数是解题的关键.

2. 【答案】C

【解析】

【分析】根据二次根式的运算性质求解，逐项分析即可.

【详解】解：$\sqrt{5}$与$\sqrt{6}$不是同类项，不能合并，故A选项错误，不合题意；

$\sqrt{3}$与3不是同类项，不能合并，故B选项错误，不合题意；

$\sqrt{(-4)\times(-9)}=\sqrt{36}=6$，故C选项正确，符合题意；

$\frac{\sqrt{16}}{2}=\frac{4}{2}=2$，故D选项错误，不合题意；

故选C.

【点睛】本题考查二次根式，熟练掌握二次根式的运算法则是解题关键.

3. 【答案】B

【解析】

【分析】首先利用勾股定理可求出AB的长，再由三角形中位线定理可得到$DE=\frac{1}{2}AB$，问题得解.

【详解】解：∵在$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$AC=6$，$BC=8$，

∴$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=10$，

∵点D，E分别为AC，BC的中点，

∴DE是$\triangle ABC$的中位线，

∴$DE=\frac{1}{2}AB=5$，

故选:B.

【点睛】本题考查了三角形的中位线定理以及勾股定理的运用，熟记性质与定理是解题的关键.

4. 【答案】D

【解析】

【分析】根据平行四边形的判定方法对 A 进行判断；根据矩形的判定方法对 B 进行判断；根据菱形的判定方法对 C 进行判断；根据正方形的判定方法对 D 进行判断.

【详解】A、一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，所以 A 选项为假命题；

B、对角线相等的平行四边形是矩形，所以 B 选项为假命题；

C、有一组邻边相等的平行四边形是菱形，所以 C 选项为假命题；

D、有一组邻边相等且有一个角是直角的平行四边形是正方形，所以 D 选项为真命题.

故选：D.

【点睛】本题考查了命题与定理：命题的“真”“假”是就命题的内容而言．任何一个命题非真即假．熟练掌握特殊四边形的判定定理是关键.

5. 【答案】D

【解析】

【分析】利用折线图，求出甲、乙的平均气温即可判断.

【详解】解：由折线图可知，甲的年平均气温$=\dfrac{16+30+24+11}{4}=10.25^{\circ}\mathrm{C}$．故选项 A 不符合题意，

乙的年平均气温$=\dfrac{-4+19+9-10}{4}=3.5^{\circ}\mathrm{C}$，故选项$B$，$C$不符合题意.

故选：D.

【点睛】本题考查折线统计图，解题的关键是读懂图象信息，属于中考常考题型.

6. 【答案】C

【解析】

【详解】∵k=-2＜0，

∴一次函数经过二四象限；

∵b=3＞0，

∴一次函数又经过第一象限，

∴一次函数 y=-x+3 的图象不经过第三象限，

故选 C.

7. 【答案】A

【解析】

【分析】$OA_1=1$，根据勾股定理可得 $OA_2=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$OA_3=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$，找到 $OA_n=\sqrt{n}$ 的规律，即可计算 OA_8 的长.

【详解】解：∵$OA_1=1$，

∴由勾股定理可得 $OA_2=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，

$OA_3=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$，

…，

$\therefore OA_n=\sqrt{n}$，

$\therefore OA_8=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$．

故选：A．

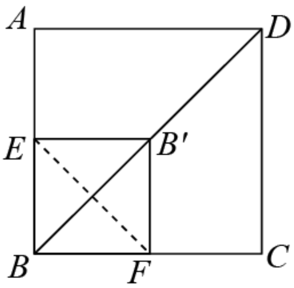
【点睛】本题考查了勾股定理，数字类的找规律，勾股定理求得 $OA_n=\sqrt{n}$ 是解题的关键．

8. 【答案】A

【解析】

【分析】连接 BB'，连接 BD，由正方形的性质可得 $BD=\sqrt{2}AB=2\sqrt{2}$，BD 平分 $\angle ABC$，$BB'=\sqrt{2}BE=\sqrt{2}$，BB'平分 $\angle ABC$，可证点 B，点 B'，点 D 三点共线，即可求解．

【详解】解：如图，连接 BB'，连接 BD，



∵四边形 $ABCD$ 是正方形，且边长为 2，

$\therefore BD=\sqrt{2}AB=2\sqrt{2}$，$BD$ 平分 $\angle ABC$，

∵点 E 是 AB 的中点，

$\therefore AE=BE=1$，

∵四边形 $BEB'F$ 是正方形，

$\therefore BB'=\sqrt{2}BE=\sqrt{2}$，$BB'$ 平分 $\angle ABC$，

∴点 B，点 B'，点 D 三点共线，

$\therefore B'D=BD-BB'=\sqrt{2}$．

故选：A．

【点睛】本题考查了正方形的性质，勾股定理等知识，掌握正方形的性质是本题的关键．

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9. 【答案】$5\sqrt{2}$

【解析】

【分析】根据二次根式的乘法法则计算即可．

【详解】解：原式$=\sqrt{5\times10}$

$=\sqrt{50}$

$=5\sqrt{2}$，

故答案为：$5\sqrt{2}$．

【点睛】本题考查了二次根式的乘法法则，熟练掌握二次根式的乘法法则是解决本题的关键．

10．【答案】60

【解析】

【分析】根据平行四边形的基本性质可知，平行四边形的邻角互补，由已知可得，$\angle A=3\angle B$ 且是邻角，故可得 $\angle B$ 的度数，利用 $\angle A=3\angle B$ 即可得出答案．

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $\angle B+\angle A=180°$，

又∵ $\angle A=2\angle B$，

∴ $3\angle B=180°$，

∴ $\angle B=60°$，

∴ $\angle D=\angle B=60°$，

故答案为：60．

【点睛】本题主要是考查了平行四边形的性质，掌握平行四边形的相邻角互为补角，对角相等是解答本题的关键．

11．【答案】-6

【解析】

【分析】根据算术平方根的非负性求出 x 和 y，即可求解．

【详解】解：由题意得，$\sqrt{x+2}=0$，$\sqrt{y-3}=0$，

∴ $x+2=0$，$y-3=0$，

∴ $x=-2$，$y=3$，

∴ $xy=-2\times3=-6$，

故答案为：-6．

【点睛】本题考查算术平方根的非负性，掌握“非负数之和等于 0 时，各项都等于 0”是解题的关键．

12．【答案】8

【解析】

【分析】利用菱形的性质求出 AC，再证 ΔABC 是等边三角形，得到菱形的边长，即可求解．

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$OA=1$，

∴ $AB=BC$，$AC=2OA=2$，

∵ $\angle ABC=60°$，

∴ ΔABC 是等边三角形，

∴ $AB=BC=AC=2$，

∴菱形的周长为：$4AB=4\times2=8$，

故答案为：8．

【点睛】本题考查菱形的性质，等边三角形的判定与性质，根据已知条件证明 ΔABC 是等边三角形是解题

的关键.

13. 【答案】$x<1$

【解析】

【分析】写出直线 $y=kx$ 在直线 $y=-x+3$ 下方所对应的自变量的范围即可.

【详解】观察图象即可得不等式 $kx<-x+3$ 的解集是 $x<1$.

【点睛】本题主要考查了一次函数的交点问题及一次函数与一元一次不等式之间的关系，会利用数形结合思想是解决本题的关键.

14. 【答案】2 或-2

【解析】

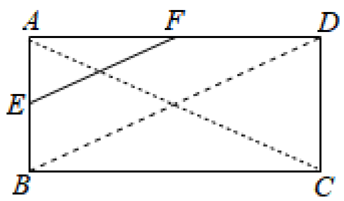
【详解】一次函数 y=kx+2(k≠0)与 y 轴的交点 B 的坐标为（0，2），所以 OB=2，因 OB=2OA，可得 OA=1，当点 A 的坐标为（1，0）时，代入即可求得 k=-2，当点 A 的坐标为（-1，0）时，代入即可求得 k=2，所以 k 的值是 2 或-2.

15. 【答案】6

【解析】

【分析】由三角形中位线定理可求 $BD=6$，由矩形的对角线的相等可求解.

【详解】解：如图连接 AC，BD，



∵E，F 分别是 AB，AD 的中点，$EF=3$，

∴$BD=2EF=6$，

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AC=BD=6$，

故答案为 6.

【点睛】本题考查了矩形的性质，三角形中位线定理，掌握矩形的对角线相等是解题的关键.

16. 【答案】$\frac{12}{5}$ 或 $\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】分两种情况进行讨论，点 F 在 AD 上或点 F 在 AB 上，依据全等三角形的性质以及矩形的性质，即可得到 CM 的长.

【详解】解：分两种情况：

①如图 1 所示，当点 F 在 AD 上时，

由 CF=BE，CD=BC，∠BCE=∠CDF=90°可得，Rt△BCE≌Rt△CDF（HL），

∴∠DCF=∠CBE，

又∵∠BCF+∠DCF=90°，

∴∠BCF+∠CBE=90°，

∴∠BMC=90°，即 CF⊥BE，

∵BC=4，CE=3，∠BCE=90°，

∴BE=5，

∴CM=$\frac{BC\times CE}{BE}=\frac{12}{5}$；

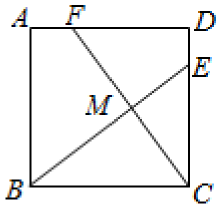


图1

②如图 2 所示，当点 F 在 AB 上时，

同理可得，Rt△BCF≌Rt△CBE（HL），

∴BF=CE，

又∵BF∥CE，

∴四边形 BCEF 是平行四边形，

又∵∠BCE=90°，

∴四边形 BCEF 是矩形，

∴CM=$\frac{1}{2}$BE=$\frac{1}{2}\times5=\frac{5}{2}$．

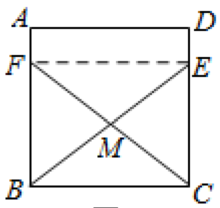


图2

故答案为：$\frac{12}{5}$或$\frac{5}{2}$．

【点睛】本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定与性质以及勾股定理的运用，全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具．在判定三角形全等时，关键是选择恰当的判定条件．

三、解答题（本题共 52 分）

17. 【答案】（1）$5\sqrt{2}$

（2）6

【解析】

【分析】（1）先计算二次根式的除法，利用二次根式性质化简后进行加法运算；

（2）先利用平方差公式计算二次根式的乘法，利用二次根式性质化简后进行加法运算．

【小问 1 详解】

解：$\sqrt{24}\div\sqrt{3}+\sqrt{18}=\sqrt{8}+\sqrt{18}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$；

【小问 2 详解】

解：$\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)+\sqrt{(-3)^2}=\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{9}=5-2+3=6$．

【点睛】本题考查二次根式的混合运算，熟练掌握二次根式的性质和运算法则是解题的关键．

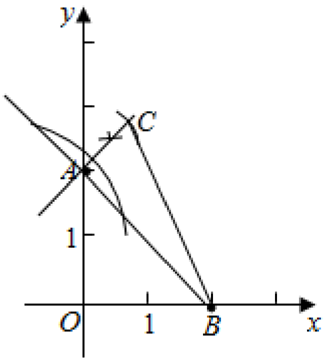
18. 【答案】（1）见解析；（2）135°，$2+\sqrt{2}$

【解析】

【分析】（1）利用数形结合的思想证明$\angle CAB=90°$，分别以A,B为圆心，$1,3$为半径作弧，两弧在第一象限交于点C，连接AC,BC,由此即可解决问题；

（2）证明$\angle OAB=45°,\angle CAB=90°$即可求出$\angle OAC$，利用$S_{四边形AOBC}=S_{\triangle AOB}+S_{ABC}$即可计算出．

【详解】解：（1）如图，分别以A,B为圆心，$1,3$为半径作弧，两弧在第一象限交于点C，连接AC,BC，四边形$AOBC$即为所求．



（2）∵$AC=1$，$BC=3$，

$AB=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

∴$AC^2+AB^2=BC^3$，

∴$\angle CAB=90°$，

∵$OA=OB=2$，$\angle AOB=90°$，

∴$\angle OAB=45°$，

∴$\angle OAC=135°$，

∴$S_{四边形AOBC}=S_{\triangle AOB}+S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times2\times2+\frac{1}{2}\times1\times2\sqrt{2}=2+\sqrt{2}$．

【点睛】本题考查作图能力、坐标与图形的性质、三角形的面积，解题的关键是：利用分割为规则图形的思想求解不规则图形的面积．

19. 【答案】（1）见解析　　（2）P点与E点重合时，$PC+PF$最小，最小值为3

【解析】

【分析】（1）根据对边平行可得四边形$ABEF$是平行四边形，根据平行线、角平分线的定义以及等角对等

边可得 $BA=BE$，进而证明四边形 $ABEF$ 是菱形；

（2）根据菱形的对称性可知 F 与 B 关于 AE 对称，根据点 P 在线段 AE 上，可得 $PC+PF=PC+PB\geq BC$，代入数值即可求解.

【小问 1 详解】

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD//BC$

$\therefore \angle DAE=\angle BEA$

$\because EF//AB$

$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 是平行四边形

$\because$ AE 平分 $\angle BAD$，

$\therefore \angle BAE=\angle DAE$

$\therefore \angle BEA=\angle BAE$

$\therefore BE=BA$

$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 是菱形

【小问 2 详解】

$\because$ 四边形 $ABEF$ 是菱形

$\therefore$ F 与 B 关于 AE 对称，

$\because$ $PC+PF=PC+PB\geq BC$， $BC=2$

$\therefore$ 当 P 点与 E 点重合时， $PC+PF$ 最小，最小值为 $BC=3$.

【点睛】本题考查了菱形的性质与判定，轴对称的性质求线段和的最值问题等，掌握菱形的性质与判定是解题的关键.

20. 【答案】（1） $y=-\dfrac{1}{2}x+1$；（2）$y_1>y_2$；（3） $C(6,0)$ 或 $(-2,0)$.

【解析】

【分析】（1）设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$（$k\neq0$），将点 A（2，0），B（0，1）代入，即可求解析式；

（2）由 $k=-\frac{1}{2}<0$，可知 y 值随 x 值的增大而减小，只要比较 - 1 与 3 的大小即可；

（3）设点 C（x，0），则 $AC=|2-x|$，由面积可得 $\frac{1}{2}\times|2-x|\times1=2$，求出 $x=-2$ 或 $x=6$ 即可求 C 点坐标.

【详解】（1）解：设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$

∵A（2，0）B（0,1）

$$\therefore \begin{cases}2k+b=0\\ b=1\end{cases}$$

解得：$k=-\dfrac{1}{2}$，$b=12$

∴直线 AB 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+1$

（2）∵$y=-\frac{1}{2}x+1$ 中 $k=-\frac{1}{2}<0$，

∴y 值随 x 值的增大而减小，

∵ $-1<3$，

∴$y_1>y_2$；

（3）∵x 轴上有一点 C，

设点 C（x，0），

∴$AC=|2-x|$，

∵$S_{\triangle ABC}=2$，

∴ $\frac{1}{2}\times|2-x|\times1=2$，

∴$x=-2$ 或 $x=6$，

∴C（-2，0）或 C（6，0）.

【点睛】本题考查一次函数的图象及性质，（3）问中，要注意 $AC=|2-x|$，从而确定 C 点有两个，切勿丢解.

21. 【答案】（1） $k=-\frac{1}{3},m=1$；（2）① $S_{\triangle PMN}=2$；② $-3<n<3$

【解析】

【分析】（1）把点 A 代入直线 $y=x-2$ 求点 A 的坐标，然后再代入直线 $y=kx+2$ 进行求解即可；

（2）①当 $n=3$ 时则有 $P(3,3)$，然后依据题意作出图象，进而根据三角形面积计算即可；②由题意易得点 P 在第一、三象限的角平分线上，当 $n=-3$ 时，△PMN 的面积为 6，进而问题可求解.

【详解】解：（1）把点 A 代入直线 $y=x-2$ 得：$m=3-2=1$，

∴ $A(3,1)$，

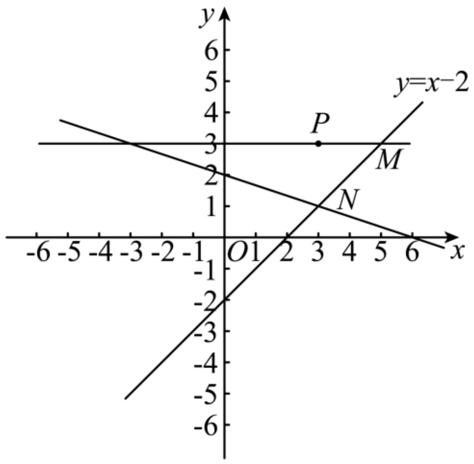
把 $A(3,1)$ 代入直线 $y=kx+2$ 得：$3k+2=1$，解得：$k=-\frac{1}{3}$；

（2）由（1）可得：$k=-\frac{1}{3}$，则有直线 $y=-\frac{1}{3}x+2$；

①∵$n=3$，

∴ $P(3,3)$，

由题意可得如图所示：



∵过点 P 作垂直于 y 轴的直线，交直线 $y=x-2$ 于点 M，过点 P 作垂直于 x 轴的直线，交直线 $y=kx+2$ 于点 N，

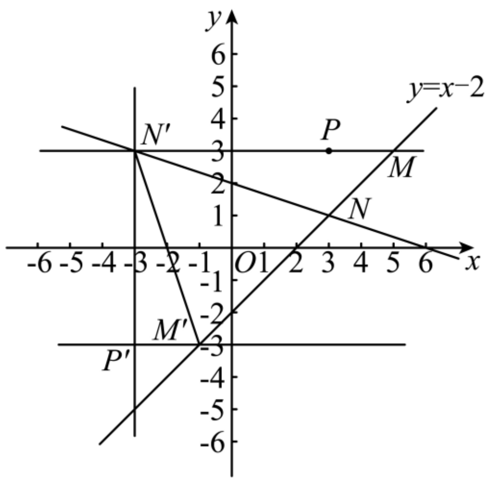
$\therefore M(5,3), N(3,1)$，

$\therefore MP=5-3=2, PN=3-1=2$，

$\therefore S_{\triangle PMN}=\dfrac{1}{2}PM\cdot PN=2$；

②由题意可知点 P（n，n）在直线 $y=x$ 上，由①可得当 $S_{\triangle PMN}>2$ 时，则有 $n<3$，

当 $n<0$ 时，则有如图所示：



$\therefore M'(n+2,n), N'\left(n,-\dfrac{1}{3}n+2\right)$，

$\therefore M'P'=n+2-n=2, PN=-\dfrac{1}{3}n+2-n=-\dfrac{4}{3}n+2$，

$\therefore S_{\triangle PMN}=\dfrac{1}{2}PM\cdot PN=-\dfrac{4}{3}n+2$，

当 $S_{\triangle PMN}=6$ 时，则有 $-\dfrac{4}{3}n+2=6$，

解得：$n=-3$，

∴当 $S_{\triangle PMN}<6$ 时，则有 $n>-3$，

综上所述：当 2＜$S_{\triangle PMN}$＜6 时，n 的取值范围为 $-3<n<3$．

【点睛】本题主要考查一次函数的综合，熟练掌握一次函数的图象与性质是解题的关键．

22. 【答案】（1）4， 0.32；（2）补全频数分布直方图见解析；（3）25；（4）160．

【解析】

【分析】（1）根据频率＝频数÷总数求解可得；

（2）根据（1）中 a 的值，即可将频数分布直方图补充完整；

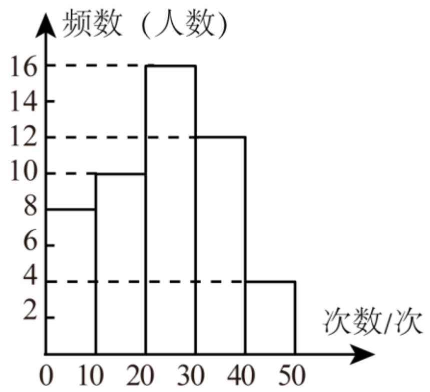
（3）根据中位数的概念找到第 25、26 个数据，再取其平均数即可得；

（4）用总人数乘以样本中参加桶前职守的时长不低于 30 小时的人数所占比例即可得．

【详解】解：（1）a＝0.08×50＝4，b＝16÷50＝0.32，

故答案为：4，0.32；

（2）补全直方图如下：



（3）随机抽取的 50 名党员桶前职守的时长的中位数是第 25、26 个数据的平均数，而第 25、26 个数据分别为 24、26，

所以随机抽取的 50 名党员桶前职守的时长的中位数是 $\dfrac{24+26}{2}$ ＝25；

故答案为：25；

（4）估计 3 月—4 月期间 A 社区党员参加桶前职守的时长不低于 30 小时的约有 500× $\dfrac{12+4}{50}$ ＝160（人），

故答案为：160．

【点睛】本题主要考查频数（率）分布直方图，解题的关键是掌握频率＝频数÷总数、中位数的概念及利用样本估计总体思想的运用．

23. 【答案】（1）$2\sqrt{2}a_2=1$，$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

（2）$a_1>a_2$，理由见解析

【解析】

【分析】（1）观察方案二图形可知小正方形对角线的2倍等于大正方形的边长，由此可解；

（2）a_1与a_2作差，看结果与0的关系即可判断．

【小问1详解】

解：∵小正方形的边长为a_2，

∴ 小正方形的对角线长为$\sqrt{a_2^{\ 2}+a_2^{\ 2}}=\sqrt{2}a_2$，

∴ $2\sqrt{2}a_2=1$，

∴ $a_2=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，

故答案为：$2\sqrt{2}a_2=1$，$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$；

【小问2详解】

解：$a_1>a_2$，理由如下：

$a_1-a_2=\dfrac{4-\sqrt{2}}{7}-\dfrac{\sqrt{2}}{4}=\dfrac{16-4\sqrt{2}-7\sqrt{2}}{28}=\dfrac{16-11\sqrt{2}}{28}$，

∵ $16^2=256$，$\left(11\sqrt{2}\right)^2=121\times2=242$，

∴ $16>11\sqrt{2}$，

∴ $a_1-a_2=\dfrac{16-11\sqrt{2}}{28}>0$，

∴ $a_1>a_2$．

【点睛】本题考查正方形的性质和二次根式，熟练掌握二次根式的性质和运算法则是解题的关键．

24．【答案】（1）①$\angle BFE=180°-\alpha$；②$EA=EF$；证明见解析；（2）$BC-BF=\sqrt{2}BE$，证明见解析．

【解析】

【分析】（1）①由$\angle AEF=\angle ABC=90°$可知：$\angle BFE=180°-\alpha$，②由正方形的轴对称性可证$\triangle ADE\cong\triangle CDE$得$AE=CE$，然后通过推导角得出$\angle EFC=\angle ECF$，从而$EF=EC$，即可证明$AE=EF$；

（2）作$EG\perp BD$交BC于点G，证$\triangle ABE\cong\triangle FGE(ASA)$，得$FG=AB=BC$，从而$FB=CG$，转化为$BG$与$BE$的数量关系解决问题．

【详解】（1）①∵ $EF\perp AE$，

∴$\angle AEF=90°$，

∵正方形$ABCD$，

∴$\angle ABC=90°$，

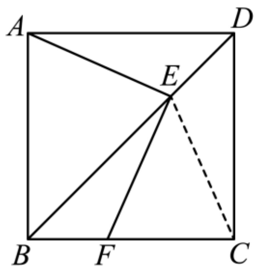
∴$\angle BAE+\angle BFE=180°$，

∵$\angle BAE=\alpha$，

∴$\angle BFE=180°-\alpha$

②$EA=EF$

连接 CE



∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AD=CD,\angle ADE=\angle CDE$,

∴$\triangle ADE\cong\triangle CDE$

∴$AE=CE$

∴$\triangle ABE\cong\triangle CBE$

∴$\angle BCE=\angle BAE=\alpha$

∵$\angle EFC=\angle BCE=\alpha$

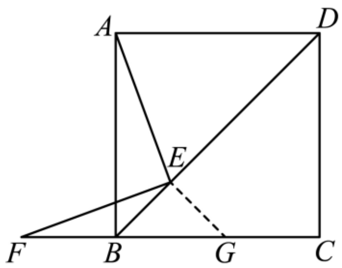
∴$EF=EC$

∴$EA=EF$

（2）$BC-BF=\sqrt{2}BE$

证明：如图，过点 E 作 $EG\perp EB$，交 BC 于点 G

∵$AE\perp FE$



∴$\angle AEB=\angle FEG$

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$\angle ABE=\angle EBG=45°$

∴$\angle EGB=45°$

∴$\angle ABE=\angle EGB$

∴$EB=EG$

∴$\triangle ABE \cong \triangle FGE$

∴$FG=AB=BC$

∴$FB=CG$

在 Rt$\triangle BEG$ 中，$BG=\sqrt{2}BE$

∴$BC-BF=BC-CG=BG=\sqrt{2}BE$.

即 $BC-BF=\sqrt{2}BE$

【点睛】本题主要考查了正方形的性质、三角形全等的判定与性质、等腰三角形的性质等知识，正确作出辅助线是解决问题的关键.