

初三数学

2021.1

考生须知

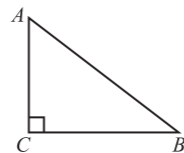
1. 本试卷共 6 页,共三道大题,25 道小题,满分 100 分.考试时间 120 分钟.
2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和考号.
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效.
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答.
5. 考试结束,将答题卡交回.

一、选择题(本题共 24 分,每小题 3 分)

第 1-8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个.

1. 如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=5$, $BC=4$,则 $\sin A$ 的值为

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{5}{4}$

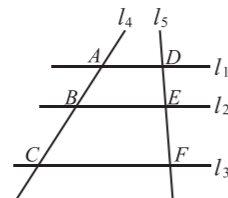


2. 若 $\frac{x}{y} = \frac{5}{2}$,则 $\frac{x+y}{y}$ 的值是

- A. $\frac{7}{2}$ B. 2 C. $\frac{3}{2}$ D. 1

3. 如图,直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$,直线 l_4, l_5 被 l_1, l_2, l_3 所截,截得的线段分别为 AB, BC, DE, EF . 若 $AB=4, BC=6, DE=3$,则 EF 的长是

- A. 4 B. 4.5 C. 5 D. 5.5

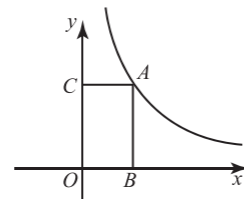


4. 将抛物线 $y=-2x^2$ 先向右平移 1 个单位,再向上平移 3 个单位,得到的抛物线是

- A. $y=-2(x+1)^2+3$ B. $y=-2(x-1)^2-3$
C. $y=-2(x+1)^2-3$ D. $y=-2(x-1)^2+3$

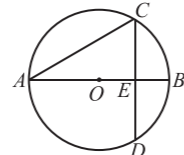
5. 如图,点 A 是函数 $y=\frac{6}{x}(x>0)$ 图象上的一点,过点 A 分别向 x 轴, y 轴作垂线,垂足为点 B, C,则四边形 ABOC 的面积是

- A. 3 B. 6 C. 12 D. 24



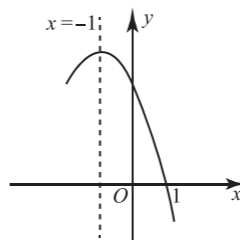
6. 如图, $\odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD,垂足为 E. 若 $\angle A=30^\circ, AC=2$,则 CD 的长是

- A. 4 B. $2\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$



7. 如图,抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 $(1,0)$,且对称轴为直线 $x=-1$,其部分图象如图所示. 下列说法正确的是

- A. $ac > 0$ B. $b^2-4ac < 0$
C. $9a-3b+c > 0$ D. $am^2+bm < a-b$ (其中 $m \neq -1$)

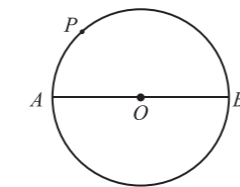


8. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径,点 P 是 $\odot O$ 上一个动点(点 P 不与点 A, B 重合),在点 P 运动的过程中,有如下四个结论:

- ①至少存在一点 P,使得 $PA > AB$; ②若 $\widehat{PB} = 2\widehat{PA}$,则 $PB = 2PA$;
③ $\angle PAB$ 不是直角; ④ $\angle POB = 2\angle OPA$.

上述结论中,所有正确结论的序号是

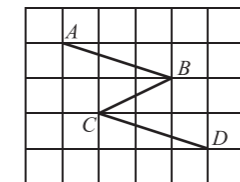
- A. ①③ B. ③④ C. ②③④ D. ①②④



二、填空题(本题共 24 分,每小题 3 分)

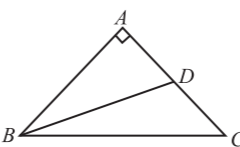
9. 若反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象分布在第二、第四象限,则 m 的取值范围是_____.

10. 如图所示的网格是正方形网格, A, B, C, D 是网格线的交点,则 $\angle ABC$ 与 $\angle BCD$ 的大小关系为: $\angle ABC$ _____ $\angle BCD$ (填“>”, “=”或“<”).



11. 抛物线 $y=-3(x-2)^2-4$ 的顶点坐标是_____.

12. 如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ, AB=AC, BD$ 是 AC 边上的中线,则 $\tan \angle ADB$ 的值是_____.



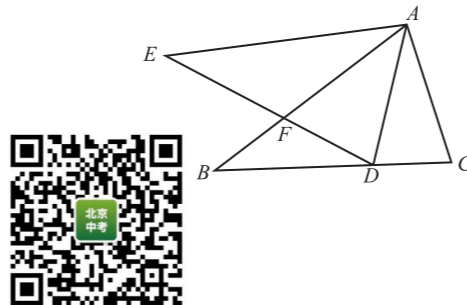
13. 若扇形的圆心角为 120° ,半径为 2,则该扇形的面积是_____ (结果保留 π).

14. 请你写出一个函数,使得当自变量 $x > 0$ 时,函数 y 随 x 的增大而增大,这个函数的解析式可以是_____.

15. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$,将 $\triangle ABC$ 以点 A 为中心顺时针旋转,得到 $\triangle AED$,点 D 在 BC 上, DE 交 AB 于点 F. 如下结论中,

- ① DA 平分 $\angle EDC$;
② $\triangle AEF \sim \triangle DBF$;
③ $\angle BDF = \angle CAD$;
④ $EF = BD$.

所有正确结论的序号是_____.



16. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 经过 $A(2,0), B(4,0)$ 两点. 若 $P(5, y_1), Q(m, y_2)$ 是抛物线上的两点,且 $y_1 > y_2$,则 m 的取值范围是_____.

三、解答题(本题共 52 分,第 17-21 题,每小题 5 分,第 22 题 6 分,第 23-25 题,每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $2\sin 45^\circ + |\sqrt{2}-1| - \tan 60^\circ + (\pi-2)^0$.

18. 已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 $(1,-4), (0,-3)$.

- (1) 求抛物线的解析式;
(2) 求抛物线与 x 轴的交点坐标.

19. 下面是小青设计的“作一个 30° 角”的尺规作图过程.

已知: 线段 AB.



求作: $\angle APB$, 使得 $\angle APB = 30^\circ$.

作法:

- ① 分别以点 A, B 为圆心, AB 的长为半径作弧, 两弧分别交于 C, D 两点;
- ② 以点 C 为圆心, CA 的长为半径作 $\odot C$;
- ③ 在优弧 AB 上任意取一点 P (点 P 不与点 A, B 重合), 连接 PA, PB.

则 $\angle APB$ 就是所求作的角.

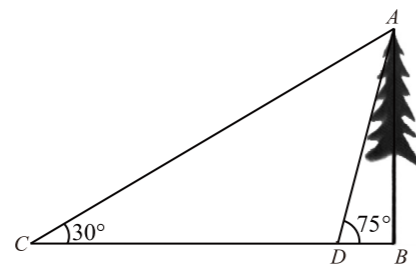
根据小青设计的尺规作图过程,

- (1) 使用直尺和圆规补全图形(保留作图痕迹);
(2) 完成下面的证明.

证明: 连接 AC, BC.

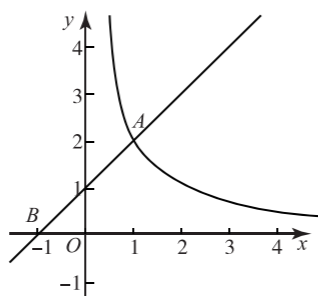
- $\because AC = BC = AB$,
 $\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.
 $\therefore \angle ACB = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.
 $\because P$ 是优弧 AB 上一点,
 $\therefore \angle APB = \frac{1}{2} \angle ACB$ (_____) (填写推理依据).
 $\therefore \angle APB = 30^\circ$.

20. 在数学活动课上,老师带领学生测量校园中一棵树的高度.如图,在树前的平地上选择一点 C ,测得树的顶端 A 的仰角为 30° ,在 C, B 间选择一点 D (C, D, B 三点在同一直线上),测得树的顶端 A 的仰角为 75° , CD 间距离为 20m ,求这棵树 AB 的高度(结果保留根号).



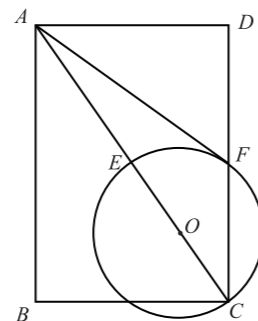
21. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,直线 $l: y=kx+1$ ($k \neq 0$) 与函数 $y=\frac{m}{x}$ ($x>0$) 的图象 G 交于点 $A(1,2)$,与 x 轴交于点 B .

- (1) 求 k, m 的值;
 (2) 点 P 为图象 G 上一点,过点 P 作 x 轴的平行线 PQ 交直线 l 于点 Q ,作直线 PA 交 x 轴于点 C ,若 $S_{\triangle APQ} : S_{\triangle ACB} = 1 : 4$,求点 P 的坐标.



22. 如图,在矩形 $ABCD$ 中,点 O 在对角线 AC 上,以 O 为圆心, OC 的长为半径的 $\odot O$ 与 AC, CD 分别交于点 E, F ,且 $\angle DAF = \angle BAC$.

- (1) 求证:直线 AF 与 $\odot O$ 相切;
 (2) 若 $\tan \angle DAF = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $AB=4$,求 $\odot O$ 的半径.



23. 在平面直角坐标系 xOy 中,抛物线 $y=ax^2+bx+a+1$ ($a<0$) 的对称轴为直线 $x=1$.

- (1) 用含有 a 的代数式表示 b ;
 (2) 求抛物线顶点 M 的坐标;
 (3) 横、纵坐标都是整数的点叫整点.过点 $P(0, a)$ 作 x 轴的平行线交抛物线于 A, B 两点.

记抛物线在点 A, B 之间的部分与线段 AB 围成的区域(不含边界)为 W .

- ① 当 $a=-1$ 时,直接写出区域 W 内整点的个数;
 ② 若区域 W 内恰有 3 个整点,结合函数图象,求 a 的取值范围.

24. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, D 是射线 CA 上一点,连接 BD ,以点 B 为中心,将线段 BD 顺时针旋转 60° ,得到线段 BE ,连接 AE .

- (1) 如图 1,当点 D 在线段 CA 上时,连接 DE ,若 $DE \perp AB$,则线段 AE, BE 的数量关系是_____;
 (2) 当点 D 在线段 CA 的延长线上时,依题意补全图形 2.
 ① 探究线段 AE, BE 的数量关系,并证明;
 ② 直接写出线段 CD, AB, AE 之间的数量关系.

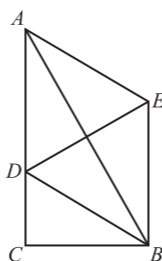


图 1

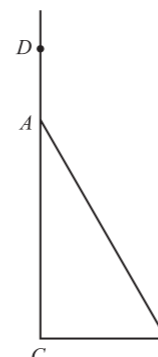


图 2

25. 在平面直角坐标系 xOy 中,已知线段 AB 和点 P ,给出如下定义:若 $PA=PB$ 且点 P 不在线段 AB 上,则称点 P 是线段 AB 的等腰顶点.特别地,当 $\angle APB \geq 90^\circ$ 时,则称点 P 是线段 AB 的非锐角等腰顶点.

- (1) 已知点 $A(2,0), B(4,2)$.

- ① 在点 $C(4,0), D(3,1), E(-1,5), F(0,5)$ 中,是线段 AB 的等腰顶点的是_____;
 ② 若点 P 在直线 $y=kx+3$ ($k \neq 0$) 上,且点 P 是线段 AB 的非锐角等腰顶点,求 k 的取值范围;

- (2) 直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$ 与 x 轴交于点 M ,与 y 轴交于点 N . $\odot P$ 的圆心为 $P(0, t)$,半径为 $\sqrt{3}$,若 $\odot P$ 上存在线段 MN 的等腰顶点,请直接写出 t 的取值范围.

