

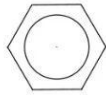


班级 \_\_\_\_\_ 分层班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_

### 2023-2024 学年第一学期初三数学期中模拟试卷

#### 一、选择题(共 8 小题, 每小题 2 分, 满分 16 分)

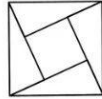
1. 下列图形中, 是中心对称图形但不是轴对称图形的是( )



A.



B.



C.



D.

2. 关于二次函数  $y=x^2-4x-3$ , 下列说法正确的是( )

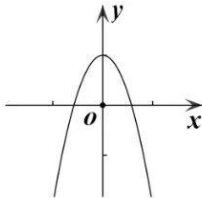
- A. 它的图象的顶点坐标为  $(-2, -7)$       B. 当  $x>2$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小  
 C. 它的图象关于直线  $x=-2$  对称      D. 图象与  $y$  轴的交点坐标为  $(0, -3)$

3. 已知  $x=1$  是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+(2m+1)x-1=0$  的一个实数根, 则  $m$  的值为( )

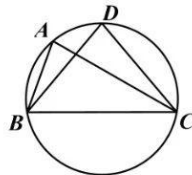
- A.  $-1$       B.  $0$       C.  $1$       D.  $-\frac{1}{2}$

4. 二次函数  $y=-3x^2+1$  的图象如图, 将其绕顶点旋转  $180^\circ$  后得到的抛物线的解析式为( )

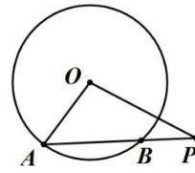
- A.  $y=-3x^2-1$       B.  $y=3x^2$       C.  $y=3x^2+1$       D.  $y=3x^2-1$



4 题图



5 题图



6 题图

5. 如图,  $A, B, C$  三点在已知的圆上, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC=70^\circ, \angle ACB=30^\circ, D$  是  $\widehat{BAC}$  的上一一点, 分别连接  $DB, DC$ , 则  $\angle D$  的度数为( )

- A.  $30^\circ$       B.  $80^\circ$       C.  $90^\circ$       D.  $70^\circ$

6. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的弦, 点  $P$  是弦  $AB$  延长线上的一点, 分别连接  $OA, OP$ , 若  $OA=3, OP=4, \angle P=30^\circ$ , 则弦  $AB$  的长为( )

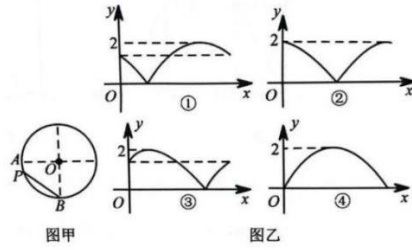
- A.  $2\sqrt{5}$       B.  $2\sqrt{3}$       C.  $\sqrt{5}$       D.  $2$

7. 已知二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图象与  $x$  轴交于  $(-1, 0)$  和  $(x_1, 0)$ , 其中  $1<x_1<2$ , 与  $y$  轴交于正半轴上一点. 下列说法正确的是( )

- A.  $ac>0$       B.  $b<0$       C.  $a-b+c>0$       D.  $a+0.5b+0.25c<0$



8. 如图甲,  $A, B$  是半径为 1 的  $\odot O$  上两点, 且  $OA \perp OB$ , 点  $P$  从  $A$  出发, 在  $\odot O$  上以每秒一个单位的速度匀速运动, 回到点  $A$  运动结束, 设运动时间为  $x$  秒, 弦  $BP$  的长度为  $y$ , 那么如图乙的四个图象中可能表示  $y$  与  $x$  的函数关系的是( )



- A. ① B. ④ C. ①或③ D. ②或④

二、填空题(共 8 小题, 每小题 2 分, 满分 16 分)

9. 若二次函数  $y = x^2 + mx + m - 3$  的图象经过点  $(0, 2)$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

10. 若方程  $(m-1)x^{m+1} + x - 3 = 0$  是关于  $x$  的一元二次方程, 则  $m$  的值为 \_\_\_\_\_.

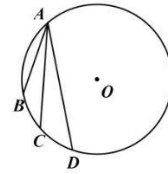
11. 一个扇形的弧长为  $\frac{4}{3}\pi$ , 半径为 6, 则此扇形的圆心角度数为 \_\_\_\_\_°, 此扇形的面积为 \_\_\_\_\_.

12. 已知  $\odot O$  的半径为 5, 点  $P$  到圆心  $O$  的距离为 8, 那么点  $P$  与  $\odot O$  的位置关系是 \_\_\_\_\_.

13. 对于二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ ,  $y$  与  $x$  的部分对应值如表所示,  $x$  在某一范围内,  $y$  随  $x$  的增大而减小, 写出一个符合条件的  $x$  的取值范围 \_\_\_\_\_.

$x$	...	-3	-2	0	1	2	...
$y$	...	-2	1	1	-2	-7	...

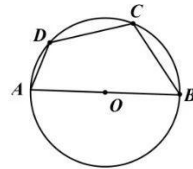
14. 如图, 四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ,  $AB$  为直径,  $\widehat{CD} = \widehat{BC}$ , 若  $\angle C = 110^\circ$ , 则  $\angle B =$  \_\_\_\_\_°.



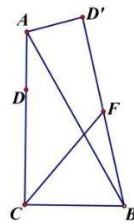
15. 如图,  $AB, AC, AD$  分别是  $\odot O$  内接正六边形、正方形、等边三角形的一边. 若  $\odot O$  的半径为 2, 下面四个结论中,

- ①  $AB = 1$ ;                      ②  $\widehat{AC}$  的长为  $2\pi$ ;  
 ③ 点  $B$  为  $\widehat{AD}$  的中点;        ④  $AC$  平分  $\angle BAD$ .

其中所有正确结论的序号是 \_\_\_\_\_.



16. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $BC = 6$ , 点  $D$  是边  $AC$  上一点且  $AD = 2\sqrt{3}$ , 将线段  $AD$  绕点  $A$  逆时针旋转得线段  $AD'$ , 点  $F$  始终为  $BD'$  的中点, 若  $AD$  绕点  $A$  旋转一周, 则线段  $CF$  的最大值为 \_\_\_\_\_, 此时旋转角  $\angle DAD' =$  \_\_\_\_\_°.





班级 \_\_\_\_\_ 分层班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_

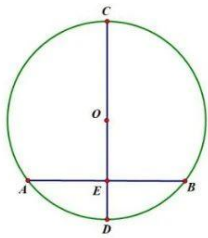
三、解答题(共 12 小题, 满分 68 分,17-19,21-23 每题 5 分, 20,24-26 每题 6 分, 27,28 每题 7 分)

17. 解方程:  $x^2-6x+2=0$

18. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2-3mx+2m^2=0$

- (1) 求证: 不论  $m$  为何值, 该方程总有两个实数根;
- (2) 若  $m>0$ , 该方程的两个根差为 1, 求  $m$  的值.

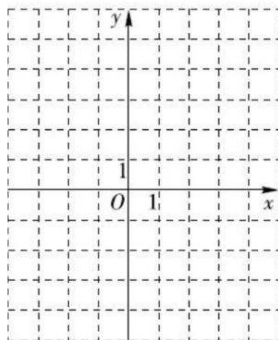
19. 如图,  $CD$  是  $\odot O$  的直径,  $AB$  是弦,  $AB \perp CD$  于点  $E$ , 若  $ED=2$ ,  $AB=8$ , 求圆的半径.



20. 已知抛物线  $y=a(x+1)^2+k$  经过点  $(0,-3)$  和  $(1,0)$ .

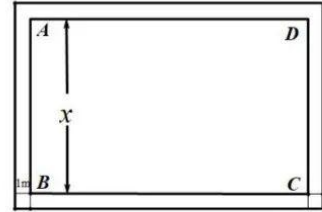
- (1) 求抛物线解析式;
- (2) 用五点法列表并画出函数图象;
- (3) 当  $-2 < x < 2$  时,  $y$  的取值范围是 \_\_\_\_\_;

$x$	...						...
$y$	...						...





21. 三帆中学计划在一块  $40 \times 60$  (单位: m) 的场地新修操场. 如果操场由宽为 1 米的矩形步行道包围, 如图, 若内圈矩形  $ABCD$  周长是 160 米, 设  $AB$  的长为  $x$  米, 则  $AD$  可用  $x$  表示为\_\_\_\_\_米; 根据实际情况  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_; 为了充分利用好操场, 使操场面积最大, 请给出一个合理的修建新操场的方案.



22. 一次函数的图象经过点  $(1,6)$  和  $(0,4)$ .

(1) 求这个一次函数的表达式;

(2) 若直线  $y = nx$  与该一次函数的图象相交, 且交点在第三象限, 直接写出  $n$  的取值范围.

23. 下面是小石设计的“过圆外一点作圆的切线”的尺规作图过程.

已知: 如图,  $O$  是半圆  $MN$  的圆心, 点  $P$  在  $OM$  的延长线上.

求作: 过点  $P$  与半圆  $MN$  相切的直线.

作法: ①以  $O$  为圆心,  $OP$  为半径作半圆  $PA$ , 且半圆  $PA$  与半圆  $MN$  在直线同侧, 交  $PN$  的延长线于点  $A$ ;

②以  $A$  为圆心,  $MN$  的长度为半径作弧, 与半圆  $PA$  交于点  $B$ ;

③作直线  $PB$ .

则直线  $PB$  就是所作切线.

根据小石设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形(保留作图痕迹);

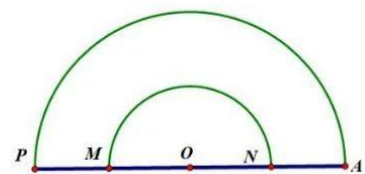
(2) 完成下面的证明.

证明: 连接  $AB$ , 作  $OC \perp PB$  于点  $C$ .

$\therefore PC = BC$  (\_\_\_\_\_ ① \_\_\_\_\_)(填推理的依据).

$\because C$  是  $PB$  的中点,  $O$  是  $PA$  的中点,

$\therefore OC \parallel AB$ , 且  $OC = \frac{1}{2} AB = OM$ .





班级 \_\_\_\_\_ 分层班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_

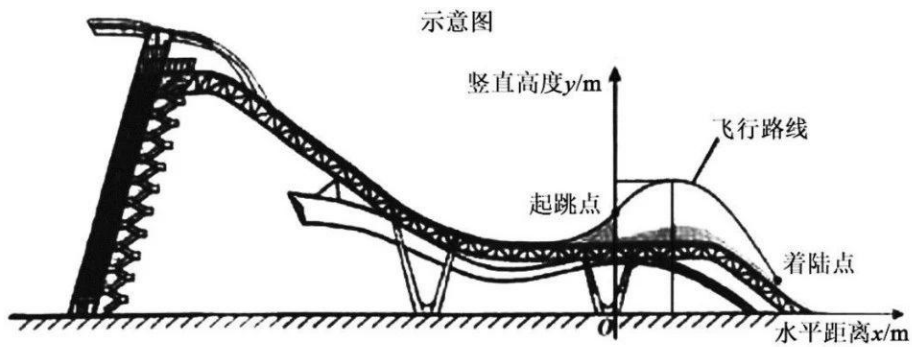
$\therefore OC$  是半圆  $MN$  的半径.

又  $\because OC \perp PB$  于  $C$ ,

$\therefore PB$  是半圆  $MN$  的切线. ( \_\_\_\_\_ ② \_\_\_\_\_ )(填推理的依据).

24. 单板滑雪大跳台是北京冬奥会比赛项目之一, 举办场地为首钢滑雪大跳台, 运动员起跳后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分, 建立如图所示的平面直角坐标系, 从起跳到着陆的过程中, 运动员的竖直高度  $y$  (单位: m) 与水平距离  $x$  (单位: m) 近似满足函数关系

$$y = a(x - h)^2 + k (a < 0).$$



某运动员进行了两次训练.

(1) 第一次训练时, 该运动员的水平距离  $x$  与竖直高度  $y$  的几组数据如下:

水平距离 $x/m$	0	2	5	8	11	14
竖直高度 $y/m$	20.00	21.40	22.75	23.20	22.75	21.40

根据上述数据, 直接写出该运动员竖直高度的最大值, 并求出满足的函数关系

$$y = a(x - h)^2 + k (a < 0);$$

(2) 第二次训练时, 该运动员的竖直高度  $y$  与水平距离  $x$  近似满足函数关系

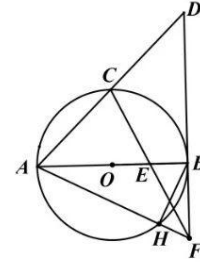
$y = -0.04(x - 9)^2 + 23.24$ . 记该运动员第一次训练的着陆点的水平距离为  $d_1$ ; 第二次训练的着陆点的水平距离为  $d_2$ , 则  $d_1$  \_\_\_\_\_  $d_2$  (填“>”“=”或“<”).





25. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $C$  是  $\widehat{AB}$  的中点,  $\odot O$  的切线  $BD$  交  $AC$  的延长线于点  $D$ ,  $E$  是  $OB$  的中点,  $CE$  的延长线交切线  $DB$  于点  $F$ ,  $AF$  交  $\odot O$  于点  $H$ , 连接  $BH$ .

- (1) 求证:  $AC=CD$ ;
- (2) 若  $OB=2$ , 求  $BH$  的长



26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $A(2m-1, y_1)$ ,  $B(2, y_2)$  为抛物线  $y=x^2-2mx+m^2-2$  ( $m$  是常数) 上的两点.

- (1) 求抛物线的顶点坐标(用  $m$  表示);
- (2) 若  $y_1 > y_2$ , 求  $m$  的取值范围.

27. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $\angle BAC=120^\circ$ , 点  $D$  是  $BC$  边上一动点, 连接  $AD$ . 将  $AD$  绕点  $A$  逆时针旋转, 得到  $AE$ , 满足  $\angle DAE=\angle BAC$ , 并连接  $CE$ .

- (1) 如图 1, 求证:  $BD=CE$ ;
- (2) 连接  $BE$ ,  $F$  为  $CD$  中点,  $G$  为  $BE$  中点, 连接  $FG$  交  $AB$  于  $H$ .
  - ① 猜想  $\angle BHF$  的度数, 并证明当  $\angle CAD=30^\circ$  时 (如图 2) 你猜想的结论;
  - ② 连接  $AG$ , 若  $AB=AC=2\sqrt{3}$ , 直接写出  $AG$  长的最小值.

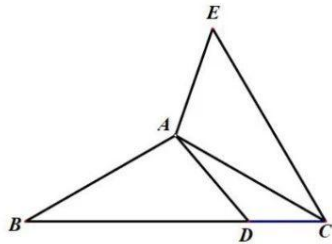


图 1

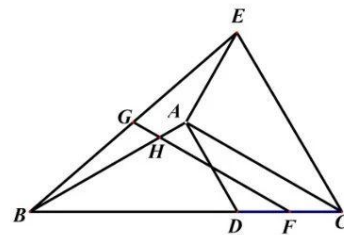


图 2



班级 \_\_\_\_\_ 分层班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_

28. 在平面内, 将图形  $G$  关于点  $M$  作中心对称变换得到图形  $G_1$  的过程简记为:  $G \xrightarrow{\langle M \rangle} G_1$ .

若图形  $G_1$  再关于点  $N$  作中心对称变换得到图形  $G_2$ , 即:  $G \xrightarrow{\langle M \rangle} G_1 \xrightarrow{\langle N \rangle} G_2$ , 则由图形  $G$  变换到  $G_2$  的过程称为图形  $G$  作  $\langle M, N \rangle$  对称得到图形  $G_2$ , 记作:  $G \xrightarrow{\langle M, N \rangle} G_2$ .

容易知道: 若  $G \xrightarrow{\langle M \rangle} G_1$ , 则  $G_1 \xrightarrow{\langle M \rangle} G$ ; 若  $G \xrightarrow{\langle M, N \rangle} G_2$ , 则  $G_2 \xrightarrow{\langle N, M \rangle} G$ .

已知在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A(1,1), B(1,0)$ .

(1)如图 1, 已知点  $S(0, -\frac{1}{2}), T(-\frac{1}{2}, -1), R(\frac{1}{2}, 0)$ . 点  $A$  作下面的变换后, 对应点仍在  $\triangle AOB$  的内部或边上的是 \_\_\_\_\_ (写序号): ①  $\langle O, S \rangle$  对称; ②  $\langle S, T \rangle$  对称; ③  $\langle T, R \rangle$  对称; ④  $\langle R, O \rangle$  对称.

(2)点  $P$  在直线  $y=x+1$  上, 线段  $AB \xrightarrow{\langle O, P \rangle} CD$ , 当线段  $CD$  与坐标轴有公共点时, 求点  $P$  的横坐标  $x_P$  的取值范围;

(3)点  $Q$  是平面内一点,  $OQ=1$ . 若线段  $AB$  上存在点  $H$ , 使点  $H$  作  $\langle O, Q \rangle$  对称后的对应点  $K$  在  $x$  轴上, 直接写出点  $K$  的横坐标  $x_K$  的取值范围.

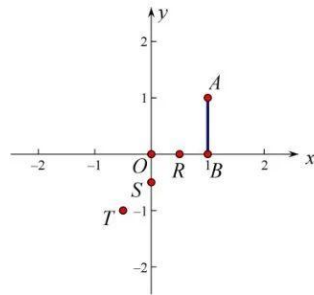


图 1

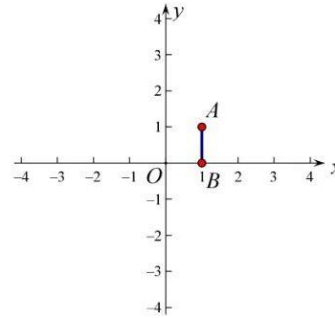


图 2



草稿纸

---