



北京市朝阳区九年级综合练习(二)

数学试卷

2023.5

学校 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 考号 _____

考生须知

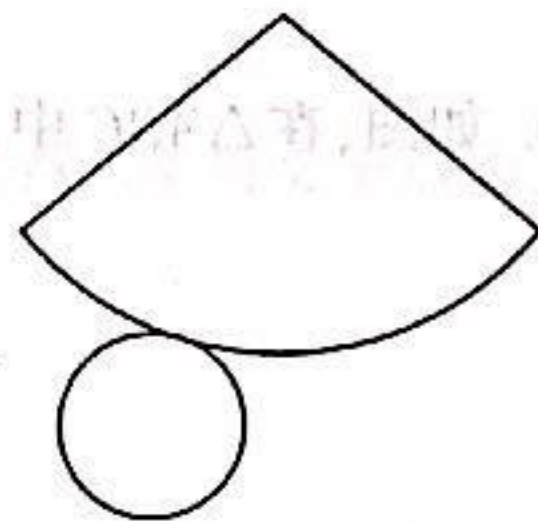
1. 本试卷共 8 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、班级、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束,请将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

一、选择题(共 16 分,每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项,其中符合题意的选项只有一个。

1. 右图是某几何体的展开图,该几何体是

- (A) 圆柱
- (B) 圆锥
- (C) 棱柱
- (D) 长方体

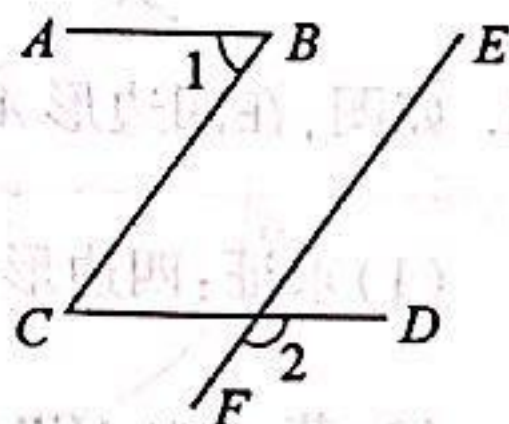


2. 《中华人民共和国 2022 年国民经济和社会发展统计公报》指出,2022 年我国全年新能源汽车产量为 7 003 000 辆,比上年增长 90.5%。将 7 003 000 用科学记数法表示应为

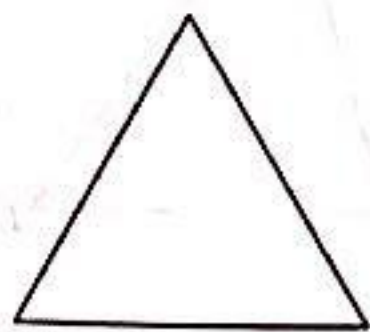
- (A) 7.003×10^6
- (B) 7.003×10^7
- (C) 0.7003×10^6
- (D) 0.7003×10^7

3. 如图, $AB \parallel CD$, $BC \parallel EF$. 若 $\angle 1 = 55^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为

- (A) 45°
- (B) 55°
- (C) 125°
- (D) 145°



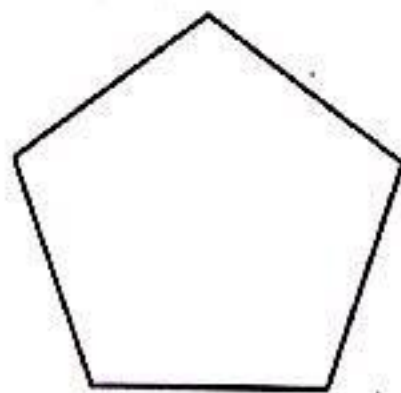
4. 下列轴对称图形中,对称轴最多的是



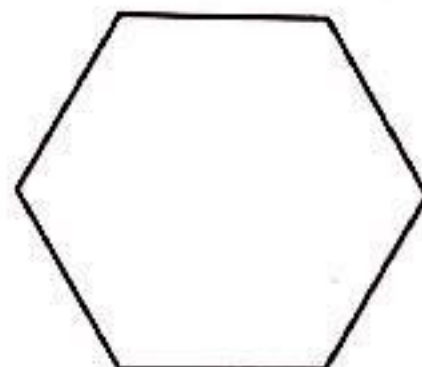
(A)



(B)



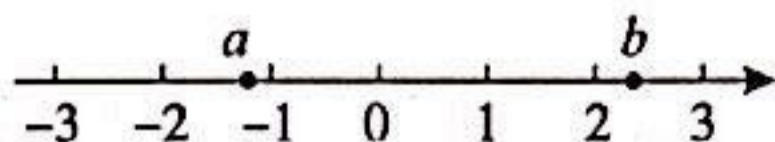
(C)



(D)



5. 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示, 下列结论中正确的是



- (A) $a+b>0$ (B) $ab>0$ (C) $|a|=b$ (D) $-a>b$

6. 方程 $\frac{1}{x-2} = \frac{2}{x+5}$ 的解为

- (A) $x=-1$ (B) $x=5$ (C) $x=7$ (D) $x=9$

7. 某射箭选手在同一条件下进行射箭训练, 结果如下:

射箭次数 n	10	20	50	100	200	350	500
射中靶心的次数 m	7	17	44	92	178	315	455
射中靶心的频率 $\frac{m}{n}$	0.70	0.85	0.88	0.92	0.89	0.90	0.91

下列说法正确的是

- (A) 该选手射箭一次, 估计射中靶心的概率为 0.90
 (B) 该选手射箭 80 次, 射中靶心的频率不超过 0.90
 (C) 该选手射箭 400 次, 射中靶心的次数不超过 360 次
 (D) 该选手射箭 1000 次, 射中靶心的次数一定为 910 次

8. 已知点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 的图象上, $x_1 < x_2 < x_3$, 有下面

三个结论:

①若 $x_1 x_2 < 0$, 则 $y_2 > y_3$;

②若 $x_2 x_3 < 0$, 则 $y_1 y_3 < 0$;

③若 $x_1 x_3 > 0$, 则 $y_2 < y_3$.

所有正确结论的序号是

- (A) ①② (B) ②③ (C) ①③ (D) ①②③

二、填空题(共 16 分, 每题 2 分)

9. 若分式 $\frac{x-3}{x}$ 的值为 0, 则 x 的值为_____.

10. 分解因式: $ax^2 - 9ay^2 =$ _____.

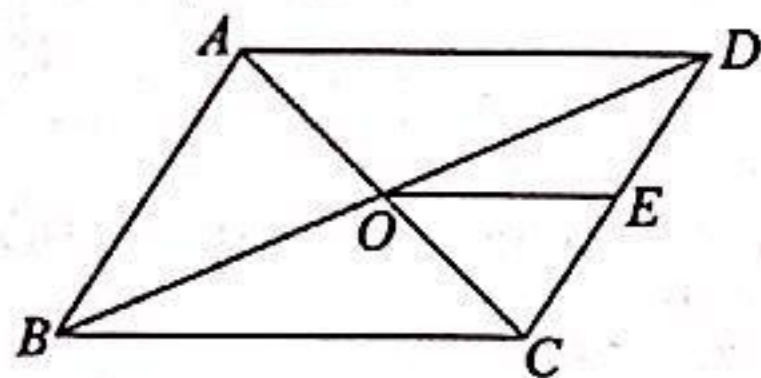
11. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - k = 0$ 没有实数根, 则 k 的取值范围是_____.

12. 某班级准备定做一批底色相同的T恤衫,征求了全班40名同学的意向,每个人都选择了一种底色,得到如下数据:

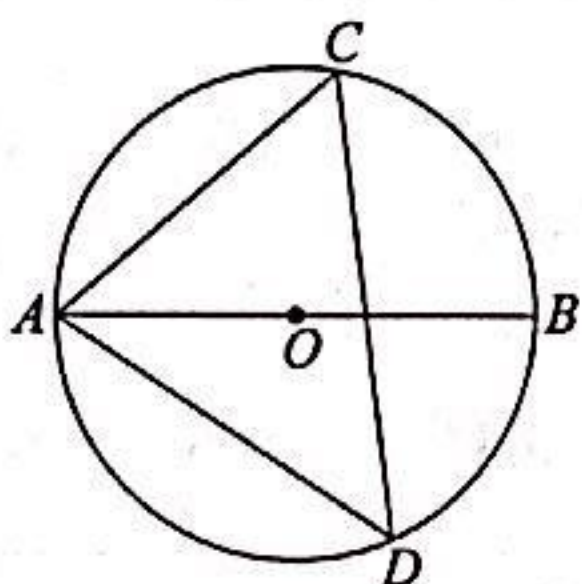
底色	灰色	黑色	白色	紫色	红色	粉色
频数	3	6	18	4	7	2

为了满足大多数人的需求,此次定做的T恤衫的底色为_____.

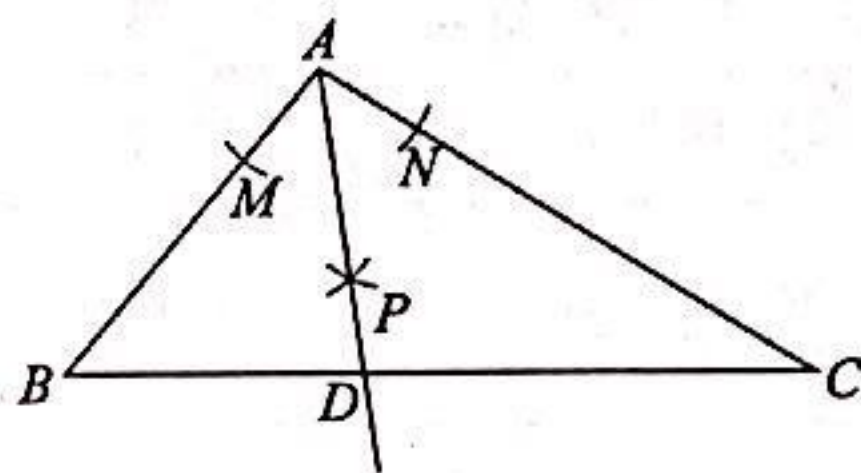
13. 如图,平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O, E 是 CD 的中点,则 $\triangle DEO$ 与 $\triangle DCB$ 的面积比为_____.



第13题图



第14题图



第15题图

14. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是弦,连接 AC, AD .若 $\angle BAC = 40^\circ$,则 $\angle D =$ _____°.
15. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,按以下步骤作图:①以点 A 为圆心,适当长为半径作弧,分别交 AB, AC 于点 M, N ;②分别以点 M, N 为圆心,大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧,两弧交于点 P ;③作射线 AP 交 BC 于点 D .若 $AB : AC = 2 : 3$, $\triangle ABD$ 的面积为2,则 $\triangle ACD$ 的面积为_____.
16. 甲、乙两个商家销售某款电子产品,原价都是100元/件.

甲商家的促销方式为:

购买件数(单位:件)	1~5	6~10	11~15	16~20	20以上
每件价格(单位:元)	95	90	85	80	75

乙商家的促销方式为:

购买件数(单位:件)	1~8	9~16	17~24	24以上
每件价格(单位:元)	90	85	80	75

若A公司在甲商家一次性购买10件该款电子产品,则购买的总费用为_____元;

若B公司分三次购买该款电子产品共35件,且每次至少购买5件,则购买的总费用最少为_____元.

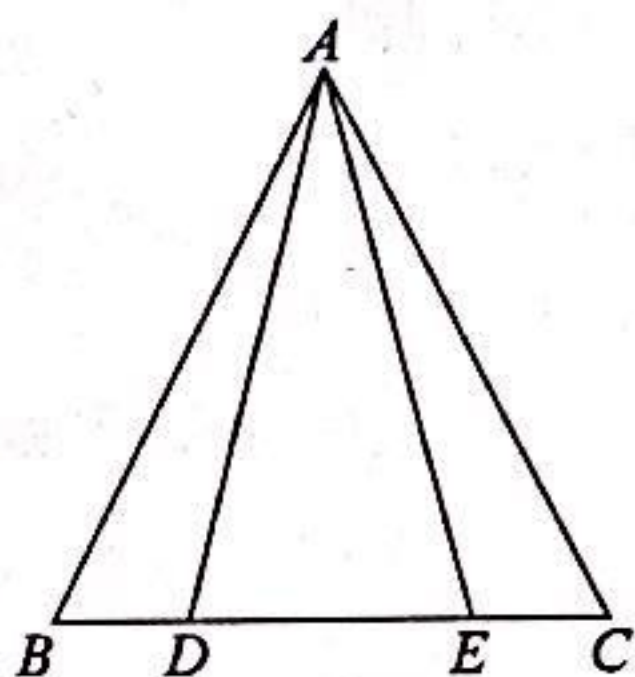
三、解答题(共 68 分,第 17-20 题,每题 5 分,第 21 题 6 分,第 22 题 5 分,第 23-24 题,每题 6 分,第 25 题 5 分,第 26 题 6 分,第 27-28 题,每题 7 分)

17. 计算: $(\frac{1}{2})^{-1} - 4\cos 30^\circ + \sqrt{12} + (\pi+1)^0$.

18. 解不等式 $4(x-1) \geq 5x-6$, 并写出所有正整数解.

19. 已知 $a^2+b^2-3=0$, 求代数式 $(a+b)^2 - 2b(a-b) + 2a^2$ 的值.

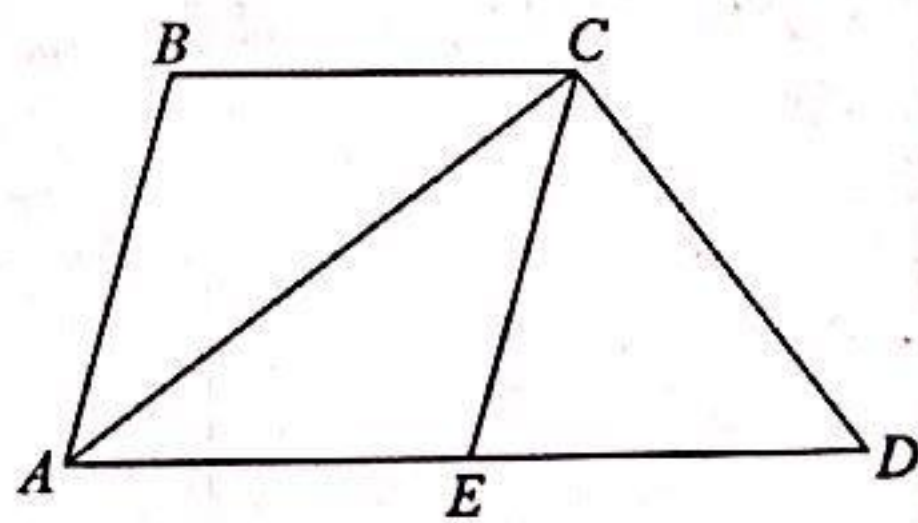
20. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D, E 在 BC 边上, 且 $BD=CE$. 求证: $\angle BAD = \angle CAE$.



21. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=BC=AE = \frac{1}{2}AD$.

(1) 求证: 四边形 $ABCE$ 为菱形;

(2) 若 $\tan \angle ACB = \frac{3}{4}$, $AC=8$, 求 CD 的长.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象经过点 $(1, -1), (2, 0)$, 与 y 轴交于点 A .

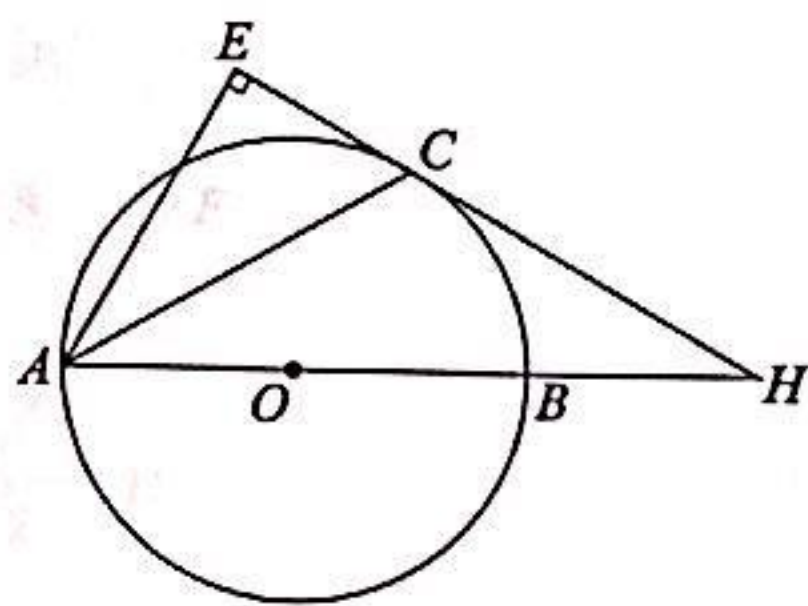
(1) 求该函数的表达式及点 A 的坐标;

(2) 当 $x > 0$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y=mx-2(m \neq 0)$ 的值大于函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的值, 直接写出 m 的取值范围.

23. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, $AE \perp CE$, 直线 CE 与直线 AB 相交于点 H , AC 平分 $\angle EAH$.

(1) 求证: EH 是 $\odot O$ 的切线;

(2) AE 与 $\odot O$ 的交点为 F , 连接 FO 并延长与 $\odot O$ 相交于点 D , 连接 CD . 若 F 为 \widehat{AC} 中点, 求证: $\angle D = \angle H$.



24. 某校为了解本校学生每天在校体育锻炼时间的情况,随机抽取了若干名学生进行调查,获得了他们每天在校体育锻炼时间的数据(单位: min),并对数据进行了整理、描述,部分信息如下:

a. 每天在校体育锻炼时间分布情况:

每天在校体育锻炼时间 x (min)	频数(人)	百分比
$60 \leq x < 70$	14	14%
$70 \leq x < 80$	40	m
$80 \leq x < 90$	35	35%
$x \geq 90$	n	11%

b. 每天在校体育锻炼时间在 $80 \leq x < 90$ 这一组的是:

80 81 81 81 82 82 83 83 84 84 84 84 84 85 85 85 85 85
85 85 85 86 87 87 87 87 87 88 88 88 89 89 89 89 89

根据以上信息,回答下列问题:

- (1)表中 $m =$ _____, $n =$ _____;
- (2)若该校共有 1000 名学生,估计该校每天在校体育锻炼时间不低于 80 分钟的学生的人数;
- (3)该校准备确定一个时间标准 p (单位: min),对每天在校体育锻炼时间不低于 p 的学生进行表扬.若要使 25% 的学生得到表扬,则 p 的值可以是 _____.

25. 图 1 是一块铁皮材料的示意图,线段 AB 长为 4 dm,曲线是抛物线的一部分,顶点 C 在 AB 的垂直平分线上,且到 AB 的距离为 4 dm.以 AB 中点 O 为原点,建立如图 2 所示的平面直角坐标系.

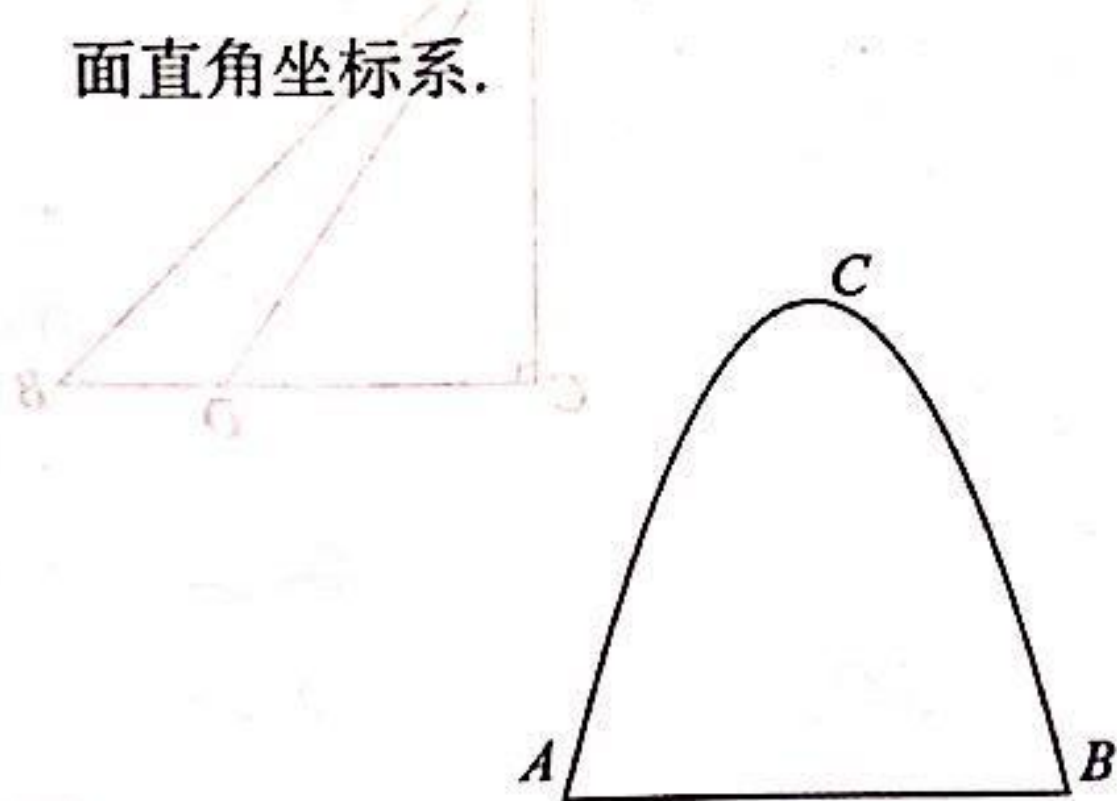


图 1

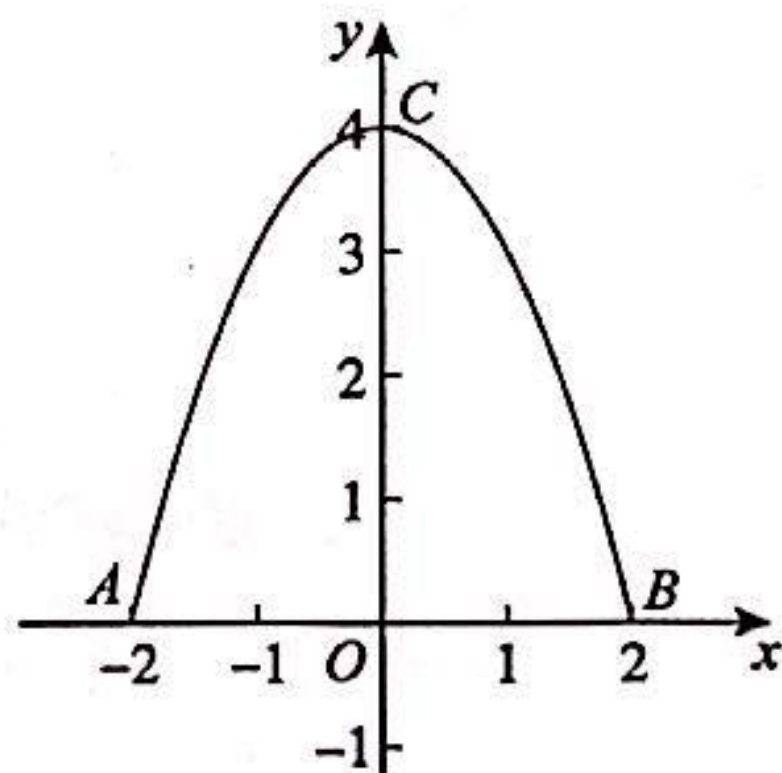


图 2

- (1)求图 2 中抛物线的表达式(不要求写出自变量的取值范围);
- (2)要从此材料中裁出一个矩形,使得矩形有两个顶点在 AB 上,另外两个顶点在抛物线上,求满足条件的矩形周长的最大值.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $(-1, y_1)$ 在抛物线 $y = x^2 - ax$ 上.

(1) 求 y_1 的值(用含 a 的式子表示);

(2) 若 $a < -1$, 试说明: $y_1 < 0$;

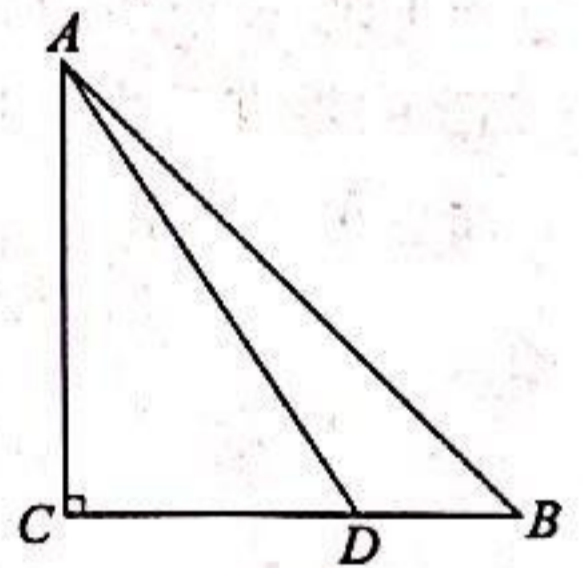
(3) 点 $(1, y_2)$, $(a-2, y_3)$ 在该抛物线上, 若 y_1, y_2, y_3 中只有一个为负数, 求 a 的取值范围.



27. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 在 BC 边上(不与点 B, C 重合), 将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 90° , 得到线段 AE , 连接 DE .

(1) 根据题意补全图形, 并证明: $\angle EAC = \angle ADC$;

(2) 过点 C 作 AB 的平行线, 交 DE 于点 F , 用等式表示线段 EF 与 DF 之间的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于图形 M 给出如下定义: 将 M 上的一点 (a, b) 变换为点 $(a-b, a+b)$, M 上所有的点按上述变换后得到的点组成的图形记为 N , 称 N 为 M 的变换图形.

(1) ①点 $(3, 0)$ 的变换点的坐标为 _____;

②直线 $y=x+1$ 的变换图形上任意一点的横坐标为 _____;

(2) 求直线 $y=2x+1$ 的变换图形与 y 轴公共点的坐标;

(3) 已知 $\odot O$ 的半径为 1, 若 $\odot O$ 的变换图形与直线 $y=kx+2k (k \neq 0)$ 有公共点, 直接写出 k 的取值范围.

北京市朝阳区九年级综合练习(二)

数学试卷答案及评分参考

2023.5

一、选择题(共16分,每题2分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	C	D	A	D	A	B

二、填空题(共16分,每题2分)

题号	9	10	11	12
答案	3	$a(x+3y)(x-3y)$	$k < -1$	白色
题号	13	14	15	16
答案	1:4	50	3	900;2775

三、解答题(共68分,第17-20题,每题5分,第21题6分,第22题5分,第23-24题,每题6分,第25题5分,第26题6分,第27-28题,每题7分)

17. 解:原式 $= 2 - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3} + 1$ 4分
 $= 3$ 5分

18. 解:去括号,得 $4x - 4 \geq 5x - 6$ 1分
 移项,得 $4x - 5x \geq 4 - 6$ 2分
 合并,得 $-x \geq -2$ 3分
 系数化为1,得 $x \leq 2$ 4分
 \therefore 原不等式的正整数解为1,2. 5分

19. 解: $(a+b)^2 - 2b(a-b) + 2a^2$
 $= a^2 + 2ab + b^2 - 2ab + 2b^2 + 2a^2$ 2分
 $= 3a^2 + 3b^2$ 3分
 $\because a^2 + b^2 - 3 = 0$,
 $\therefore a^2 + b^2 = 3$ 4分
 \therefore 原式 $= 3(a^2 + b^2) = 9$ 5分





20. 证明: $\because AB=AC,$
 $\therefore \angle B = \angle C.$ 1分
 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC, \\ \angle B = \angle C, \\ BD=CE, \end{cases}$$

 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE.$ 4分
 $\therefore \angle BAD = \angle CAE.$ 5分

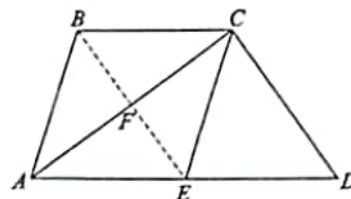
21. (1) 证明: $\because AE=BC, AD \parallel BC,$
 \therefore 四边形 $ABCE$ 为平行四边形. 2分
 $\because AB=BC,$
 \therefore 平行四边形 $ABCE$ 为菱形. 3分

(2) 解: 如图, 连接 BE 交 AC 于点 F .

$\therefore BE \perp AC, AF = \frac{1}{2}AC = 4.$ 4分

$\because \tan \angle EAF = \tan \angle ACB = \frac{3}{4},$

\therefore 在 $Rt\triangle EAF$ 中, $EF = AF \cdot \tan \angle EAF = 3.$
 5分



$\because E, F$ 分别是 AD, AC 的中点,
 $\therefore CD = 2EF = 6.$ 6分

22. 解: (1) \because 函数 $y=kx+b (k \neq 0)$ 的图象经过点 $(1, -1), (2, 0),$
 $\therefore \begin{cases} k+b=-1, \\ 2k+b=0. \end{cases}$ 1分
 解得 $\begin{cases} k=1, \\ b=-2. \end{cases}$
 \therefore 该函数的表达式为 $y=x-2.$ 2分
 令 $x=0,$ 得 $y=-2.$
 $\therefore A(0, -2).$ 3分
 (2) $m > 1.$ 5分



23. 证明:(1)如图,连接 OC .

$\because AE \perp CE,$

$\therefore \angle E = 90^\circ.$

$\because AC$ 平分 $\angle EAH,$

$\therefore \angle EAC = \angle HAC. \dots\dots\dots 1$ 分

$\because OA = OC,$

$\therefore \angle HAC = \angle OCA.$

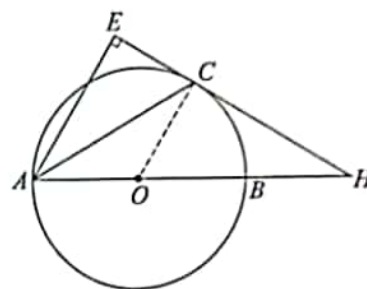
$\therefore \angle EAC = \angle OCA.$

$\therefore OC \parallel AE. \dots\dots\dots 2$ 分

$\therefore \angle HCO = \angle E = 90^\circ.$

$\therefore OC \perp EH.$

$\therefore EH$ 是 $\odot O$ 的切线. $\dots\dots\dots 3$ 分



(2) $\because \angle D = \angle FAC, \angle FAC = \angle HAC,$

$\therefore \angle D = \angle HAC. \dots\dots\dots 4$ 分

$\because F$ 为 \widehat{AC} 中点,

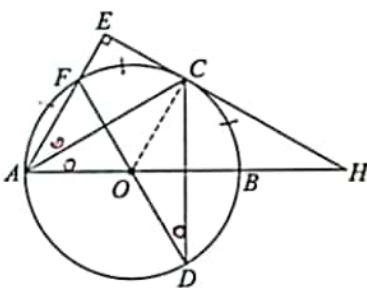
$\therefore \widehat{CB} = \widehat{CF} = \widehat{AF}.$

$\therefore \angle D = 30^\circ, \angle COH = 60^\circ. \dots\dots\dots 5$ 分

$\because \angle OCH = 90^\circ,$

$\therefore \angle H = 30^\circ.$

$\therefore \angle D = \angle H. \dots\dots\dots 6$ 分



24.解:(1)40%,11. $\dots\dots\dots 2$ 分

(2)抽取的学生中,每天在校体育锻炼时间不低于 80 分钟的学生有 46 人. $\dots\dots 3$ 分

估计该校每天在校体育锻炼时间不低于 80 分钟的学生的人数为 $1000 \times \frac{46}{100} = 460.$

$\dots\dots\dots 4$ 分

(3)答案不唯一,如 86. $\dots\dots\dots 6$ 分



25.解:(1)根据题意,可知抛物线的顶点为 $C(0,4)$.

设抛物线的表达式为 $y=ax^2+4$ 1分

\because 抛物线经过点 $B(2,0)$,

$$\therefore 0=4a+4.$$

解得 $a=-1$ 2分

\therefore 抛物线的表达式为 $y=-x^2+4$ 3分

(2)如图,四边形 $EFGH$ 为满足条件的一个矩形,设点

$E(t,0)$.

\therefore 点 $F(t,-t^2+4)$,点 $H(-t,0)$,点 $G(-t,-t^2+4)$.

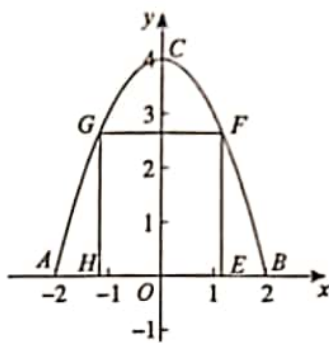
..... 4分

\therefore 矩形 $EFGH$ 的周长为: $2(-t^2+4+2t)$

$$= -2t^2+4t+8$$

$$= -2(t-1)^2+10.$$

\therefore 满足条件的矩形周长的最大值为 10 dm. 5分



26.解:(1) \because 点 $(-1, y_1)$ 在抛物线 $y=x^2-ax$ 上,

$\therefore y_1=a+1$ 1分

(2) $\because a < -1$,

$$\therefore a+1 < -1+1.$$

$$\therefore a+1 < 0.$$

即 $y_1 < 0$ 3分

(3)根据题意,可知 $y_2=-a+1, y_3=-2a+4$ 4分

当 $a < -1$ 时,

$y_1 < 0, y_2 > 0, y_3 > 0$,符合题意. 5分

当 $-1 \leq a \leq 1$ 时,

$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 > 0$,不符合题意.

当 $1 < a \leq 2$ 时,

$y_1 > 0, y_2 < 0, y_3 \geq 0$,符合题意.

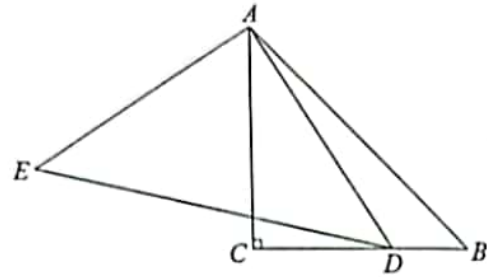
当 $a > 2$ 时,

$y_1 > 0, y_2 < 0, y_3 < 0$,不符合题意.

综上, $a < -1$ 或 $1 < a \leq 2$ 6分



27. (1) 补全的图形如图所示.



..... 1分

证明: $\because \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAD + \angle ADC = 90^\circ$ 2分

根据题意, 可知 $\angle EAD = 90^\circ$.

$\therefore \angle CAD + \angle EAC = 90^\circ$.

$\therefore \angle EAC = \angle ADC$ 3分

(2) $EF = DF$ 4分

证明: 如图, 作 $EM \perp AC$ 于点 M , 与直线 CF 交于点 N .

$\therefore \angle EMA = \angle ACB = 90^\circ$.

$\because AE = AD$,

$\therefore \triangle EAM \cong \triangle ADC$.

$\therefore AM = CD, EM = AC$ 5分

$\because AC = BC$,

$\therefore \angle CAB = 45^\circ$.

$\because CN \parallel AB$,

$\therefore \angle NCM = \angle CAB = 45^\circ$.

$\therefore MN = MC$.

$\therefore EN = AM$.

$\therefore EN = CD$ 6分

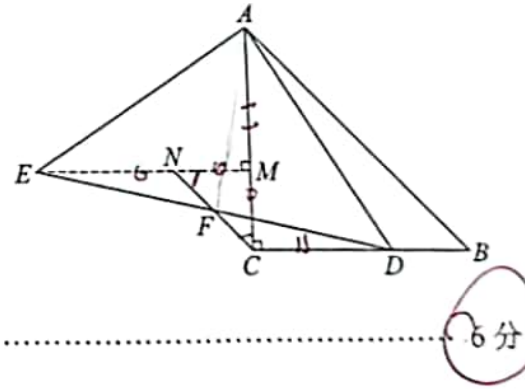
$\because \angle EMC = \angle ACB$,

$\therefore EN \parallel CD$.

$\therefore \angle ENF = \angle DCF, \angle NEF = \angle CDF$.

$\therefore \triangle ENF \cong \triangle DCF$.

$\therefore EF = DF$ 7分





28. 解:(1)①(3,3); 1分
②-1; 2分
(2)直线 $y=2x+1$ 上任意一点的坐标可以表示为 $(t, 2t+1)$, 则其变换后的对应点的坐标为 $(-t-1, 3t+1)$.
 \because 点 $(-t-1, 3t+1)$ 在 y 轴上,
 $\therefore -t-1=0$.
 $\therefore t=-1$.
 $\therefore 3t+1=-2$.
 \therefore 直线 $y=2x+1$ 的变换图形与 y 轴公共点的坐标为 $(0, -2)$ 4分
(3) $-1 \leq k \leq 1$ 且 $k \neq 0$ 7分