

房山区中学 2023—2024 学年度第一学期期中学业水平调研

九年级数学

本调研卷共 8 页，共 100 分，考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在调研卷上作答无效。调研结束后，将答题卡交回，调研卷自行保存。



一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 如果 $2x = 3y (y \neq 0)$ ，那么下列比例式中成立的是

- (A) $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$ (B) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ (C) $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ (D) $\frac{x}{2} = \frac{3}{y}$

2. 抛物线 $y = x^2 + 1$ 的顶点坐标是

- (A) $(-1, 0)$ (B) $(0, -1)$ (C) $(0, 1)$ (D) $(1, 0)$

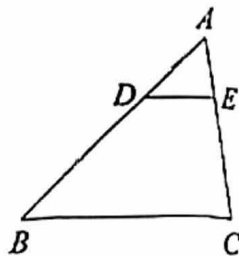
3. 我国著名数学家华罗庚曾为普及优选法作出重要贡献。优选法中有一种 0.618 法应用了

- (A) 众数 (B) 平均数 (C) 中位数 (D) 黄金分割数

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $AD = 3$ ， $DB = 6$ ， $AE = 2$ ，

则 EC 的长为

- (A) 2 (B) 4
(C) 6 (D) 9



5. 将二次函数 $y = 3x^2$ 的图象向右平移 2 个单位，再向下平移 1 个单位，得到的函数图象的表达式是

- (A) $y = 3(x+2)^2 - 1$ (B) $y = 3(x+2)^2 + 1$ \times
(C) $y = 3(x-2)^2 - 1$ (D) $y = 3(x-2)^2 + 1$

6. 已知蓄电池两端电压 U 为定值，电流 I 与 R 的函数关系为 $I = \frac{U}{R}$ 。当 $I = 3A$ 时， $R = 8\Omega$ ，

则当 $I = 6A$ 时， R 的值为

- (A) 4Ω (B) 6Ω (C) 8Ω (D) 10Ω

7. 若点 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(4, y_3)$ 在抛物线 $y = x^2 - 4x + 5$ 上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为

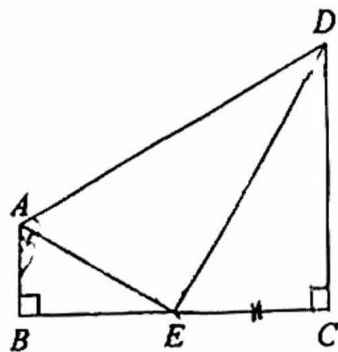
- (A) $y_1 < y_2 < y_3$ (B) $y_2 < y_1 < y_3$ (C) $y_3 < y_1 < y_2$ (D) $y_2 < y_3 < y_1$

8. 已知: 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle B = 90^\circ$, 点 E 是线段 BC 上一点, 且 AE 平分 $\angle BAD$, DE 平分 $\angle ADC$, 给出下面四个结论:

- ① $AE \perp DE$; ② $\angle AEB = \angle EDC$;
 ③ $AB \cdot CD = BE \cdot EC$; ④ $BE \cdot ED = AE \cdot EC$.

上述结论中, 所有正确结论的序号是

- (A) ①② (B) ③④
 (C) ①②③ (D) ①②③④



二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

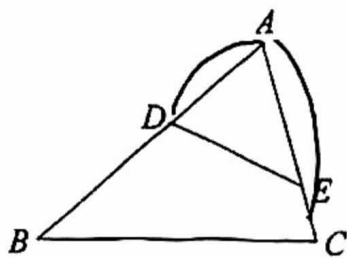
9. 函数 $y = \frac{1}{x-5}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

10. 已知 $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$, 那么 $\frac{x+y}{x} =$ _____.

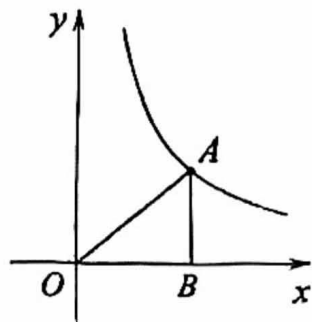
11. 请写出一个图象的顶点为 $(0, 0)$ 的二次函数的表达式: _____.

12. 若两个相似多边形的相似比为 $1:2$, 则它们面积的比为_____.

13. 如图, 点 D, E 分别在 $\triangle ABC$ 的 AB, AC 边上. 只需添加一个条件即可证明 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$, 这个条件可以是_____. (写出一个即可)



(第 13 题图)

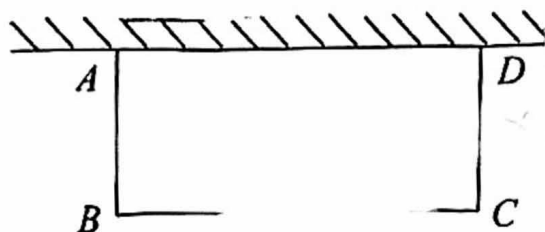


(第 14 题图)

14. 如图, A 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 图象上一点, 且 $AB \perp OB$. 若 $\triangle ABO$ 的面积为 2, 则 k 的值为_____.



15. 如图，某中学综合与实践小组要围成一个矩形菜园 $ABCD$ ，其中一边 AD 靠墙，其余的三边 AB ， BC ， CD 用总长为 40 米的栅栏围成. 设矩形 $ABCD$ 的边 $AB = x$ 米，面积为 S 平方米.



- (1) 活动区面积 S 与 x 之间的关系式为_____；
 (2) 菜园 $ABCD$ 最大面积是_____平方米.

16. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象经过 $A(0, 3)$ ， $B(2, -1)$ ， $C(4, 3)$ 三点.

下面四个结论：

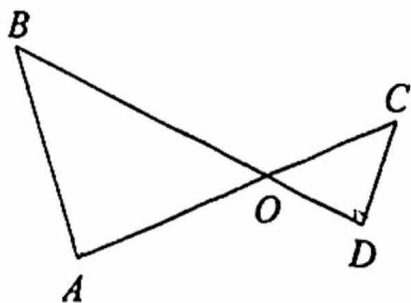
- ① 抛物线开口向下；
 ② 当 $x = 2$ 时， y 取最小值 -1 ；
 ③ 当 $m \leq -1$ 时，一元二次方程 $ax^2 + bx + c = m$ 必有两个不相等实根；
 ④ 直线 $y = kx + c$ ($k \neq 0$) 经过点 A ， B ，当 $kx + c > ax^2 + bx + c$ 时， x 的取值范围是 $0 < x < 2$.

所有正确结论的序号是_____.

三、解答题（共 68 分，第 17-22 题，每题 5 分，第 23-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 如图， AC ， BD 相交于点 O ， $\angle A = \angle D$.

求证： $\triangle AOB \sim \triangle DOC$.



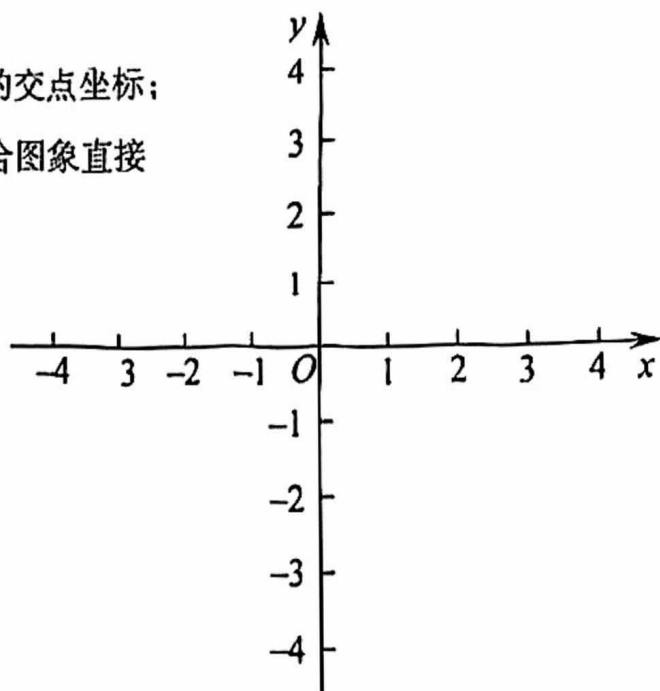
18. 若 $x:2 = 3:(x+5)$ ，求 x 的值.



19. 已知二次函数 $y = x^2 + 2x - 3$.

(1) 求出二次函数图象的对称轴和与 y 轴的交点坐标;

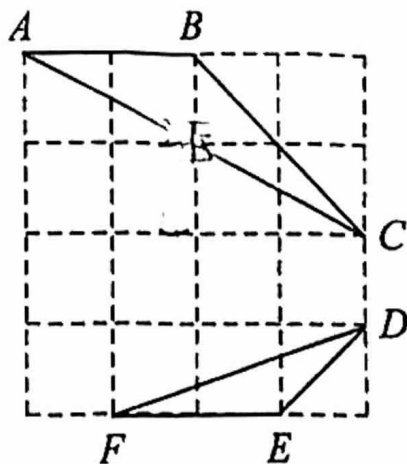
(2) 在平面直角坐标系中画出图象, 请结合图象直接写出 $y < 0$ 时, x 的取值范围.



20. 如图, 在 4×4 的正方形网格中, 每个小正方形的顶点称为格点. $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的顶点都在边长为 1 的小正方形的格点上.

(1) 则 $\angle DEF =$ _____ $^\circ$, $AC =$ _____;

(2) 判断 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是否相似. 若相似, 请说明理由.

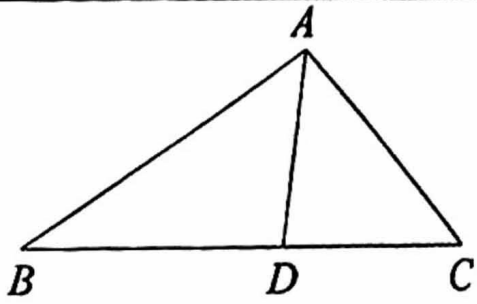
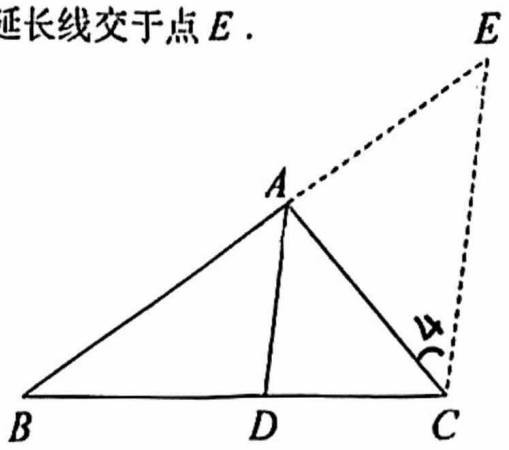
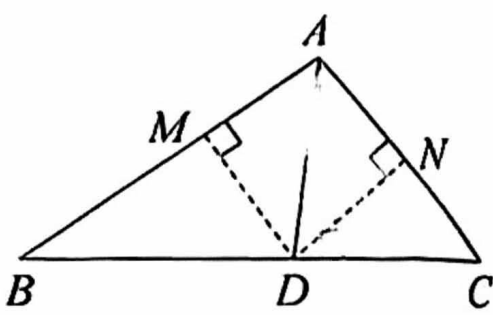


21. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 图象上部分点的横坐标 x , 纵坐标 y 的对应值如下表:

x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	5	0	-3	4	-3	0	n	...

求这个二次函数的表达式及 n 的值.

22. 同学们在探究学习中发现：“三角形内角的角平分线分对边所得的两条线段与这个角的两边对应成比例”。下面是小明同学思考出的两种不同的证明方法，请选择其中一种完成证明。

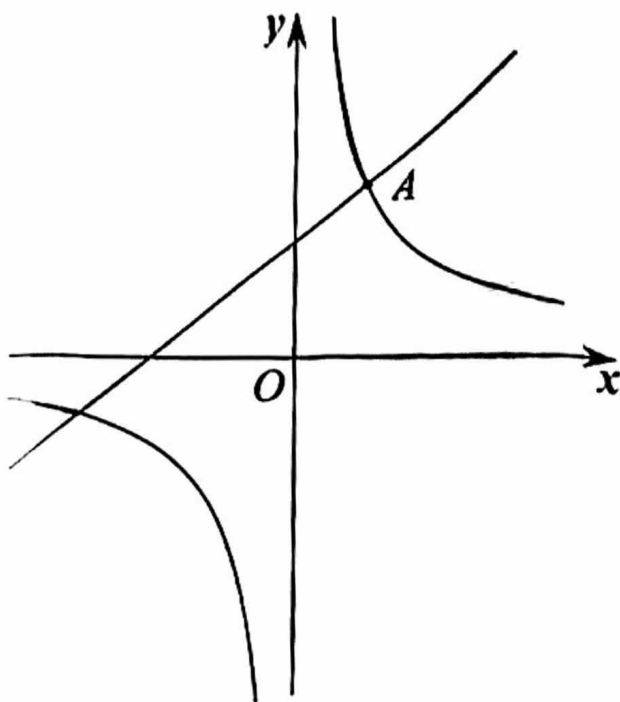
<p>已知：如图，$\triangle ABC$ 中，AD 是角平分线。</p> <p>求证：$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$。</p>			
<p>方法一</p> <p>证明：如图，过点 C 作 $CE \parallel AD$，与 BA 的延长线交于点 E。</p>	<p>方法二</p> <p>证明：如图，过点 D 作 $DM \perp AB$ 于 M，过点 D 作 $DN \perp AC$ 于 N。</p>		

23. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = x + 2$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象相交于点 $A(1, m)$ 。

(1) 求这个反比例函数的表达式；

(2) 请结合图象直接写出 $\frac{k}{x} > x + 2$ 时，

x 的取值范围是_____。



24. 小宇在学习过程中遇到了一个函数 $y = |x| + \frac{1}{x} (x \neq 0)$.

下面是小宇对其探究的过程, 请补充完整:

(1) 对于函数 $y_1 = \frac{1}{x}$, 当 $x < 0$ 时, y_1 随 x 的增大而减小,

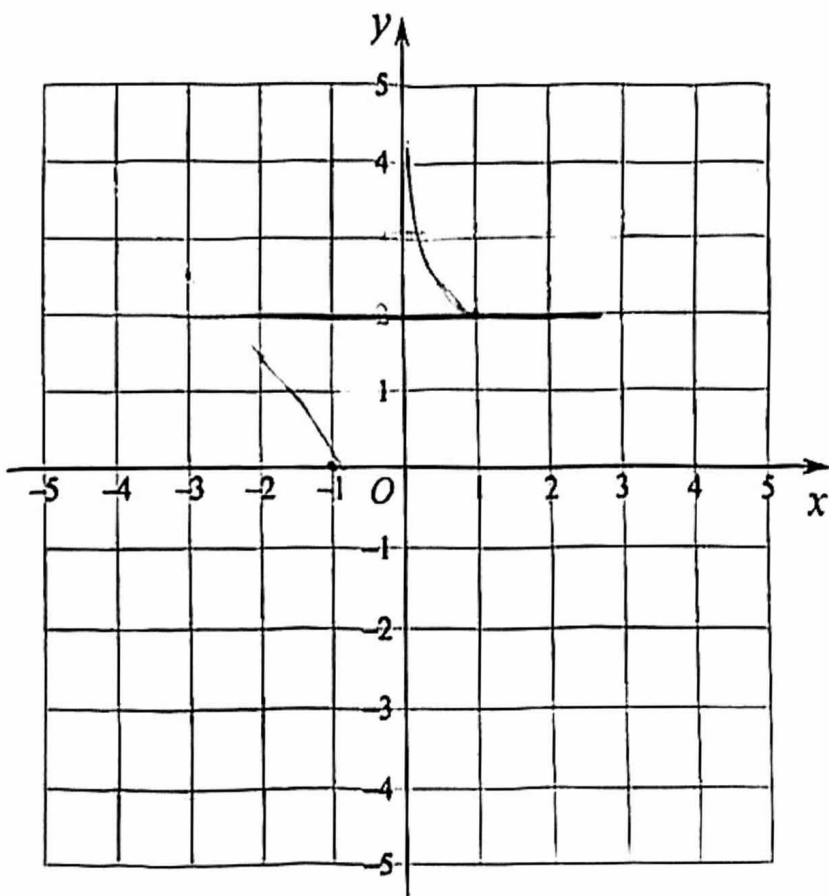
对于函数 $y_2 = |x|$, 当 $x < 0$ 时, y_2 随 x 的增大而 _____,

结合上述分析, 进一步探究发现, 对于函数 y , 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而 _____;

(2) 当 $x > 0$ 时, 对于函数 y 与 x 的几组对应值如下表:

x	...	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$...
y	...	$\frac{17}{4}$	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{13}{6}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{29}{10}$...

在平面直角坐标系 xOy 中, 画出当 $x > 0$ 时函数 y 的图象.



(3) 过点 $(0, m)$ 作平行于 x 轴的直线 l , 结合 (1)(2) 的分析, 解决问题:

若直线 l 与函数 $y = |x| + \frac{1}{x} (x \neq 0)$ 的图象有两个交点, 则 $m =$ _____.

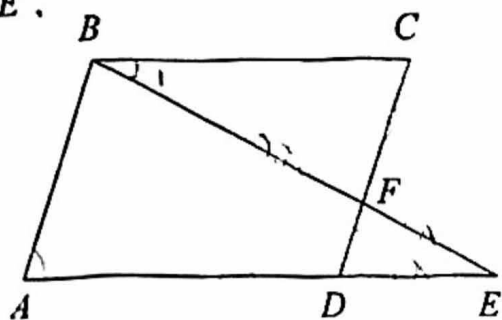


25. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 延长 AD 至点 E ,

使 $DE = \frac{1}{2}AD$, 连接 BE 交 CD 于点 F .

(1) 求证: $\triangle ABE \sim \triangle CFB$;

(2) 若 $CF = 2$, 求 AB 的长.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - (a+1)x$ ($a \neq 0$), 若 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 为抛物线上两个不同的点, 设抛物线的对称轴为 $x = t$.

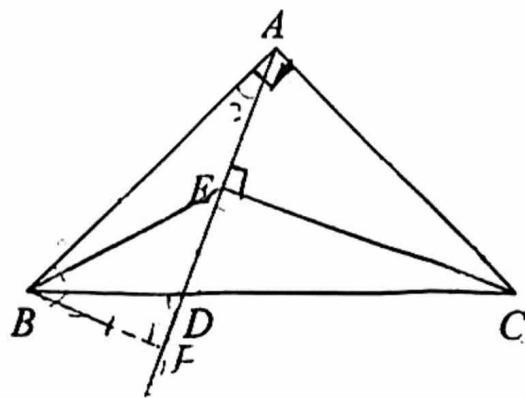
(1) 当 $t = 1$ 时, 求 a 的值;

(2) 若对于 $x_1 > x_2 \geq -\frac{1}{2}$, 都有 $y_1 < y_2$, 求 a 的取值范围.

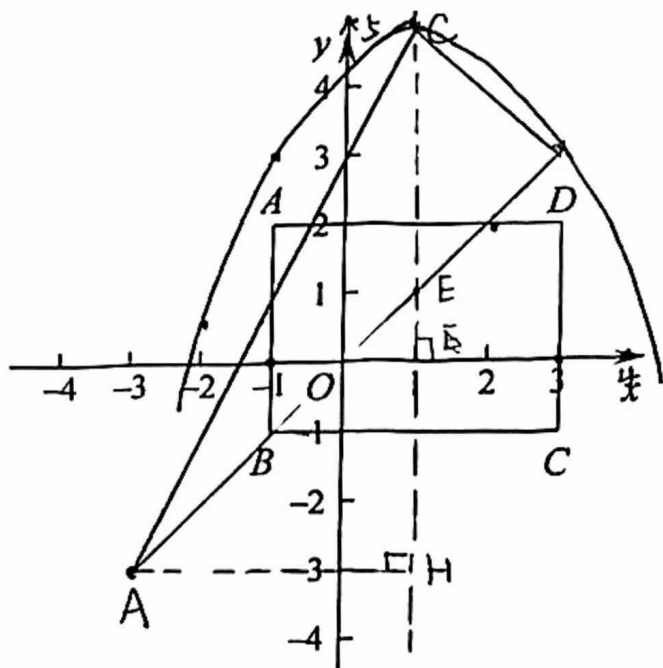
27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, 过点 A 的射线与斜边 BC 交于点 D , $CE \perp AD$ 于点 E .

(1) 求证: $\angle BAD = \angle ACE$;

(2) 连接 BE , 若满足 $DC = 2BD$, $AE = 1$, 求 BE 的值.



28. 定义：在平面直角坐标系 xOy 中，当点 N 在图形 M 的内部，或在图形 M 上，且点 N 的横坐标和纵坐标相等时，则称点 N 为图形 M 的“和谐点”。



- (1) 如图，矩形 $ABCD$ 的顶点坐标分别是 $A(-1, 2)$ ， $B(-1, -1)$ ， $C(3, -1)$ ， $D(3, 2)$ ，在点 $M_1(1, 1)$ ， $M_2(2, 2)$ ， $M_3(3, 3)$ 中，是矩形 $ABCD$ “和谐点”的是 _____；
- (2) 点 $G(2, 2)$ 是反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 图象上的一个“和谐点”，则该函数图象上的另一个“和谐点” H 的坐标是 _____，直线 GH 的表达式是 $y_2 =$ _____；
- (3) 已知点 A ， B 是抛物线 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 5$ 上的“和谐点”，点 A 在点 B 的左侧，点 C 是抛物线的顶点，连接 AC ， AB ， BC ，求点 A ， B 的坐标，并直接写出 $\triangle ABC$ 的面积。



房山区 2023—2024 学年度第一学期初中学业水平调研参考答案
九年级数学

第一部分 选择题（共 16 分，每题 2 分）

一、在下列各题的四个选项中，只有一项是符合题意的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	D	B	C	A	D	C

第二部分 非选择题（共 84 分）

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. $x \neq 5$

10. $\frac{3}{2}$

11. $y = x^2$ （答案不唯一）

12. 1:4

13. $\angle B = \angle AED$ 或 $\angle C = \angle ADE$ 或 $AB : AC = AE : AD$ 或 $AB : AE = AC : AD$
（答案不唯一）

14. 4

15. (1) $S = -2x^2 + 40x$ ($0 < x < 20$)
(2) 200

16. ②④

（注：第 15 题一空一分，第 16 题答对 1 个给 1 分）

三、解答题（共 68 分，第 17-22 题，每题 5 分，第 23-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解：∵ AC ， BD 交于点 O

$\therefore \angle BOA = \angle DOC$ 2 分

$\therefore \angle A = \angle D$ 3 分

$\therefore \triangle AOB \sim \triangle DOC$ 5 分

18. 解： $\frac{x}{2} = \frac{3}{x+5}$

$x(x+5) = 6$ 1 分



$$x^2 + 5x = 6$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0 \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$(x+6)(x-1) = 0 \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$x_1 = -6, x_2 = 1 \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

19. 解: (1) $y = x^2 + 2x - 3$

$$a = 1, b = 2$$

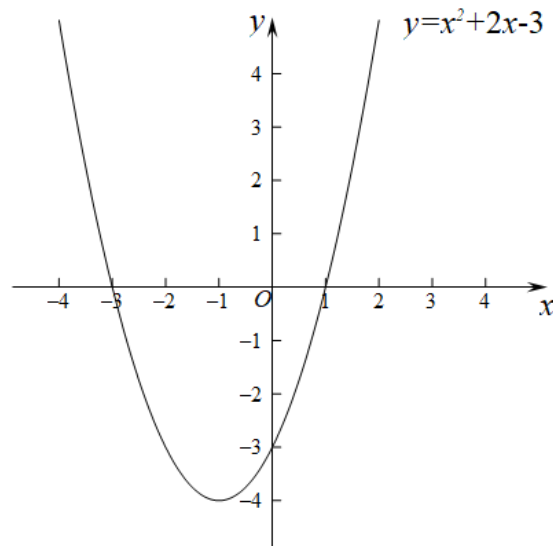
$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2} = -1$$

对称轴是直线 $x = -1$ $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

当 $x = 0$ 时, $y = -3$

与 y 轴交点 $(0, -3)$ $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 如图:



$\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

自变量 x 的取值范围: $-3 < x < 1$ $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

20. 解:

(1) $\angle DEF = 135^\circ, AC = 2\sqrt{5}$ $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) 判断: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

证明:

解法一:

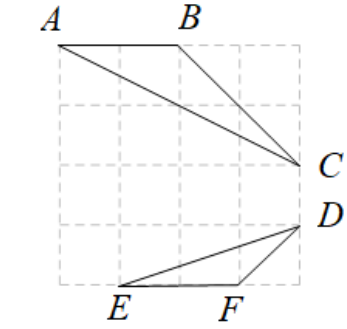
$$\because AB = 2, BC = 2\sqrt{2}, AC = 2\sqrt{5}$$

$$DE = \sqrt{2}, EF = 2, DF = \sqrt{10}$$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \sqrt{2}, \frac{BC}{EF} = \sqrt{2}, \frac{AC}{DF} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$$



.....4分

.....5分

解法二:

$$\because AB = 2, BC = 2\sqrt{2}$$

$$DE = \sqrt{2}, EF = 2$$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \sqrt{2}, \frac{BC}{EF} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

$$\because \angle ABC = \angle DEF = 135^\circ \quad \dots\dots\dots 4分$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF \quad \dots\dots\dots 5分$$



21. 解:

解法一: 由题意, 设二次函数的表达式为 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 1分

\because 二次函数经过点 $(0, -3), (1, -4), (2, -3)$

$$\therefore \begin{cases} -3 = c \\ -4 = a + b + c \\ -3 = 4a + 2b + c \end{cases} \quad \dots\dots\dots 3分$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

\therefore 二次函数的表达式为 $y = x^2 - 2x - 3$4分

当 $x = 4$ 时, $n = 4^2 - 2 \times 4 - 3 = 5$ 5分

解法二：由题意，设二次函数的表达式为 $y = a(x-1)^2 - 4 (a \neq 0)$ 2 分

\because 二次函数经过点 $(0, -3)$,

$$\therefore -3 = a(0-1)^2 - 4.$$

$$\therefore a = 1. \quad \text{.....3 分}$$

$$\therefore \text{二次函数的表达式为 } y = (x-1)^2 - 4. \quad \text{.....4 分}$$

$$\text{即 } y = x^2 - 2x - 3.$$

$$\text{当 } x = 4 \text{ 时, } n = (4-1)^2 - 4 = 5 \quad \text{.....5 分}$$

解法三：由题意，设二次函数的表达式为 $y = a(x+1)(x-3) (a \neq 0)$ 2 分

\because 二次函数经过点 $(1, -4)$,

$$\therefore -4 = a(1+1)(1-3).$$

$$\therefore a = 1. \quad \text{.....3 分}$$

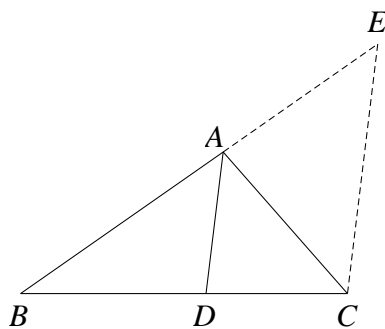
$$\therefore \text{二次函数的表达式为 } y = (x+1)(x-3). \quad \text{.....4 分}$$

$$\text{即 } y = x^2 - 2x - 3.$$

$$\text{当 } x = 4 \text{ 时, } n = (4+1)(4-3) = 5 \quad \text{.....5 分}$$

22. 解:

方法一：证明：如图，过点 C 作 $CE \parallel AD$ 与 BA 得延长线交于点 E .



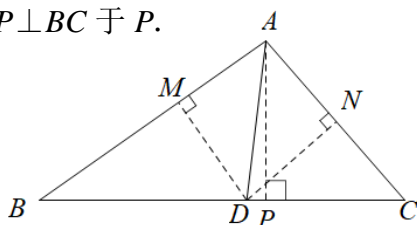
$\because CE \parallel AD$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \quad \angle 3 = \angle 4 \quad \text{.....1 分}$$

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$

$$\begin{aligned} \therefore \angle 1 &= \angle 3 \\ \therefore \angle 2 &= \angle 4 && \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\ \therefore AE &= AC && \dots\dots\dots 3 \text{ 分} \\ \therefore CE &\parallel AD \\ \therefore \frac{AB}{AE} &= \frac{BD}{DC} && \dots\dots\dots 4 \text{ 分} \\ \therefore AE &= AC \\ \therefore \frac{AB}{AC} &= \frac{BD}{DC} && \dots\dots\dots 5 \text{ 分} \end{aligned}$$

方法二：证明：如图，过点 D 作 $DM \perp AB$ 于 M ，过点 D 作 $DN \perp AC$ 于 N ，过点 A 作 $AP \perp BC$ 于 P 。



$$\begin{aligned} \therefore AD &\text{ 平分 } \angle BAC \\ \therefore DM &= DN && \dots\dots\dots 1 \text{ 分} \\ \therefore \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot DM}{\frac{1}{2} \cdot AC \cdot DN} = \frac{\frac{1}{2} \cdot BD \cdot AP}{\frac{1}{2} \cdot DC \cdot AP} && \dots\dots\dots 3 \text{ 分} \\ \therefore DM &= DN \\ \therefore \frac{AB}{AC} &= \frac{BD}{DC} && \dots\dots\dots 5 \text{ 分} \end{aligned}$$

23. (1) \therefore 一次函数 $y = x + 2$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象相交于

点 $A(1, m)$ 。

当 $x = 1$ 时， $m = 1 + 2 = 3$

$$\therefore A(1, 3) \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore k = 1 \times 3 = 3 \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{反比例函数的表达式为 } y = \frac{3}{x} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 由图象可知，当 $\frac{k}{x} > x + 2$ 时， x 的取值范围是 $x < -3$ 或 $0 < x < 1$ 6 分

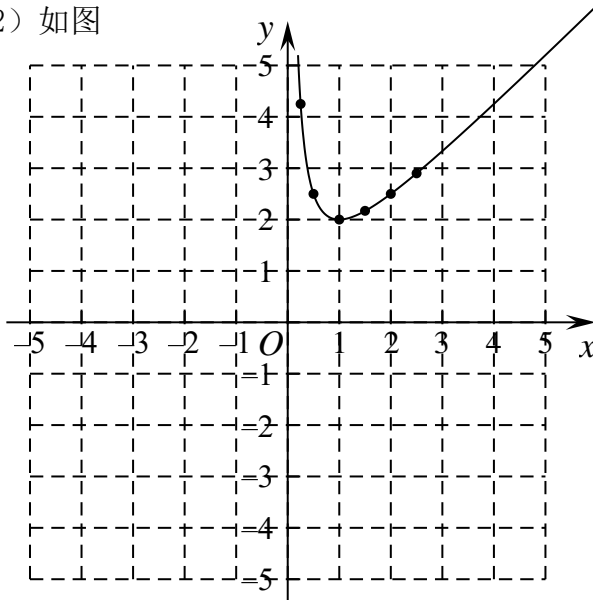


24. 解:

(1) 减小; 减小

.....2分

(2) 如图



.....4分

(3) $m = 2$

.....6分

25. 解:

(1) 证明:

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$\therefore \angle A = \angle C, AE \parallel BC$

$\therefore \angle E = \angle CBE$

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle CFB$

.....2分

.....3分

(2) \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$\therefore BC \parallel AE, BC = AD, AB = CD$

$\therefore \angle E = \angle CBE, \angle C = \angle CDE$

$\therefore \triangle BCF \sim \triangle EDF$

.....4分

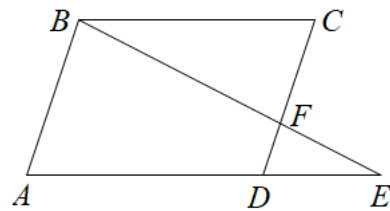
$$\therefore \frac{CF}{DF} = \frac{BC}{ED}$$

$$\because DE = \frac{1}{2} AD, AD = BC$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2} BC$$

$$\therefore \frac{CF}{DF} = \frac{BC}{ED} = \frac{1}{2}$$

.....5分



$$\because CF = 2$$

$$\therefore DF = 1, CD = CF + DF = 3$$

$$\because AB = CD$$

$$\therefore AB = 3$$

.....6分

26. 解:

$$(1) a = 1$$

.....2分

$$(2) \because \text{当 } x_1 > x_2 \geq -\frac{1}{2} \text{ 时, 都有 } y_1 < y_2$$

$$\therefore a < 0$$

.....3分

$$\because y_1 < y_2$$

$$\therefore ax_1^2 - (a+1)x_1 < ax_2^2 - (a+1)x_2$$

$$ax_1^2 - ax_2^2 < (a+1)x_1 - (a+1)x_2$$

$$a(x_1^2 - x_2^2) < (a+1)(x_1 - x_2)$$

$$\because x_1 > x_2$$

$$\therefore a(x_1 + x_2) < a + 1$$

$$\because a < 0$$

$$\therefore x_1 + x_2 > \frac{a+1}{a}$$

.....4分

$$\because x_1 > x_2 \geq -\frac{1}{2}$$

$$\therefore x_1 + x_2 > -1$$

$$\therefore \frac{a+1}{a} \leq -1$$

$$a \geq -\frac{1}{2}$$

.....5分

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq a < 0$$

.....6分



27. 解:

(1) 证明:

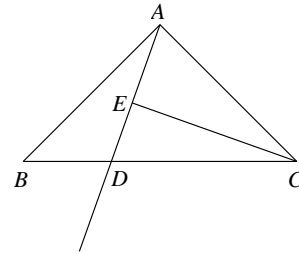
$$\because \angle BAC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAD + \angle DAC = 90^\circ$$

$$\because CE \perp AD$$

$$\therefore \angle ACE + \angle DAC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAD = \angle ACE$$



.....1分

.....2分

.....3分

(2) 过点 B 作 $BF \perp AD$, 交 AD 延长线与点 F

$$\because BF \perp AD, CE \perp AD$$

在 $\triangle ABF$ 与 $\triangle CAE$ 中

$$\begin{cases} \angle BAF = \angle ACE \\ \angle BFA = \angle AEC = 90^\circ \\ AB = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CAE$$

$$\therefore AF = CE, BF = AE$$

$$\because BF \perp AD, CE \perp AD$$

$$\therefore \angle BFD = \angle CED = 90^\circ, \angle BDF = \angle CDE$$

$$\therefore \triangle BDF \sim \triangle CDE$$

$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{BF}{CE} = \frac{DF}{DE}$$

$$\because DC = 2BD$$

$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{BF}{CE} = \frac{DF}{DE} = \frac{1}{2}$$

$$\because AE = 1, BF = AE, AF = EC$$

$$\therefore BE = 1, AF = EC = 2$$

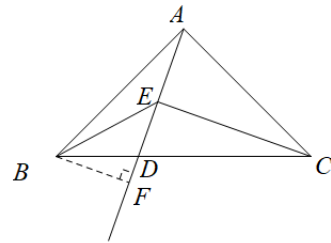
$$EF = AF - AE = 1$$

在 $\text{Rt}\triangle AFE$ 中, $BF = 1, EF = 1, \angle AFE = 90^\circ$

.....4分

.....5分

.....6分



$\therefore BE = \sqrt{2}$ 7分

28. 解: (1) M_1 和 M_2 ;2分

(2) H 点的坐标是 $(-2, -2)$ 3分

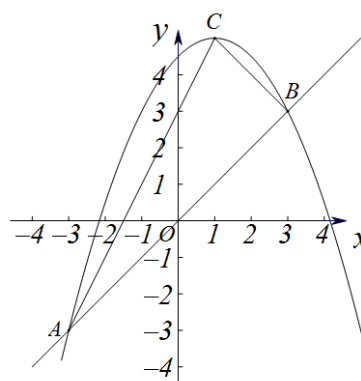
GH 的解析式是 $y = x$;4分

$$(3) \begin{cases} y = x \\ y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 5 \end{cases}$$

解得 $x = \pm 3$

$\therefore A(-3, -3), B(3, 3)$

$\triangle ABC$ 的面积是12.7分



.....6分

