



# 陈经纶中学 2019-2020 第一学期初三数学期中检测

时间：120 分钟

满分：100 分

班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

一、选择题：本大题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分。在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的。

1. 下列数学符号中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ( )

- A. B. C.  $\Pi$  D.  $\infty$

2. 将二次函数  $y = x^2$  的图象向左平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位后，所得图象的函数表达式是 ( )

- A.  $y = (x+1)^2 + 2$  B.  $y = (x-1)^2 - 2$  C.  $y = (x+1)^2 - 2$  D.  $y = (x-1)^2 + 2$

3. 如图 1，四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ， $E$  为  $CD$  延长线上一点，如果  $\angle ADE = 120^\circ$ ，那么  $\angle B$  等于 ( )

- A.  $130^\circ$  B.  $120^\circ$  C.  $80^\circ$  D.  $60^\circ$

4. 某二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象如图 2，则下列结论正确的是 ( )

- A.  $a > 0, b > 0, c > 0$  B.  $a > 0, b > 0, c < 0$  C.  $a > 0, b < 0, c > 0$  D.  $a > 0, b < 0, c < 0$

5. 半径是 7 的圆，其圆心在坐标原点，则下列各点在圆外的是 ( )

- A. (3,4) B. (4,4) C. (4,5) D. (4,6)

6. 如图 3，菱形  $ABOC$  绕点  $O$  顺时针旋转得到菱形  $DFOE$ ，则下列角中不是旋转角的为 ( )

- A.  $\angle BOF$  B.  $\angle AOD$  C.  $\angle COE$  D.  $\angle COF$

7. 《九章算术》是我国古代著名数学著作，书中记载：“今有圆材，埋在壁中，不知大小以锯锯之，深一寸，锯道长一尺，问径几何？”“用数学语言可表述为：“如图 4， $CD$  为  $\odot O$  的直径，弦  $AB \perp DC$  于  $E$ ， $ED = 1$  寸， $AB = 10$  寸，求直径  $CD$  的长。”则  $CD =$  ( )

- A. 13 寸 B. 20 寸 C. 26 寸 D. 28 寸

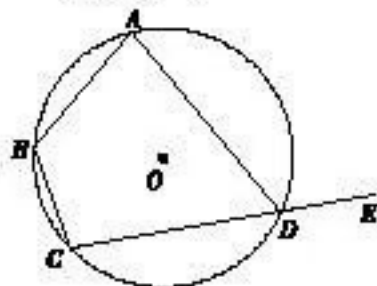


图 1

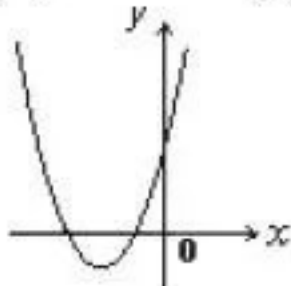


图 2

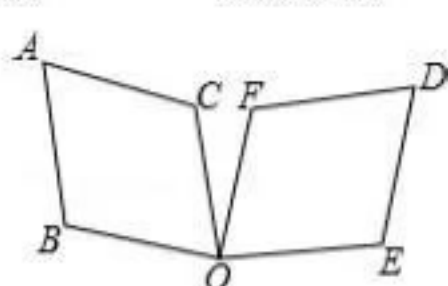


图 3

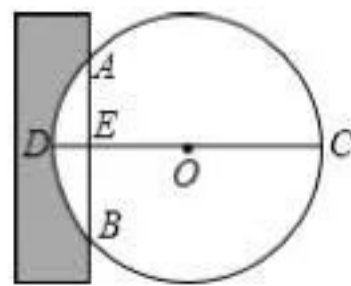
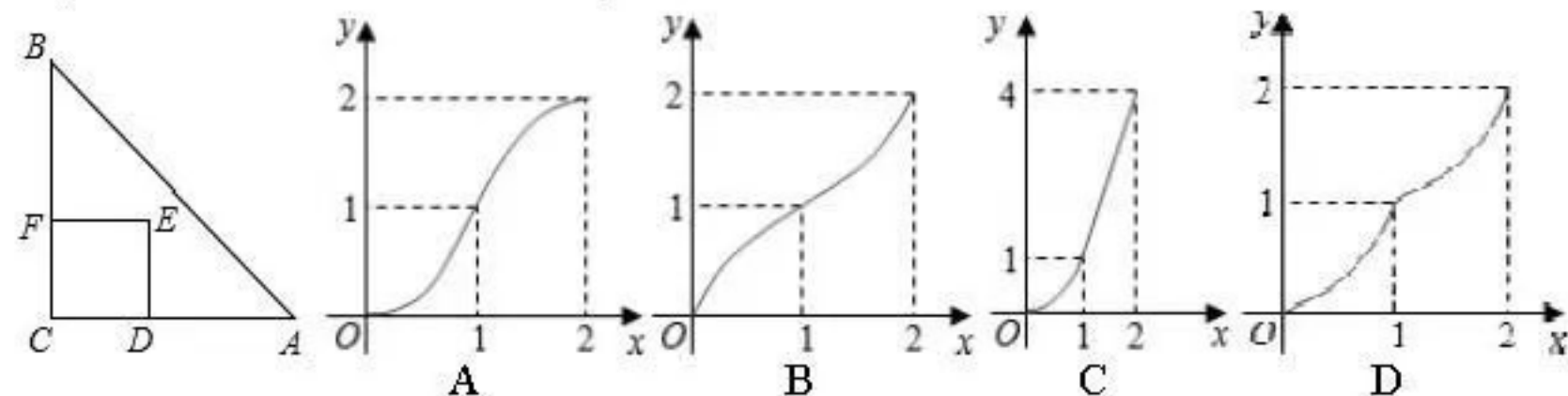


图 4

8. 如图， $Rt\triangle ABC$  中， $AC = BC = 2$ ，正方形  $CDEF$  的顶点  $D$ 、 $F$  分别在  $AC$ 、 $BC$  边上，设  $CD$  的长度为  $x$ ， $\triangle ABC$  与正方形  $CDEF$  重叠部分的面积为  $y$ ，则下列图象中能表示  $y$  与  $x$  之间的函数关系的是 ( )





二、填空题：本大题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分.

9. 请写出一个开口向上且对称轴为直线  $x=3$  的抛物线的解析式\_\_\_\_\_.

10. 点  $P(1,-2)$  关于原点的对称点的坐标是\_\_\_\_\_.

11. 如图 5, 把  $\triangle ABC$  绕点  $C$  按顺时针方向旋转  $35^\circ$ , 得到  $\triangle A'B'C$ ,  $A'B'$  交  $AC$  于点  $D$ , 若  $\angle A'DC=90^\circ$ , 则  $\angle A=$ \_\_\_\_\_度.

12. 颐和园是我国现存规模最大, 保存最完整的古代皇家园林, 它和承德避暑山庄、苏州拙政园、苏州留园并称为中国四大名园. 该园有一个六角亭, 如果它的地基是半径为 2 米的正六边形, 那么这个地基的面积是\_\_\_\_\_平方米.

13. 如图 6, 抛物线  $y=ax^2$  与直线  $y=bx+c$  的两个交点坐标分别为  $A(-2,4)$ ,  $B(1,1)$ , 则关于  $x$  的方程  $ax^2 - bx - c = 0$  的解为\_\_\_\_\_.

14. 如图 7,  $PA$ 、 $PB$  是  $\odot O$  的切线,  $A$ 、 $B$  分别为切点,  $PO$  交圆于点  $C$ , 若  $\angle APB=60^\circ$ ,  $PC=6$ , 则  $AC$  的长为\_\_\_\_\_.

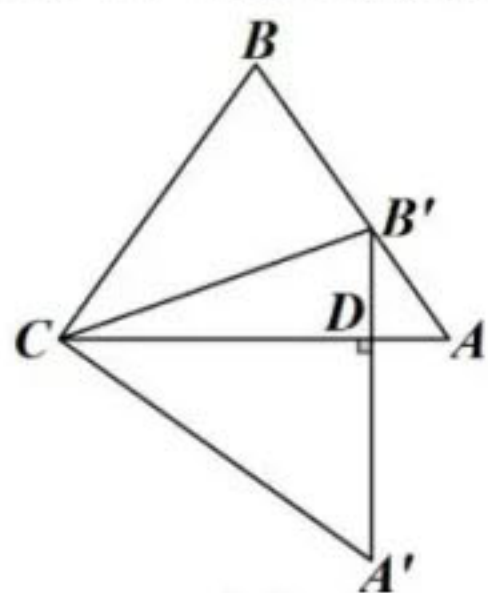


图 5

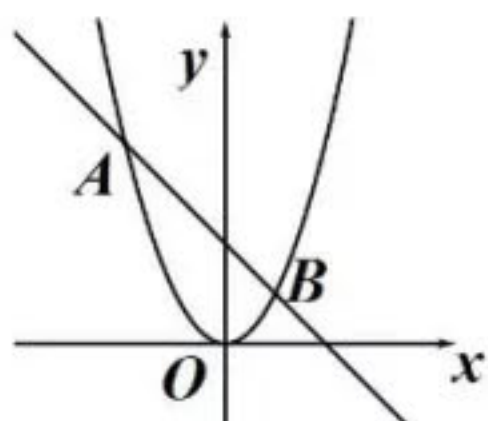


图 6

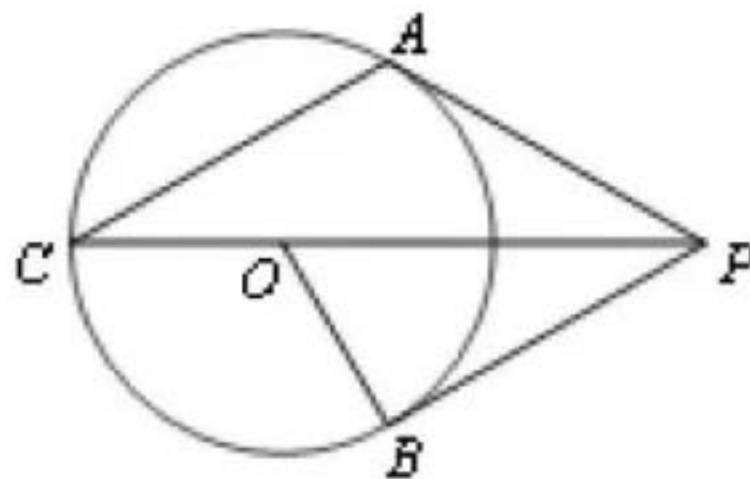


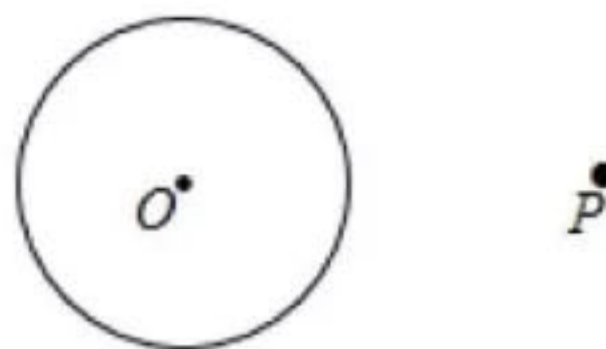
图 7

15. 阅读材料：在学习《圆》这一章时，老师给同学们布置了一道尺规作图题：

尺规作图：过圆外一点作圆的切线.

已知： $P$  为  $\odot O$  外一点.

求作：经过点  $P$  的  $\odot O$  的切线.



小敏的作法如下：

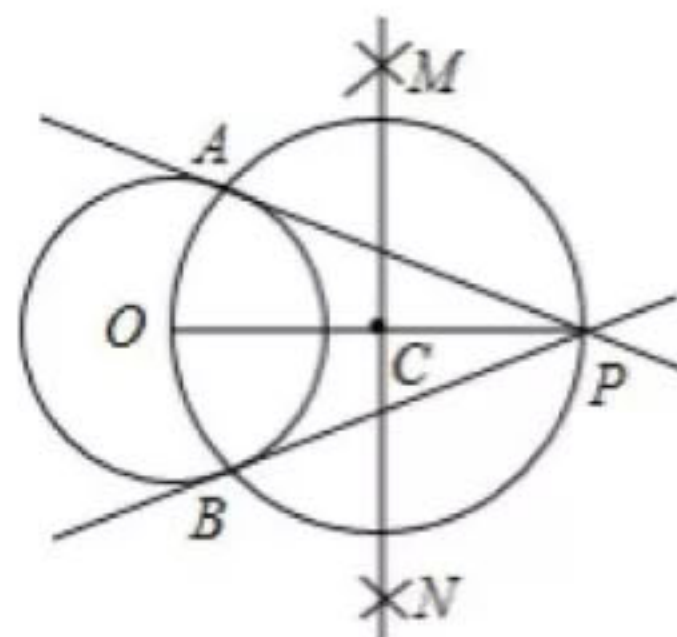
如图，

(1) 连接  $OP$ , 作线段  $OP$  的垂直平分线  $MN$  交  $OP$  于点  $C$ ;

(2) 以点  $C$  为圆心,  $CO$  的长为半径作圆交  $\odot O$  于  $A$ ,  $B$  两点;

(3) 作直线  $PA$ ,  $PB$ .

所以直线  $PA$ ,  $PB$  就是所求作的切线.



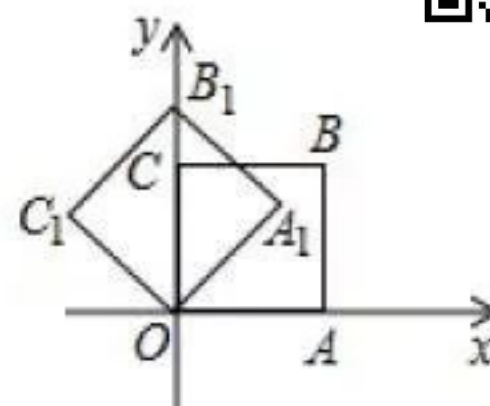
老师认为小敏的作法正确.

请回答：连接  $OA$ ,  $OB$  后, 可证  $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ , 其依据是\_\_\_\_\_;

由此可证明直线  $PA$ ,  $PB$  都是  $\odot O$  的切线, 其依据是\_\_\_\_\_.

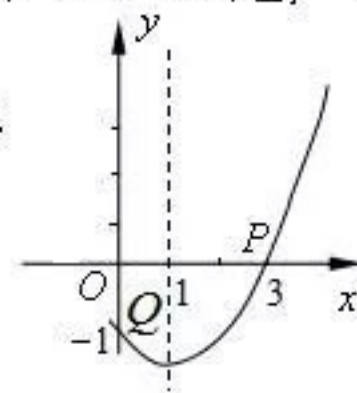


16. 如图，在平面直角坐标系中，将正方形  $OABC$  绕点  $O$  逆时针旋转  $45^\circ$  后得到正方形  $OA_1B_1C_1$ ，依此方式，绕点  $O$  连续旋转 2019 次得到正方形  $OA_{2019}B_{2019}C_{2019}$ ，如果点  $A$  的坐标为  $(1,0)$ ，那么点  $B_{2019}$  的坐标为\_\_\_\_\_。



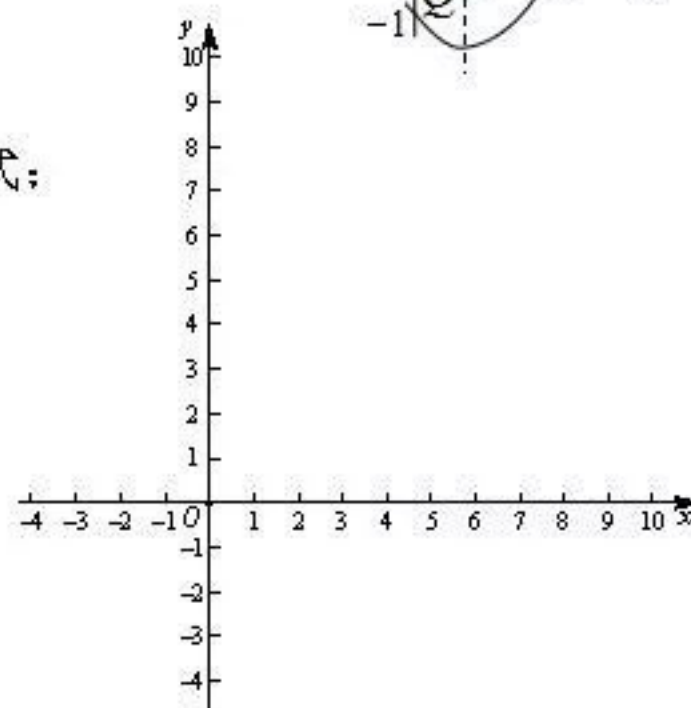
三、解答题：本大题共 12 个小题，共 68 分。（第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分）

17. 已知：二次函数的图象如右图所示，求这个二次函数的表达式。

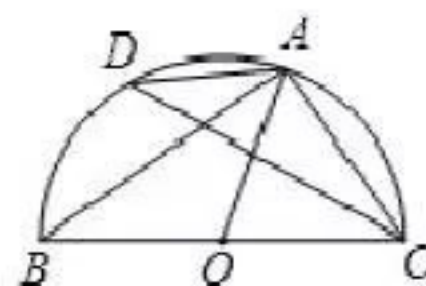


18. 已知二次函数  $y = x^2 - 6x + 8$ .

- (1) 将  $y = x^2 - 6x + 8$  化成  $y = a(x - h)^2 + k$  的形式；
- (2) 画出这个二次函数的图象；
- (3) 当  $0 \leq x \leq 4$  时， $y$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

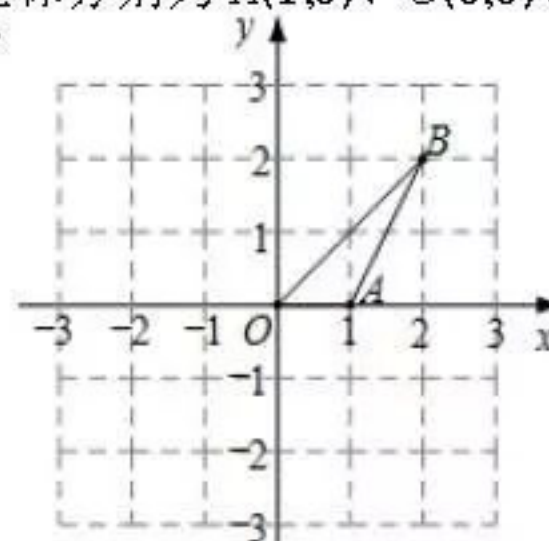


19. 如图， $A$ 、 $D$  是半圆上两点， $O$  为圆心， $BC$  是直径， $\angle D = 35^\circ$ ，求  $\angle OAC$  的度数。



20. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle AOB$  的三个顶点坐标分别为  $A(1,0)$ 、 $O(0,0)$ 、 $B(2,2)$ 。以点  $O$  为旋转中心，将  $\triangle AOB$  逆时针旋转  $90^\circ$

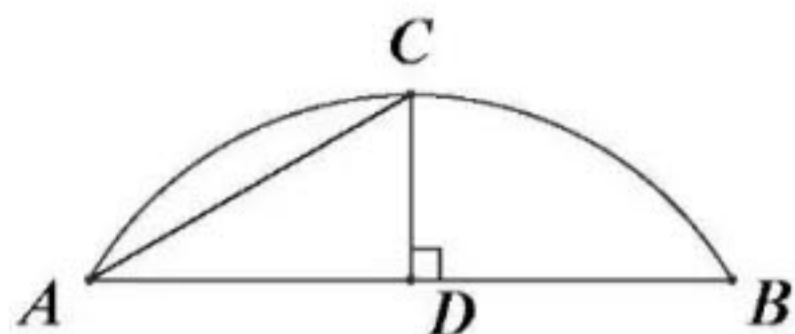
- (1) 画出  $\triangle A_1OB_1$ ；
- (2) 直接写出点  $A_1$  和点  $B_1$  的坐标；
- (3) 求线段  $OB_1$  的长度。





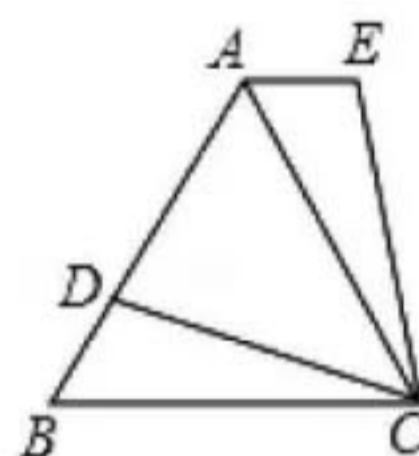
21. 一件轮廓为圆形的文物出土后只留下了一块残片，文物学家希望能把此件文物进行复原，因此把残片抽象成了一个弓形，如图，经过测量得到弓形高  $CD=0.2$  米， $\angle CAD=30^\circ$ ，请你帮助文物学家完成下面两项工作：

- (1) 作出此文物轮廓圆心  $O$  的位置（尺规作图，保留作图痕迹，不写作法）；
- (2) 求出弓形所在圆的半径.

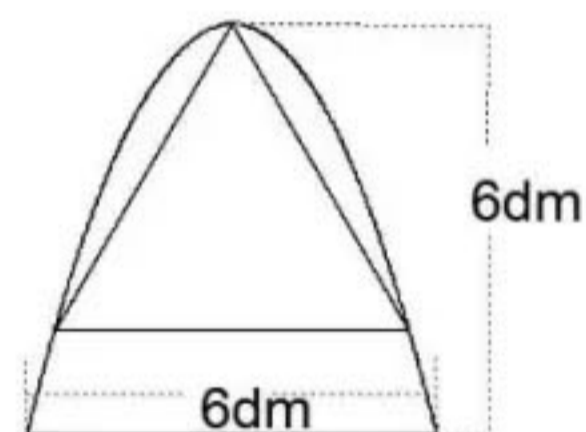


22. 如图，在等边  $\triangle ABC$  中，点  $D$  是  $AB$  边上一点，连接  $CD$ ，将线段  $CD$  绕点  $C$  按顺时针方向旋转  $60^\circ$  后得到  $CE$ ，连接  $AE$ .

求证： $AE \parallel BC$ .

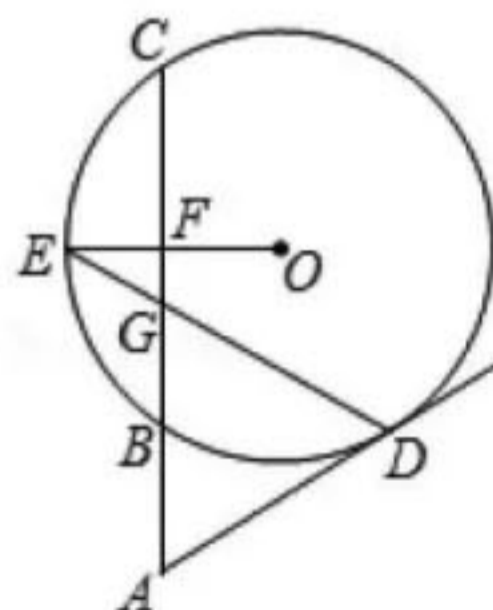


23. 如图，有一块铁片下脚料，其外轮廓中的曲线是抛物线的一部分，要裁出一个等边三角形，使其一个顶点与抛物线的顶点重合，另外两个顶点在抛物线上，求这个等边三角形的边长.



24. 如图， $AC$  与  $\odot O$  相交于  $B$ 、 $C$  两点， $D$  为  $\odot O$  上一点， $E$  为弧  $BC$  的中点， $OE$  交  $BC$  于  $F$ ， $DE$  交  $AC$  于  $G$ ， $\angle ADG = \angle AGD$ .

- (1) 证明： $AD$  是  $\odot O$  的切线；
- (2) 若  $\angle A=60^\circ$ ， $\odot O$  的半径为 4，求  $DE$  的长.





25. 吴京同学根据学习函数的经验, 对一个新函数  $y = -\frac{5}{x^2 - 4x + 5}$  的图象和性质进行

了如下探究, 请帮他把探究过程补充完整

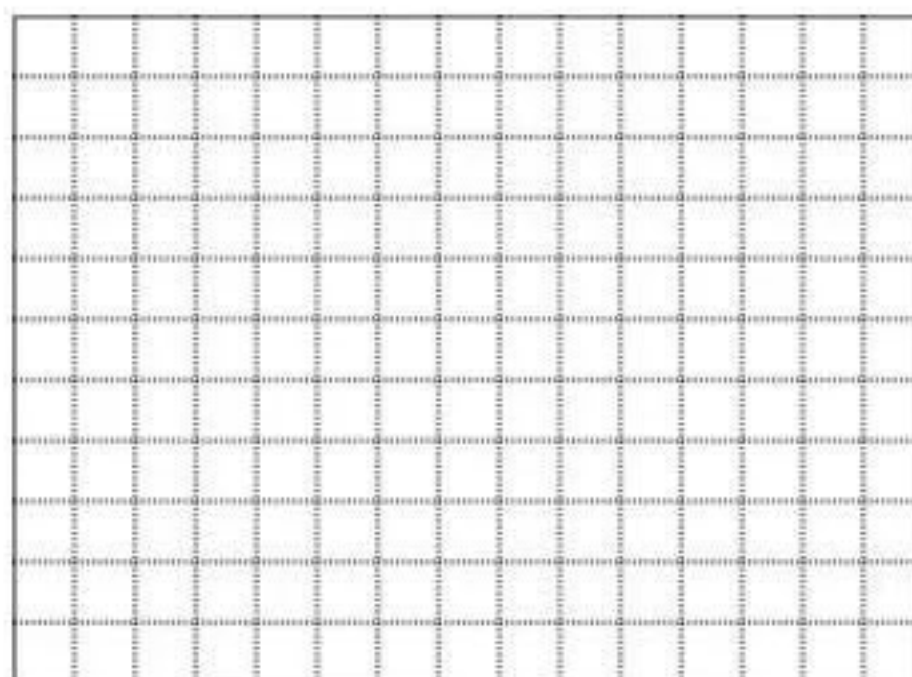
(1) 该函数的自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

(2) 列表:

$x$	...	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	...
$y$	...	$-\frac{5}{17}$	$m$	-1	$-\frac{5}{2}$	-5	$-\frac{5}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{5}{17}$	...

表中  $m =$ \_\_\_\_\_.

(3) 描点、连线: 在所给的网格图中, 建立适当的平面直角坐标系  $xOy$  中, 描出上表中各对对应值为坐标的点(其中  $x$  为横坐标,  $y$  为纵坐标), 并根据描出的点画出该函数的图象:



(4) 观察所画出的函数图象, 写出该函数的两条性质:

①\_\_\_\_\_;

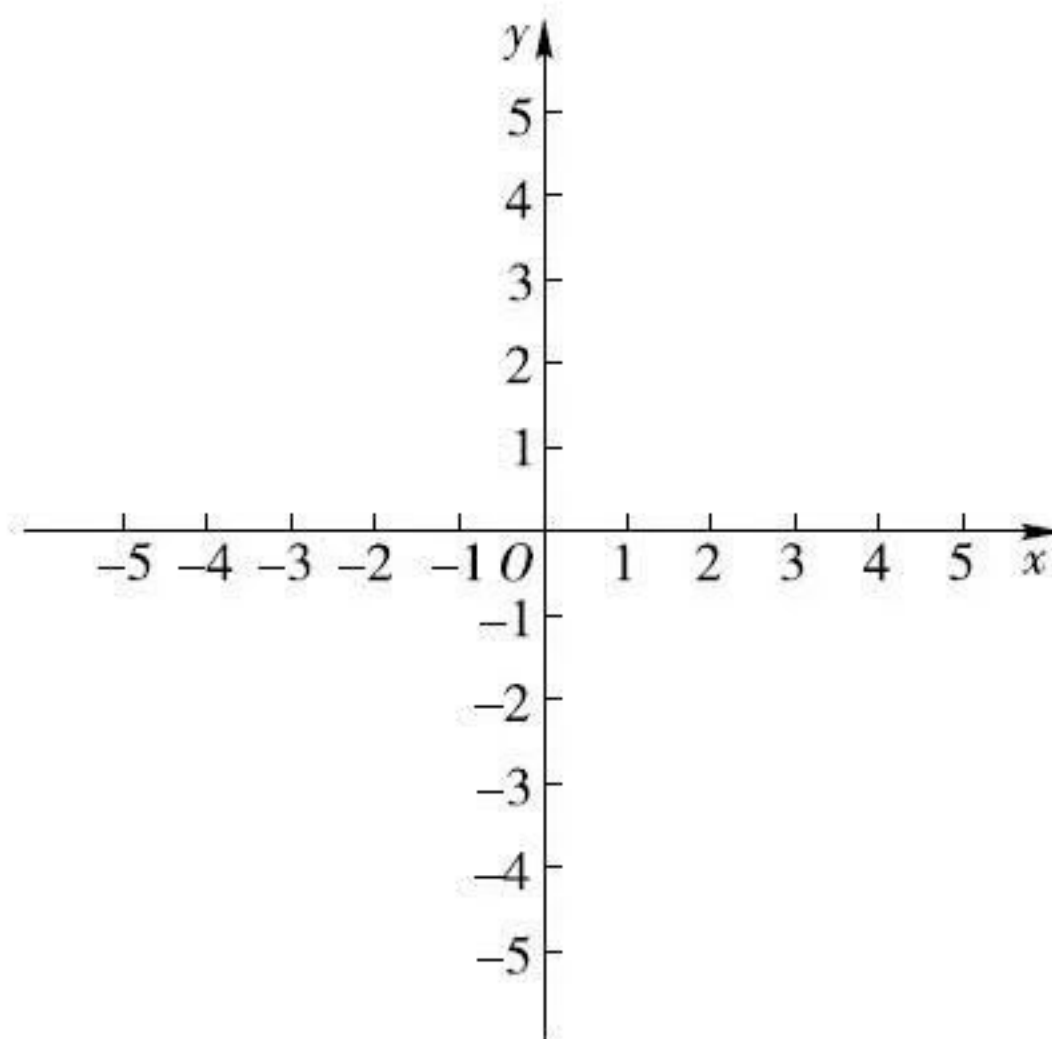
②\_\_\_\_\_.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = -x^2 + 2mx - m^2 + 1$  的对称轴是直线  $x = 1$ .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 点  $D(n, y_1)$ ,  $E(3, y_2)$  在抛物线上, 若  $y_1 < y_2$ , 请直接写出  $n$  的取值范围;

(3) 设点  $M(p, q)$  为抛物线上的一个动点, 当  $-1 < p < 2$  时, 点  $M$  关于  $y$  轴的对称点都在直线  $y = kx - 4$  的上方, 求  $k$  的取值范围.



27. 已知：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=AC$ 。

(1) 如图1，将线段 $AC$ 绕点 $A$ 逆时针旋转 $60^\circ$ 得到 $AD$ ，连结 $CD$ 、 $BD$ ， $\angle BAC$ 的平分线交 $BD$ 于点 $E$ ，连结 $CE$ 。

① 求证： $\angle AED=\angle CED$ ；

② 用等式表示线段 $AE$ 、 $CE$ 、 $BD$ 之间的数量关系（直接写出结果）；

(2) 在图2中，若将线段 $AC$ 绕点 $A$ 顺时针旋转 $60^\circ$ 得到 $AD$ ，连结 $CD$ 、 $BD$ ， $\angle BAC$ 的平分线交 $BD$ 的延长线于点 $E$ ，连结 $CE$ 。请补全图形，并用等式表示线段 $AE$ 、 $CE$ 、 $BD$ 之间的数量关系，并证明。

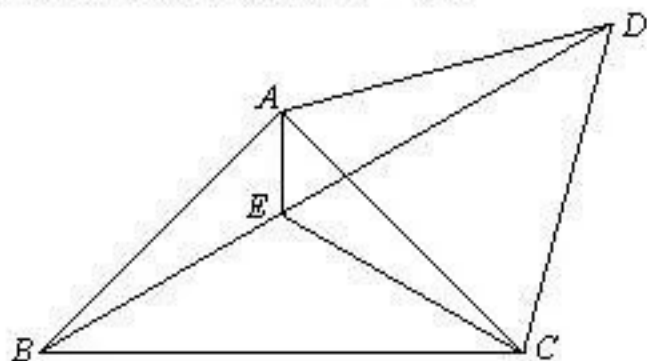


图1

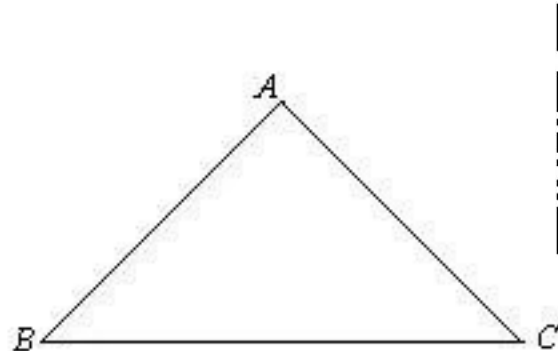


图2



28. 定义：把一个半圆与抛物线的一部分组成的封闭图形称为“蛋圆”。

如图，抛物线 $y=x^2-2x-3$ 与 $x$ 轴交于点 $A$ 、 $B$ ，与 $y$ 轴交于点 $D$ ，以 $AB$ 为直径，在 $x$ 轴上方作半圆交 $y$ 轴于点 $C$ ，半圆的圆心记为 $M$ ，此时这个半圆与这条抛物线 $x$ 轴下方部分组成的图形就称为“蛋圆”。

(1) 直接写出“蛋圆”弦 $CD$ 的长；

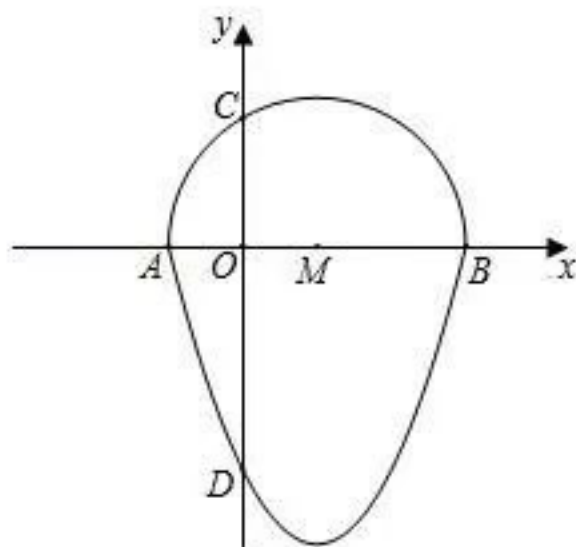
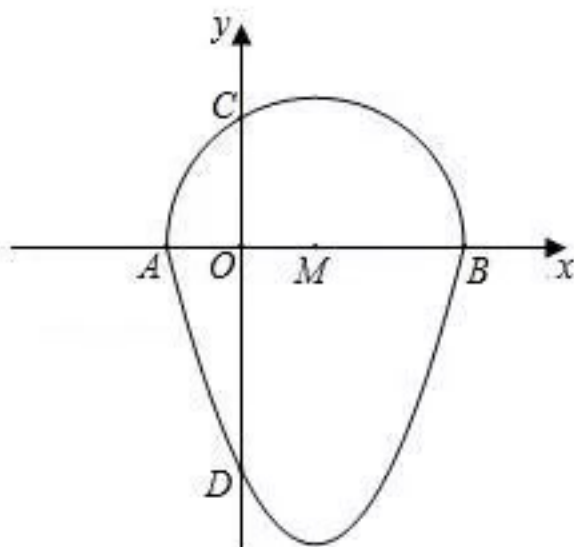
(2) 如果一条直线与“蛋圆”只有一个交点，那么这条直线叫做“蛋圆”的切线。

① 直接写出经过点 $C$ 的“蛋圆”切线的解析式；

② 直接写出经过点 $D$ 的“蛋圆”切线的解析式；

(3) 由(2)求得过点 $D$ 的“蛋圆”切线与 $x$ 轴交点记为点 $E$ ，点 $F$ 是“蛋圆”上一动点，试求出使 $S_{\triangle CDG}=S_{\triangle CDF}$ 的点 $F$ 的坐标；

(4) 点 $P$ 是“蛋圆”外一点，且满足 $\angle BPC=60^\circ$ ，当 $BP$ 最大时，请直接写出点 $P$ 的坐标。



备用图