

# 数学试题答案

一.

**【分析】**根据两点之间，线段最短解答.

**【解答】**解：A、把弯曲的公路改直，就能缩短路程，是根据两点之间，线段最短解释，正确；

B、植树的时候只要定出两棵树的位置，就能确定同一行树所在的直线是根据两点确定一条直线解释，错误；

C、利用圆规可以比较两条线段的长短关系是根据线段的大小比较解释，错误；

D、用两个钉子就可以把木条固定在墙上是根据两点确定一条直线解释，错误；

故选：A.

**【点评】**本题考查的是线段的性质，掌握两点之间，线段最短是解题的关键.

2.

**【分析】**根据分式有意义分母不等于0列式计算，求出 $x$ 的取值范围即可得解.

**【解答】**解：由题意得， $x+3 \neq 0$ ,

解得  $x \neq -3$ .

故选：D.

**【点评】**本题考查了分式有意义的条件，从以下三个方面透彻理解分式的概念：

(1) 如果分式无意义，那么分母为零；

(2) 如果分式有意义，那么分母不为零；

(3) 如果分式的值为零，那么分子为零且分母不为零.

反之也成立.

3.

**【分析】**根据从正面看得到的图形是主视图，可得答案.

**【解答】**解：从正面看第一层是三个小正方形，第二层在中间位置一个小正方形，故D符合题意，

故选：D.

**【点评】**本题考查了简单组合体的三视图，从正面看得到的图形是主视图.

4.

**【分析】**根据数轴上绝对值相等的点到原点的距离相等，判断出数轴上有  $A, B, C, D$  四个点，其中绝对值相等的点是哪两个点即可。

**【解答】**解：∵点  $B$  与点  $C$  到原点的距离相等，

∴数轴上有  $A, B, C, D$  四个点，其中绝对值相等的点是点  $B$  与点  $C$ 。

故选： $C$ 。

**【点评】**此题主要考查了数轴的特征和应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：数轴上绝对值相等的点到原点的距离相等。

5.

**【分析】**根据轴对称图形和中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解。

**【解答】**解： $A$ 、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；

$B$ 、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故本选项正确；

$C$ 、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；

$D$ 、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误。

故选： $B$ 。

**【点评】**本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念。轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转  $180$  度后两部分重合。

6.

**【分析】**根据折线统计图中的数据，可判断各选项。

**【解答】**解：由图可得：阅读量最多的是 8 月份，是 83 本， $A$  正确；

阅读量最少的是 6 月份，是 28 本， $B$  正确；

3 月份的阅读量为 58，5 月份的阅读量为 58，故阅读量相等， $C$  正确；

阅读量超过 40 本的有 6 个月， $D$  错误；

故选： $D$ 。

**【点评】**本题主要考查了折线统计图，属于基础题。

7.

**【分析】**根据函数图象可以判断题目中的各个小题是否正确，从而可以解答本题.

**【解答】**解：由图象可得，

甲队挖掘  $30m$  时，用的时间为： $30 \div (60 \div 6) = 3h$ ，故①正确，

挖掘  $6h$  时甲队比乙队多挖了： $60 - 50 = 10m$ ，故②正确，

前两个小时乙队挖得快，在 2 小时到 6 小时之间，甲队挖的快，故③错误，

设  $0 \leq x \leq 6$  时，甲对应的函数解析式为  $y = kx$ ，

则  $60 = 6k$ ，得  $k = 10$ ，

即  $0 \leq x \leq 6$  时，甲对应的函数解析式为  $y = 10x$ ，

当  $2 \leq x \leq 6$  时，乙对应的函数解析式为  $y = ax + b$ ，

$$\begin{cases} 2a + b = 30 \\ 6a + b = 50 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} a = 5 \\ b = 20 \end{cases},$$

即  $2 \leq x \leq 6$  时，乙对应的函数解析式为  $y = 5x + 20$ ，

$$\text{则 } \begin{cases} y = 10x \\ y = 5x + 20 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} x = 4 \\ y = 40 \end{cases},$$

即开挖后甲、乙两队所挖河渠长度相等时， $x = 4$ ，故④正确，

由上可得，一定正确的是①②④，

故选：C.

**【点评】**本题考查一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用函数的思想和数形结合的思想解答.

8.

**【分析】**根据图表可求得指针落在“一袋苹果”区域的概率，另外概率是多次实验的结果，因此不能说转动转盘 10 次，一定有 3 次获得“一盒樱桃”.

**【解答】**解：A、频率稳定在 0.7 左右，故用频率估计概率，指针落在“一袋苹果”区域的频率大约是 0.70，故 A 选项正确；

由 A 可知 B、转动转盘一次，获得“一袋苹果”的概率大约是 0.70，故 B 选项正确；

C、指针落在“一盒樱桃”区域的概率为 0.30，转动转盘 2000 次，指针落在“一盒樱桃”区域的次数大约有  $2000 \times 0.3 = 600$  次，故 C 选项正确；

D、随机事件，结果不确定，故 D 选项正确。

故选：D。

**【点评】** 本题要理解用面积法求概率的方法。注意概率是多次实验得到的一个相对稳定的值。

## 二. 填空题（共 8 小题，满分 16 分，每小题 2 分）

9.

**【分析】** 先根据立方根的定义计算  $\sqrt[3]{8}=2$ ，再化为  $\sqrt{4}$ ，根据被开方数越大值越大进行比较。

**【解答】** 解：∵  $\sqrt[3]{8}=2=\sqrt{4}$ ，

$$\sqrt{4}<\sqrt{5}，$$

$$\therefore \sqrt[3]{8}<\sqrt{5}，$$

故答案为：<。

**【点评】** 本题考查了实数大小的比较，将两个根式化为根指数相同的式子是关键。

10.

**【分析】** 一个正多边形的每个内角都相等，根据内角与外角互为邻补角，因而就可以求出外角的度数。根据任何多边形的外角和都是  $360^\circ$ ，利用  $360^\circ$  除以外角的度数就可以求出外角和中外角的个数，即多边形的边数。

**【解答】** 解：多边形的边数： $360^\circ \div 30^\circ = 12$ ，

则这个多边形的边数为 12。

故答案为：12。

**【点评】** 根据外角和的大小与多边形的边数无关，由外角和求正多边形的边数，是常见的题目，需要熟练掌握。

11.

**【分析】** 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，约分得到最简结果，把已知等式变形后代入计算即可求出值。

**【解答】** 解：∵  $a^2 - a - 1 = 0$ ，即  $a^2 - a = 1$ ，

$$\therefore \text{原式} = \frac{a^2 - 2a + 1}{a} \cdot \frac{a^2}{a - 1} = \frac{(a - 1)^2}{a} \cdot \frac{a^2}{a - 1} = a(a - 1) = a^2 - a = 1，$$

故答案为：1

【点评】此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算是解本题的关键.

12.

【分析】根据题意得到  $BE: EC=1: 3$ ，证明  $\triangle BED \sim \triangle BCA$ ，根据相似三角形的性质计算即可.

【解答】解：  $\because S_{\triangle BDE}: S_{\triangle CDE}=1: 3$ ,

$$\therefore BE: EC=1: 3,$$

$$\therefore DE \parallel AC,$$

$$\therefore \triangle BED \sim \triangle BCA,$$

$$\therefore S_{\triangle BDE}: S_{\triangle BCA} = \left(\frac{BE}{BC}\right)^2 = 1: 16,$$

$$\therefore S_{\triangle BDE}: S_{\text{四边形} DECA} = 1: 15,$$

故答案为：1: 15.

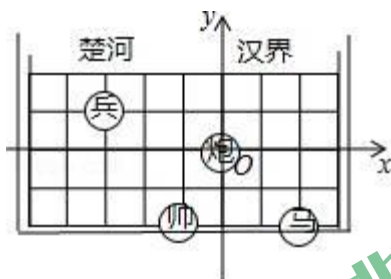
【点评】本题考查的是相似三角形的判定和性质，掌握相似三角形的面积比等于相似比的平方是解题的关键.

13.

【分析】直接利用已知点坐标得出原点的位置进而得出答案.

【解答】解：如图所示：“兵”的坐标为：  $(-3, 1)$  .

故答案为：  $(-3, 1)$  .



【点评】此题主要考查了坐标确定位置，正确得出原点位置是解题关键.

14.

【分析】先根据中位数的定义求出  $x$  的值，再求出这组数据的平均数，最后根据方差公式  $S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$  进行计算即可.

【解答】解：  $\because$  按从小到大的顺序排列为 1, 2, 3,  $x$ , 4, 5，若这组数据的中位数为 3，

$$\therefore x=3,$$

$$\therefore \text{这组数据的平均数是 } (1+2+3+3+4+5) \div 6=3,$$

$$\therefore \text{这组数据的方差是: } \frac{1}{6} [(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2] = \frac{5}{3},$$

$$\text{故答案为: } \frac{5}{3}.$$

**【点评】** 本题考查了中位数和方差：一般地设  $n$  个数据， $x_1, x_2, \dots, x_n$  的平均数为  $\bar{x}$ ，则方差  $S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ ；中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（或最中间两个数的平均数）。

15.

**【分析】** 设用于制作笔管的短竹数为  $x$  根，用于制作笔套的短竹数为  $y$  根，根据题意列出方程组解答即可。

**【解答】** 解：设用于制作笔管的短竹数为  $x$  根，用于制作笔套的短竹数为  $y$  根，根据题意可得：
$$\begin{cases} x+y=83000 \\ 3x=5y \end{cases},$$

$$\text{故答案为: } \begin{cases} x+y=83000 \\ 3x=5y \end{cases},$$

**【点评】** 本题考查了二元一次方程组的应用。解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系列出方程组，再求解。

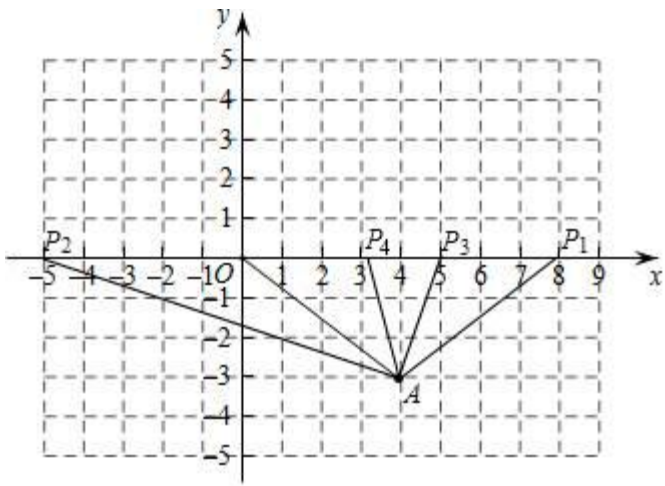
16.

**【分析】** (1) 根据等腰三角形的性质即可求解；

(2) 可分三种情况：①  $AO=AP$ ；②  $AO=PO$ ；③  $AP=PO$ ；解答出即可。

**【解答】** 解：(1) 一个符合题意的点  $P$  的坐标答案不唯一，如： $(-5, 0)$ ；

(2) 如图所示：



故答案为：答案不唯一，如： $(-5, 0)$ 。

**【点评】** 本题主要考查了作图 - 复杂作图、等腰三角形的判定和坐标与图形的性质，注意讨论要全面，不要遗漏。

三. 解答题 (共 12 小题, 满分 68 分)

17.

**【解答】** 解：原式  $= 4 - 3 + 1 - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= 2 - 1$

$= 1.$

**【点评】** 此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键。

18.

**【分析】** 分别求出两个不等式的解集，再求其公共解集。

**【解答】** 解：解不等式  $2x+1 \geq -1$ ，得： $x \geq -1$ 。

解不等式  $x+1 > 4(x-2)$ ，得： $x < 3$ 。

则不等式组的解集为  $-1 \leq x < 3$ 。

**【点评】** 本题考查一元一次不等式组的解法，求不等式组的解集，要遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了。

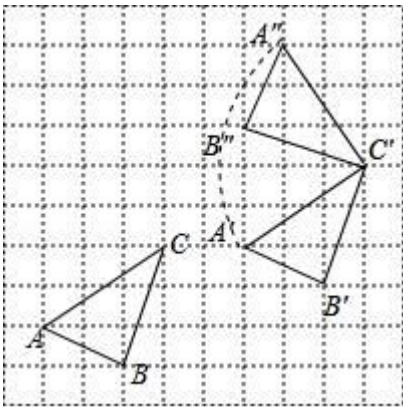
19.

**【分析】** (1) 将三个顶点分别向右平移 5 个单位，再向上平移 2 个单位得到对应点，再首尾顺次连接即可得；

(2) 作出点  $A'$ ， $B'$  绕点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到的对应点，再首尾顺次连接可得；

(3) 根据弧长公式计算可得.

**【解答】**解: (1) 如图所示,  $\triangle A' B' C'$  即为所求.



(2) 如图所示,  $\triangle A'' B'' C''$  即为所求.

(3)  $\because A' C' = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ ,  $\angle A' C' A'' = 90^\circ$ ,

$\therefore$  点  $A'$  所经过的路线长为  $\frac{90 \cdot \pi \cdot \sqrt{13}}{180} = \frac{\sqrt{13}}{2} \pi$ ,

故答案为:  $\frac{\sqrt{13}}{2} \pi$ .

**【点评】** 本题主要考查作图 - 旋转变换和平移变换, 解题的关键是熟练掌握旋转和平移变换的定义和性质, 并据此得出变换后的对应点, 也考查了弧长公式.

20.

**【分析】** (1) 根据判别式的意义得到  $\Delta = (2k+1)^2 - 4(k^2+2k) \geq 0$ , 然后解不等式即可;

(2) 根据根与系数的关系得到  $x_1+x_2=2k+1$ ,  $x_1x_2=k^2+2k$ , 再把  $x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2 = -16$  变形为  $-(x_1+x_2)^2 + 3x_1 \cdot x_2 = -16$ , 所以  $-(2k+1)^2 + 3(k^2+2k) = -16$ , 然后解方程后利用 (1) 中的范围确定满足条件的  $k$  的值.

**【解答】** 解: (1) 根据题意得  $\Delta = (2k+1)^2 - 4(k^2+2k) \geq 0$ ,

解得  $k \leq \frac{1}{4}$ ;

(2) 根据题意得  $x_1+x_2=2k+1$ ,  $x_1x_2=k^2+2k$ ,

$\because x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2 = -16$ .

$\therefore x_1x_2 - [(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2] = -16$ ,

即  $-(x_1+x_2)^2 + 3x_1 \cdot x_2 = -16$ ,



$$\therefore -(2k+1)^2 + 3(k^2 + 2k) = -16,$$

$$\text{整理得 } k^2 - 2k - 15 = 0,$$

$$\text{解得 } k_1 = 5 \text{ (舍去)}, k_2 = -3.$$

$$\therefore k = -3.$$

**【点评】** 本题考查了根与系数的关系：若  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的两根时， $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ 。也考查了根的判别式。

21.

**【分析】** 根据等腰三角形的性质和三角形的内角和得到  $\angle C = 50^\circ$ ，进而得到  $\angle BAC = 80^\circ$ ，由  $\angle BAD = 55^\circ$ ，得到  $\angle DAE = 25^\circ$ ，由  $DE \perp AD$ ，进而求出结论。

**【解答】** 解：  $\because AB = AC$ ,

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$$\because \angle B = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ,$$

$$\because \angle BAD = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = 25^\circ,$$

$$\because DE \perp AD,$$

$$\therefore \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle DAE + \angle ADE = 115^\circ.$$

**【点评】** 本题主要考查了等腰三角形的性质，三角形的内角和定理，垂直定义，熟练应用等腰三角形的性质是解题的关键。

22.

**【分析】** (1) 把点  $A$  坐标分别代入反比例函数  $y = \frac{k}{x}$ ，一次函数  $y = x + b$ ，求出  $k, b$  的值，再把点  $B$  的坐标代入反比例函数解析式求出  $n$  的值，即可得出答案；

(2) 求出直线  $AB$  与  $y$  轴的交点  $C$  的坐标，分别求出  $\triangle ACO$  和  $\triangle BOC$  的面积，然后相加即可；

(3) 根据  $A$ 、 $B$  的坐标结合图象即可得出答案.

**【解答】**解: (1) 把  $A$  点  $(1, 4)$  分别代入反比例函数  $y = \frac{k}{x}$ , 一次函数  $y = x + b$ ,

得  $k = 1 \times 4$ ,  $1 + b = 4$ ,

解得  $k = 4$ ,  $b = 3$ ,

$\therefore$  点  $B(-4, n)$  也在反比例函数  $y = \frac{4}{x}$  的图象上,

$\therefore n = \frac{4}{-4} = -1$ ;

(2) 如图, 设直线  $y = x + 3$  与  $y$  轴的交点为  $C$ ,

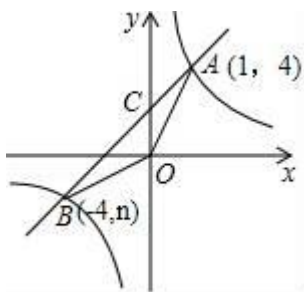
$\therefore$  当  $x = 0$  时,  $y = 3$ ,

$\therefore C(0, 3)$ ,

$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 1 + \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 7.5$ ;

(3)  $\therefore B(-4, -1)$ ,  $A(1, 4)$ ,

$\therefore$  根据图象可知: 当  $x > 1$  或  $-4 < x < 0$  时, 一次函数值大于反比例函数值.



**【点评】** 本题考查了一次函数和反比例函数的交点问题, 用待定系数法求函数的解析式, 三角形的面积, 一次函数的图象等知识点, 题目具有一定的代表性, 是一道比较好的题目, 用了数形结合思想.

23.

**【分析】** (1) 连接  $OC$ , 根据  $PA = AO = 2$ , 可知  $PO = 2OC$ , 所以  $\angle P = 30^\circ$ , 所以  $\angle POC = 60^\circ$ , 从而可知  $\triangle AOC$  是等边三角形, 根据等边三角形的性质可知  $AC = 2$ , 最后根据含  $30^\circ$  度角的直角三角形求出  $OP$ , 即可得出结论;

(2) 由 (1) 易知  $\angle PCA = 30^\circ$ , 从而可求出  $\tan \angle PCA$ , 易知  $CA$  是  $\triangle PCO$  的中线, 所以  $\triangle PAC$  的面积等于  $\triangle PCO$  的面积的一半.

**【解答】**解: (1) 连接  $OC$ ,

$\because PC$  是  $\odot O$  的切线,

$$\therefore \angle PCO = 90^\circ,$$

$\because AB$  是  $\odot O$  的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because PA = AO = CO = 2,$$

$$\therefore PO = 2 + 2 = 4,$$

$$\therefore PO = 2OC,$$

$$\therefore \angle P = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle POC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle AOC$  是等边三角形,

$$\therefore AC = 2,$$

在  $\text{Rt}\triangle OCP$  中,  $OP = 2OC = 4$ , 根据勾股定理得,  $PC = 2\sqrt{3}$

(2) 由 (1) 可知:  $\angle ACO = 60^\circ$ ,  $\angle PCO = 90^\circ$ ,

$$\therefore \angle PCA = 30^\circ,$$

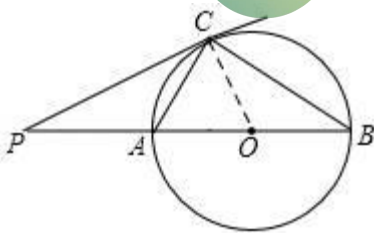
$$\therefore \tan \angle PCA = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$\because A$  是  $PO$  的中点,

$\therefore CA$  是  $\triangle PCO$  的中线,

$$\therefore \triangle PCO \text{ 的面积为: } \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \triangle PAC \text{ 的面积为: } \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} = \sqrt{3}.$$



**【点评】** 本题考查圆的综合问题，涉及三角形面积公式，含 30 度角的直角三角形的性质，锐角三角函数，勾股定理等知识，需要学生灵活运用所学知识。

24.

**【分析】** (1) 根据收集数据填写表格即可求解；

(2) 用乙部门优秀员工人数除以 20 乘以 400 即可得出答案；

(3) 根据情况进行讨论分析，理由合理即可。

**【解答】** 解：(1) 由题意知  $a=7$ 、 $b=10$ ，

故答案为：7、10；

(2) 故估计乙部门生产技能优秀的员工人数为  $\frac{12}{20} \times 400 = 240$  (人)。

故答案为：240；

(3) 可以推断出甲部门员工的生产技能水平较高，理由为：

①甲部门生产技能测试中，平均分较高，表示甲部门员工的生产技能水平较高；

②甲部门生产技能测试中，没有技能不合格的员工，表示甲部门员工的生产技能水平较高。

**【点评】** 本题考查了众数、中位数以及平均数，掌握众数、中位数以及平均数的定义以及用样本估计总体是解题的关键。

25.

**【分析】** (1) 依据点  $P$  运动的路程为  $x$ ， $\triangle ABP$  的面积为  $y$ ，即可得到自变量和因变量；

(2) 依据函数图象，即可得到点  $P$  运动的路程  $x=4$  时， $\triangle ABP$  的面积；

(3) 根据图象得出  $BC$  的长，以及此时三角形  $ABP$  面积，利用三角形面积公式求出  $AB$  的长即可；由函数图象得出  $DC$  的长，利用梯形面积公式求出梯形  $ABCD$  面积即可。

**【解答】** 解：(1)  $\because$  点  $P$  运动的路程为  $x$ ， $\triangle ABP$  的面积为  $y$ ，

$\therefore$  自变量为  $x$ ，因变量为  $y$ ，

故答案为： $x$ ， $y$ ；

(2) 由图可得，当点  $P$  运动的路程  $x=4$  时， $\triangle ABP$  的面积为  $y=16$ ，

故答案为：16；

(3) 根据图象得:  $BC=4$ , 此时  $\triangle ABP$  为 16,

$$\therefore \frac{1}{2} AB \cdot BC = 16, \text{ 即 } \frac{1}{2} \times AB \times 4 = 16,$$

解得:  $AB=8$ ;

由图象得:  $DC=9-4=5$ ,

$$\text{则 } S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2} \times BC \times (DC+AB) = \frac{1}{2} \times 4 \times (5+8) = 26.$$

**【点评】** 此题考查了动点问题的函数图象, 弄清函数图象上的信息是解本题的关键.

26.

**【分析】** (1) 把  $M$  点坐标代入抛物线解析式可得到  $b$  与  $a$  的关系, 可用  $a$  表示出抛物线解析式, 化为顶点式可求得其顶点  $D$  的坐标;

(2) 把点  $M(1, 0)$  代入直线解析式可先求得  $m$  的值, 联立直线与抛物线解析式, 消去  $y$ , 可得到关于  $x$  的一元二次方程, 可求得另一交点  $N$  的坐标, 根据  $a < b$ , 判断  $a < 0$ , 确定  $D, M, N$  的位置, 画图 1, 根据面积和可得  $\triangle DMN$  的面积即可;

(3) 先根据  $a$  的值确定抛物线的解析式, 画出图 2, 先联立方程组可求得当  $GH$  与抛物线只有一个公共点时,  $t$  的值, 再确定当线段一个端点在抛物线上时,  $t$  的值, 可得: 线段  $GH$  与抛物线有两个不同的公共点时  $t$  的取值范围.

**【解答】** 解: (1)  $\because$  抛物线  $y=ax^2+ax+b$  有一个公共点  $M(1, 0)$ ,

$$\therefore a+a+b=0, \text{ 即 } b=-2a,$$

$$\therefore y=ax^2+ax+b=ax^2+ax-2a=a\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9a}{4},$$

$$\therefore \text{抛物线顶点 } D \text{ 的坐标为 } \left(-\frac{1}{2}, -\frac{9a}{4}\right);$$

(2)  $\because$  直线  $y=2x+m$  经过点  $M(1, 0)$ ,

$$\therefore 0=2 \times 1+m, \text{ 解得 } m=-2,$$

$$\therefore y=2x-2,$$

$$\text{则 } \begin{cases} y=2x-2 \\ y=ax^2+ax-2a \end{cases},$$

$$\text{得 } ax^2+(a-2)x-2a+2=0,$$

$$\therefore (x-1)(ax+2a-2)=0,$$

$$\text{解得 } x=1 \text{ 或 } x=\frac{2}{a}-2,$$

$$\therefore N \text{ 点坐标为 } \left(\frac{2}{a}-2, \frac{4}{a}-6\right),$$

$$\therefore a < b, \text{ 即 } a < -2a,$$

$$\therefore a < 0,$$

如图 1, 设抛物线对称轴交直线于点  $E$ ,

$$\therefore \text{抛物线对称轴为 } x = -\frac{a}{2a} = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore E\left(-\frac{1}{2}, -3\right),$$

$$\therefore M(1, 0), N\left(\frac{2}{a}-2, \frac{4}{a}-6\right),$$

设  $\triangle DMN$  的面积为  $S$ ,

$$\therefore S = S_{\triangle DEN} + S_{\triangle DEM} = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{2}{a}-2\right) - 1 \right| \cdot \left| -\frac{9a}{4} - (-3) \right| = \frac{27}{4} - \frac{3}{a} - \frac{27}{8}a,$$

(3) 当  $a = -1$  时,

$$\text{抛物线的解析式为: } y = -x^2 - x + 2 = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4},$$

$$\text{有 } \begin{cases} y = -x^2 - x + 2 \\ y = -2x \end{cases},$$

$$-x^2 - x + 2 = -2x,$$

$$\text{解得: } x_1 = 2, x_2 = -1,$$

$$\therefore G(-1, 2),$$

$\therefore$  点  $G$ 、 $H$  关于原点对称,

$$\therefore H(1, -2),$$

设直线  $GH$  平移后的解析式为:  $y = -2x + t$ ,

$$-x^2 - x + 2 = -2x + t,$$

$$x^2 - x - 2 + t = 0,$$

$$\Delta = 1 - 4(t - 2) = 0,$$

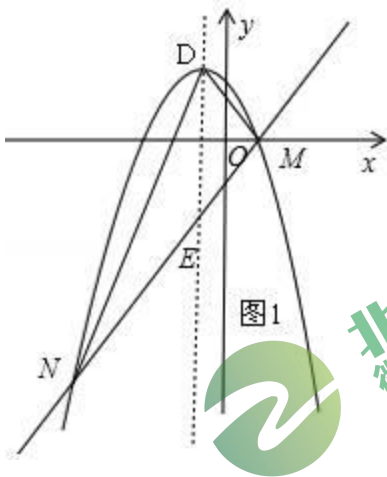
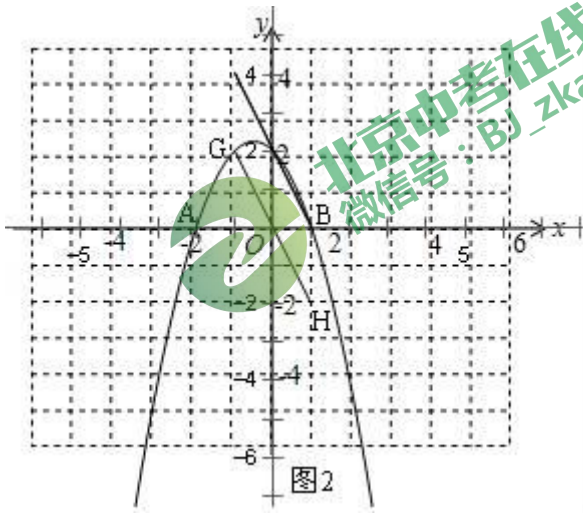
$$t = \frac{9}{4},$$

当点  $H$  平移后落在抛物线上时，坐标为  $(1, 0)$ ，

把  $(1, 0)$  代入  $y = -2x + t$ ，

$$t = 2,$$

$\therefore$  当线段  $GH$  与抛物线有两个不同的公共点时， $t$  的取值范围是  $2 \leq t < \frac{9}{4}$ 。



**【点评】** 本题为二次函数的综合应用，涉及函数图象的交点、二次函数的性质、根的判别式、“三角形的面积”等知识。在（1）中由  $M$  的坐标得到  $b$  与  $a$  的关系是解题的关键，在（2）中联立两函数解析式，得到关于  $x$  的一元二次方程是解题的关键，在（3）中求得  $GH$  与抛物线一个交点和两个交点的分界点是解题的关键，本题考查知识点较多，综合性较强，难度较大。

**【分析】** (1) 由题意我们知道  $\angle A + \angle ACB = 90^\circ$ ，那么我们只要通过全等三角形来得出  $\angle BCE = \angle A$ ，就能得出  $\angle DCE = 90^\circ$  的结论；

(2) 由 (1) 可得出三角形  $DEC$  是个直角三角形，要求  $DB$  的长，就必须求出  $DE$  的长即可解决问题；

**【解答】** 解：解：(1)  $\because BA = BC$ ,

$$\therefore \angle A = \angle BCA = 45^\circ,$$

$\because \triangle CBE$  是由  $\triangle ABD$  旋转得到的，

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBE,$$

$$\therefore \angle A = \angle BCE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle DCB + \angle BCE = 90^\circ.$$

(2) 在等腰直角三角形  $ABC$  中， $\because AB = 4$ ,

$$\therefore AC = 4\sqrt{2},$$

又  $\because AD : DC = 1 : 3$ ,

$$\therefore AD = \sqrt{2}, DC = 3\sqrt{2}.$$

由 (1) 知  $AD = CE$  且  $\angle DCE = 90^\circ$ ,

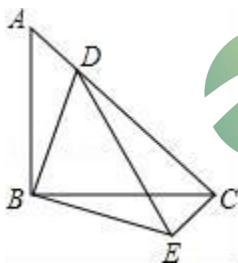
$$\therefore DE^2 = DC^2 + CE^2 = 2 + 18 = 20,$$

$$\therefore DE = 2\sqrt{5},$$

$$\because \angle ABD = \angle CBE, BD = BE,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore BD = DE \div \cos 45^\circ = \sqrt{10}.$$



**【点评】** 本题考查了旋转性质，勾股定理等知识，本题中利用全等三角形得出线段和角相等是解题的关键。



**【分析】** (1) 根据坐标轴上点的坐标特征可求得  $A$ 、 $B$  的坐标，用  $m$  表示出点  $P$  的坐标，利用面积可求得  $m$  的值，进一步求得  $P$  点坐标；

(2) 可用  $t$  表示出  $BP$ 、 $AP$  的长，分  $AP=AO$ 、 $AP=OP$  和  $OP=AO$  三种情况，分别得到关于  $t$  的方程，可求得  $t$  的值。

**【解答】** 解：(1) 当  $x=0$  时， $y=6$ ，

当  $y=0$  时， $x=8$ ，

则  $A(0, 6)$ ， $B(8, 0)$ ，

$AB=10$ ，

设点  $P$  的坐标为  $(m, -\frac{3}{4}m+6)$ ，

$\because \triangle OPA$  的面积为 6，

$$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times |m| = 6,$$

解得： $m = \pm 2$ ，

$\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(-2, \frac{15}{2})$  或  $(2, \frac{9}{2})$ 。

(2) 由题意可知  $BP=t$ ， $AP=10-t$ ，

当  $\triangle AOP$  为等腰三角形时，有  $AP=AO$ 、 $AP=OP$  和  $AO=OP$  三种情况。

① 当  $AP=AO$  时，则有  $10-t=6$ ，解得  $t=4$ ；或  $t-10=6$ ，解得  $t=16$ ；

② 当  $AP=OP$  时，过  $P$  作  $PM \perp AO$ ，垂足为  $M$ ，如图 1，

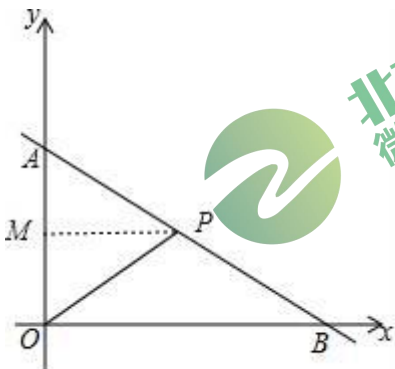
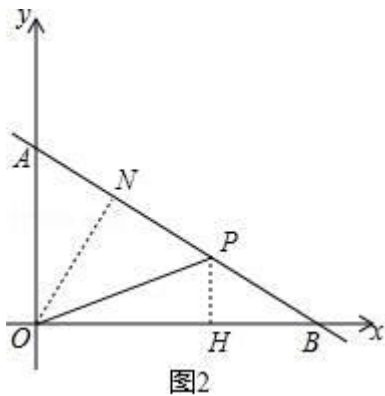


图 1

则  $M$  为  $AO$  中点，故  $P$  为  $AB$  中点，此时  $t=5$ ；

③ 当  $AO=OP$  时，过  $O$  作  $ON \perp AB$ ，垂足为  $N$ ，过  $P$  作  $PH \perp OB$ ，垂足为  $H$ ，如图 2，



则  $AN = \frac{1}{2}AP = \frac{1}{2}(10 - t)$ ,

$\therefore PH \parallel AO$ ,

$\therefore \triangle AOB \sim \triangle PHB$ ,

$\therefore \frac{PB}{PH} = \frac{AB}{AO}$ , 即  $\frac{t}{PH} = \frac{10}{6}$ ,

$\therefore PH = \frac{3}{5}t$ ,

又  $\angle OAN + \angle AON = \angle OAN + \angle PBH = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle AON = \angle PBH$ , 且  $\angle ANO = \angle PHB$ ,

$\therefore \triangle ANO \sim \triangle PHB$ ,

$\therefore \frac{PB}{AO} = \frac{PH}{AN}$ , 即  $\frac{t}{6} = \frac{\frac{3}{5}t}{\frac{1}{2}(10-t)}$ , 解得  $t = \frac{14}{5}$ .

或作垂直三线合一, 设边, 根据勾股定理列等式可解.

综上所述可知当  $t$  的值为 4、16、5 和  $\frac{14}{5}$  时,  $\triangle AOP$  为等腰三角形.

**【点评】** 本题主要考查一次函数的综合应用, 涉及知识点有坐标轴上点的坐标特征, 等腰三角形的性质, 在 (2) 中分三种情况讨论, 考查知识点较多, 综合性较强, 但所考查知识比较基础, 难度适中.