

2023 年初三综合练习 数学试卷答案及评分参考

阅卷须知：

1. 为便于阅卷，本试卷答案中有关解答题的推导步骤写得较为详细，阅卷时，只要考生将主要过程正确写出即可。
2. 若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分。
3. 评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数。

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	C	D	A	D	C	A

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

- | | | |
|----------------|--------------|------------------|
| 9. $x \geq 3$ | 10. $x = -5$ | 11. 答案不唯一，如：2, 3 |
| 12. -8 | 13. < | 14. 10 |
| 15. $\sqrt{3}$ | 16. B; 4 | |

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17. 解：原式 $= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 3\sqrt{3} - 2 + 2$ 4 分
 $= 5\sqrt{3}$ 5 分

18. 解：原不等式组为 $\begin{cases} x+1 > 4x+7, & \text{①} \\ \frac{5x-4}{3} \leq x. & \text{②} \end{cases}$

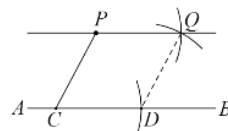
解不等式①，得 $x < -2$ 2 分

解不等式②，得 $x \leq 2$ 4 分

\therefore 原不等式组的解集为 $x < -2$ 5 分

19. 解: (1) 补全的图形如右图所示; 2分

(2) PC ; 菱;
 四条边都相等的四边形是菱形. 5分



20. (1) 证明: 依题意, 得 $\Delta = (-2m)^2 - 4(m^2 - 1)$ 1分
 $= 4m^2 - 4m^2 + 4$
 $= 4 > 0$ 2分

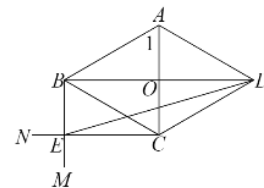
即 $\Delta > 0$.
 \therefore 该方程总有两个不相等的实数根. 3分

(2) 解: 由求根公式, 得 $x = \frac{2m \pm \sqrt{4}}{2}$.
 $\therefore x_1 = m + 1, x_2 = m - 1$ 4分

$\because m > 1$,
 $\therefore x_1 > x_2 > 0$.
 \therefore 该方程的一个根是另一个根的2倍,
 $\therefore m + 1 = 2(m - 1)$.
 $\therefore m = 3$ 5分

21. (1) 证明: $\because BM \parallel AC, CN \parallel DB$,
 \therefore 四边形 $BECO$ 是平行四边形.
 \because 四边形 $ABCD$ 是菱形,
 $\therefore \angle BOC = \angle BOA = 90^\circ$.
 \therefore 四边形 $BECO$ 是矩形. 3分

(2) 解: $\because \angle BOA = 90^\circ, \angle 1 = 60^\circ, AB = 2$,
 $\therefore OA = AB \times \cos \angle 1 = 1$,
 $OB = AB \times \sin \angle 1 = \sqrt{3}$.
 \because 四边形 $ABCD$ 是菱形,
 $\therefore BD = 2OB = 2\sqrt{3}, OC = OA = 1$.
 \because 四边形 $BECO$ 是矩形,
 $\therefore BE = OC = 1, \angle EBD = 90^\circ$.
 $\therefore DE = \sqrt{BD^2 + BE^2} = \sqrt{13}$ 6分



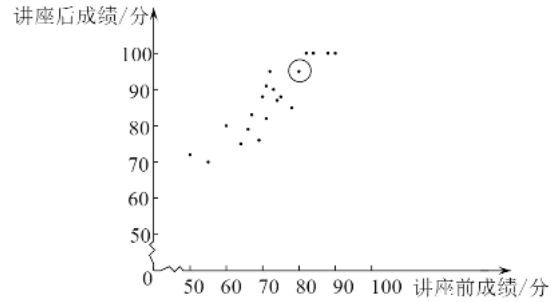
22. 解: (1) \because 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象过点 $A(3, -1)$, $B(0, -2)$,

$$\therefore \begin{cases} 3k + b = -1, \\ b = -2. \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} k = \frac{1}{3}, \\ b = -2. \end{cases}$$

\therefore 该函数的解: 滚动鼠标轴或单击, 开始截长图 3分

(2) $m \geq 3$ 5分

23. 解: (1) 如图所示;



..... 1分

(2) 87.5; 3分

(3) 64. 5分

24. 解 (1) ① 竖直高度的最大值为 10.60m. 1分

由题意可知 y 与 x 的函数关系为 $y = a(x - 0.4)^2 + 10.60$.

\because 当 $x = 0$ 时, $y = 10.00$,

$$\therefore a(0 - 0.4)^2 + 10.6 = 10.$$

解得 $a = -3.75$.

\therefore 函数关系为 $y = -3.75(x - 0.4)^2 + 10.6$ 3分

② 判断此次跳水不会出现失误, 理由为:

由表格数据可知, 当 $x = 1.6$ 时, $y = 5.20 > 5$ 5分

(2) 不能. 6分

25. (1) 证明: 连接 OC , 如图 1.

$$\because CF = CD, CH \perp DF,$$

$$\therefore \angle FCH = \angle 1.$$

$$\because OB = OC,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle 2.$$

$$\because CD \perp AB,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle FCH + \angle OCB = 90^\circ.$$

即 $OC \perp CF$.

又 $\because OC$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore CF$ 是 $\odot O$ 的切线.

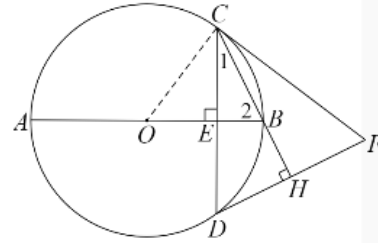


图 1

..... 3分

(2) 解: 连接 AC , 如图 2.

$$\because AB \perp CD, AB \text{ 为 } \odot O \text{ 的直径,}$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}CF = 4, \widehat{BC} = \widehat{BD}.$$

$$\therefore \angle A = \angle 1.$$

$$\text{在 Rt}\triangle CEB \text{ 中, } \tan \angle 1 = \frac{BE}{CE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2}CE = 2.$$

$$\text{在 Rt}\triangle CEA \text{ 中, } \tan A = \frac{CE}{AE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AE = 2CE = 8.$$

$$\therefore AB = AE + BE = 10.$$

即 $\odot O$ 半径的长为 5.

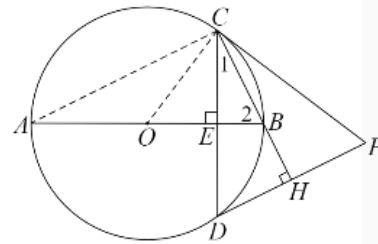


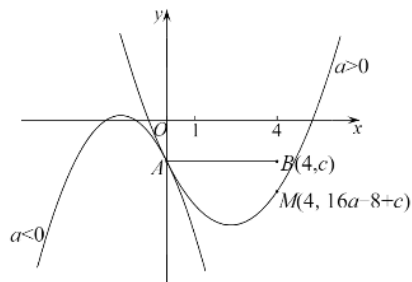
图 2

..... 6分

26. 解 (1) \because 抛物线 $y = ax^2 - 2x + c$ ($a \neq 0$) 与 y 轴交于点 A ,
 \therefore 点 A 的坐标为 $(0, c)$.
 \because 点 $C(-2, 4)$ 在抛物线上, $c = 4$,
 \therefore 抛物线的对称轴为直线 $x = -1$.
 $\therefore -\frac{-2}{2a} = -1$, 解得 $a = -1$.
 \therefore 抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 2x + 4$ 2 分

(2) 由题意, 点 B 的坐标为 $(4, c)$, 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{-2}{2a} = \frac{1}{a}$.

① 当 $a < 0$ 时,
 抛物线的对称轴 $x = \frac{1}{a}$ 在 y 轴的左侧,
 抛物线与线段 AB 有一个公共点, 符合题意.



② 当 $a > 0$ 时,
 若点 M 在抛物线 $y = ax^2 - 2x + c$ ($a \neq 0$) 上且 $x_M = x_B = 4$, 则
 $y_M = 16a - 8 + c$.
 \because 抛物线与 y 轴交于点 A 且与线段 AB 恰有一个公共点,
 $\therefore y_M < y_B$.
 $\therefore 16a - 8 + c < c$.
 $\therefore a < \frac{1}{2}$.

综上所述, a 的取值范围是 $a < 0$ 或 $0 < a < \frac{1}{2}$ 6 分

27. (1) 解: $\because AB = AC$, 如图 1,

$$\therefore \angle ABC = \angle C = 2\alpha.$$

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \alpha.$$

$$\because \angle 3 = \alpha,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 2 = \alpha.$$

又 $\because \angle AEF = \angle BEC$,

$$\therefore \angle 4 = \angle C = 2\alpha.$$

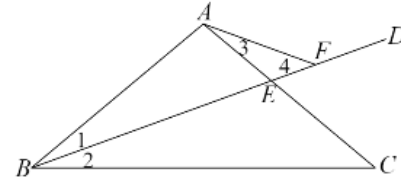


图 1

..... 3 分

(2) 数量关系: $FC = FA$;

证明: 在 BF 上取一点 M , 连接 AM , 使 $AM = AF$, 如图 2,

$$\therefore \angle 5 = \angle 4 = 2\alpha.$$

$$\because \angle 5 = \angle 6 + \angle 1, \angle 1 = \alpha,$$

$$\therefore \angle 6 = \alpha.$$

$$\because \angle 3 = \alpha.$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 6.$$

又 $\because AC = AB$,

$$\therefore \triangle FAC \cong \triangle MAB.$$

$$\therefore FC = MB.$$

$$\because \angle 6 = \alpha = \angle 1,$$

$$\therefore MB = MA.$$

$$\therefore FC = FA.$$

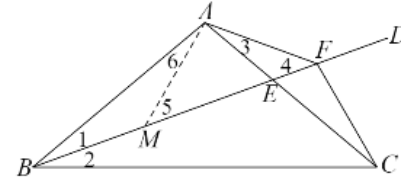


图 2

..... 7 分

28. 解: (1) ①依题意, 点 $M(0,1)$, $O'M' \parallel OM$, $O'M' = OM = 1$.

当 $m \geq 0$ 时, 如图,

$\because M'$ 是线段 PQ 的中点, $P(-1,0)$, $Q(m,4)$,

\therefore 点 M' 的坐标为 $(\frac{m-1}{2}, 2)$.

\because 点 $M(0,1)$ 在 y 轴上,

$\therefore O'M' \parallel y$ 轴.

$\therefore M'O' \perp x$ 轴于点 N .

$\therefore x_{O'} = x_{M'} = \frac{m-1}{2}$,

$$y_{O'} = y_{M'} - 1 = 2 - 1 = 1.$$

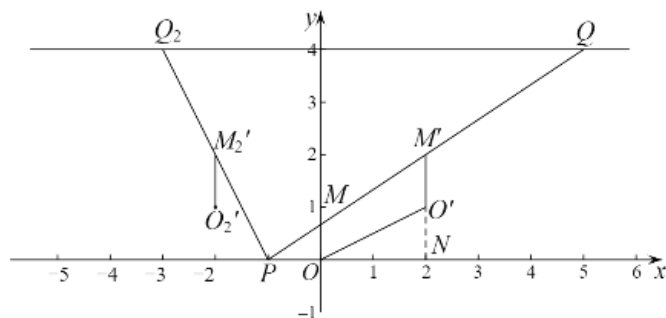
在 $\text{Rt}\triangle ONO'$ 中, $ON = \sqrt{O'O^2 - O'N^2} = 2$.

即 $x_{O'} = \frac{m-1}{2} = 2$.

解得 $m = 5$.

当 $m < 0$ 时, 同理可得 $m = -3$.

综上所述, $m = -3$ 或 $m = 5$ 3 分



② $-1 - 2\sqrt{2} \leq m \leq -1 + 2\sqrt{2}$ 5 分

(2) $1 - 2t$ 7 分