2023北京汇文中学初三（上）开学考

数　　学

一、选择题（共16分，每题2分）

1．抛物线 $y=(x-1)^2-2$ 的顶点坐标是（　　）

A．$(-1,\ -2)$　　B．$(1,\ -2)$　　C．$(-1,\ 2)$　　D．$(1,\ 2)$

2．用配方法解一元二次方程 $x^2-4x+1=0$，变形后的结果正确的是（　　）

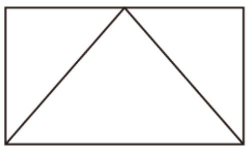
A．$(x+2)^2=3$　　B．$(x-2)^2=3$　　C．$(x+2)^2=5$　　D．$(x-2)^2=5$

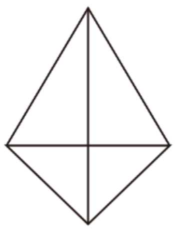
3．将抛物线 $y=-x^2+1$ 向右平移2个单位长度，得到的抛物线是（　　）

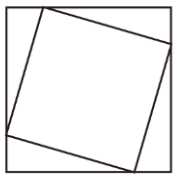
A．$y=-x^2+3$　　B．$y=-(x-2)^2+1$

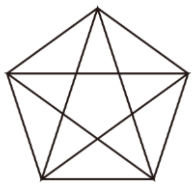
C．$y=-x^2-1$　　D．$y=-(x+2)^2+1$

4．下列图形中，是中心对称图形的是（　　）

A．

B．

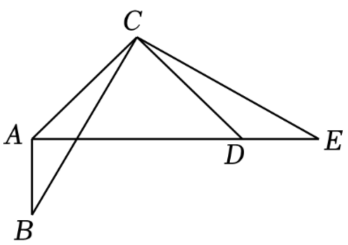
C．

D．

5．若关于 x 的方程 $x^2+6x+c=0$ 有两个相等的实数根，则 c 的值是（　　）

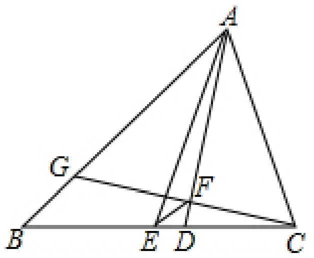
A．36　　B．-36　　C．9　　D．-9

6．如图，在△ABC 中，$\angle BAC=135^\circ$，将△ABC 绕点 C 逆时针旋转得到△DEC，点 A，B 的对应点分别为 D，E，连接 AD．当点 A，D，E 在同一条直线上时，下列结论不正确的是（　　）



A．△ABC≌△DEC　　B．$\angle ADC=45^\circ$　　C．$AD=\sqrt{2}AC$　　D．$AE=AB+CD$

7．如图，△ABC 中，$AB=4$，$AC=3$，AD、AE 分别是其角平分线和中线，过点 C 作 $CG\perp AD$ 于 F，交 AB 于 G，连接 EF，则线段 EF 的长为（　　）



A. $\frac{1}{2}$　　　　B. 1　　　　C. $\frac{7}{2}$　　　　D. 7

8．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=m(x-3)^2+k$ 与 x 轴交于（a，0），（b，0）两点，其中 $a<b$．将此抛物线向上平移，与 x 轴交于（c，0），（d，0）两点，其中 $c<d$，下面结论正确的是（　　）

A．当 $m>0$ 时，$a+b=c+d$，$b-a>d-c$

B．当 $m>0$ 时，$a+b>c+d$，$b-a=d-c$

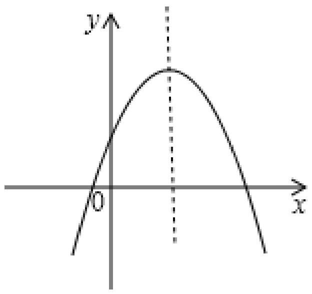
C．当 $m<0$ 时，$a+b=c+d$，$b-a>d-c$

D．当 $m<0$ 时，$a+b>c+d$，$b-a<d-c$

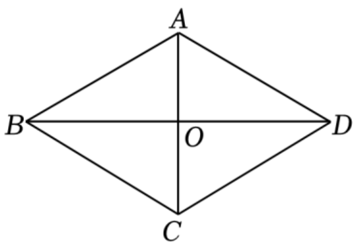
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．在平面直角坐标系中，已知点 A（$2a-b$，-8）与点 B（-2，$a+3b$）关于原点对称，则 $a=$______，$b=$______．

10．若二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则 abc______0．



11．如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，$\angle ABD=30°$，$BD=2\sqrt{3}$，则 AB 的长为______．

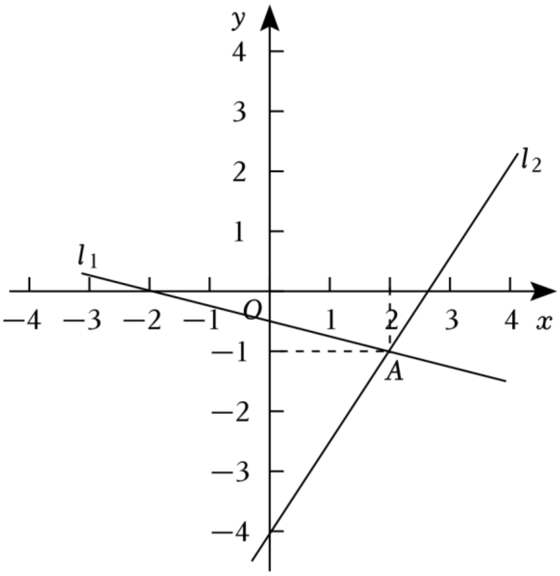


12．点 A（2，y_1），B（a，y_2）在二次函数 $y=x^2-2x+3$ 的图象上．若 $y_1<y_2$，写出一个符合条件的 a 的值__________．

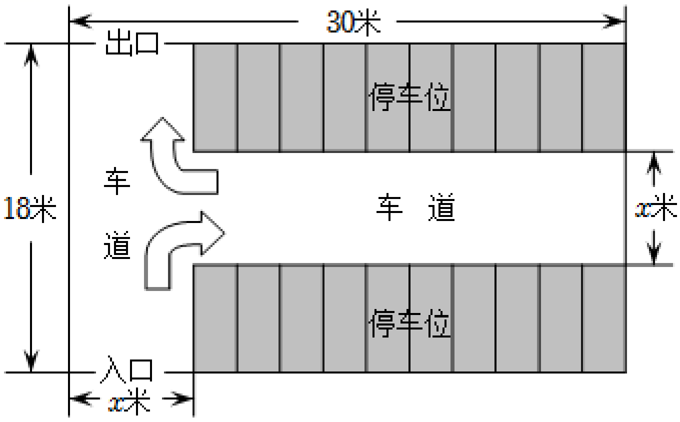
13．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l_1：$y=k_1x+b_1$ 和 l_2：$y=k_2x+b_2$ 相交于点 A．

（1）观察图象，直接写出方程组 $\begin{cases} y=k_1x+b_1 \\ y=k_2x+b_2 \end{cases}$ 的解______________．

（2）若直线 l_2：$y=k_2x+b_2$ 与 y 轴的交点为（0，-4），则一次函数 $y=k_2x+b_2$ 的表达式______________．

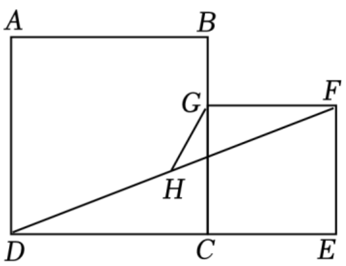


14．如图是某停车场的平面示意图，停车场外围的长为 30 米，宽为 18 米．停车场内车道的宽都相等，停车位总占地面积为 288 平方米．设车道的宽为 x 米，可列方程为 ____________．



15．在平面直角坐标系 xOy 中，点 A（x，y）在第二象限，且 $\frac{1}{2}x+y=4$，点 B（8，0），若△OAB 的面积为 20，则点 A 的坐标为 ________．

16．如图，四边形 $ABCD$ 和四边形 $CEFG$ 都是正方形，E 是 DC 延长线上一个动点，点 G 在射线 CB 上（不与点 C 重合），H 是 DF 的中点，连接 GH．若 AD=4，则 GH 的最小值为 __________．



三、解答题（本题共 68 分）

17．解方程：

（1）$4x^2=9$；

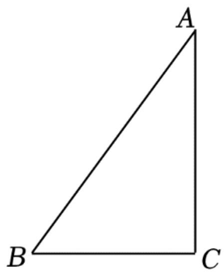
（2）$x^2-6x+7=0$；

（3）$2x^2-9x+10=0$.

18．如图，在△ABC中，$\angle ACB=90°$，将△ABC绕点C顺时针旋转$90°$得到△DEC，点A与点D对应，点B与点E对应．

（1）依题意补全图形；

（2）直线AB与直线DE的位置关系为 ________．



19．已知m是方程$x^2+2x-4=0$的一个根，求代数式$(m+2)^2+(m+3)(m-3)$的值．

20．已知二次函数几组x与y的对应值如表：

x	…	-3	-2	-1	1	3	4	…
y	…	12	5	0	-4	0	5	…

（1）求此二次函数的表达式；

（2）直接写出当x取何值时，$y\leqslant 0$．

21．已知关于x的一元二次方程$x^2+(m-6)x-6m=0$．

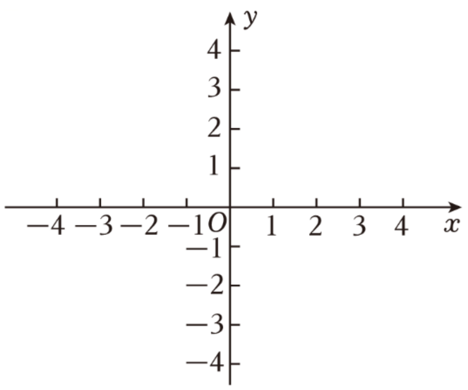
（1）求证：该方程总有两个实数根；

（2）若该方程有一个实数根小于2，求m的取值范围．

22．在平面直角坐标系xOy中，二次函数$y=(x-1)^2-1$图象顶点为A，与x轴正半轴交于点B．

（1）求点B的坐标，并画出这个二次函数的图象；

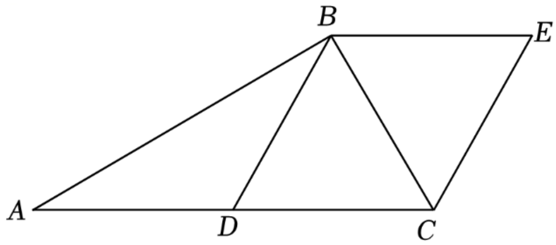
（2）一次函数$y=kx+b$的图象过A，B两点，结合图象，直接写出关于x的不等式$kx+b\leqslant(x-1)^2-1$的解集．



23．如图，在△ABC中，$\angle ABC=90°$，BD为△ABC的中线．$BE\parallel DC$，$BE=DC$，连接CE．

（1）求证：四边形$BDCE$为菱形；

（2）连接DE，若$\angle ACB=60°$，$BC=4$，求DE的长．



24．小明根据学习函数的经验，对函数 $y=\frac{1}{2}x+|x|$ 的图象与性质进行了探究并解决了相关问题，请补全下面的过程．

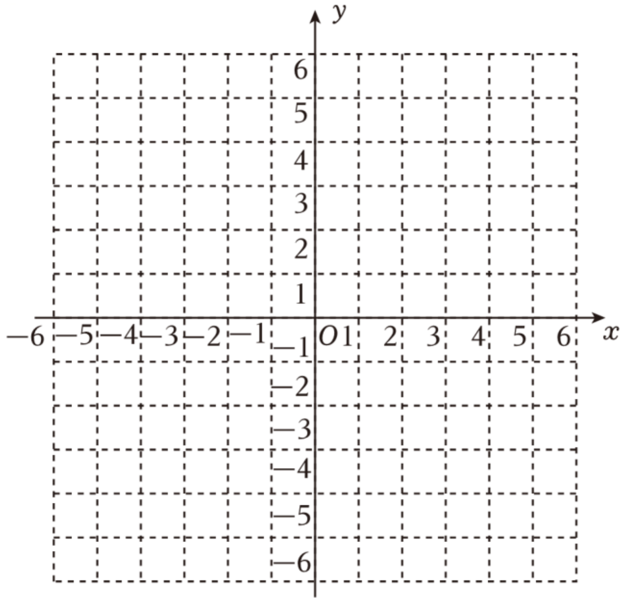
（1）函数 $y=\frac{1}{2}x+|x|$ 的自变量 x 的取值范围是 ________；

（2）如表是 y 与 x 的几组对应值：

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	m	$\frac{3}{2}$	3	$\frac{9}{2}$	…

写出表中 m 的值；

（3）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象；



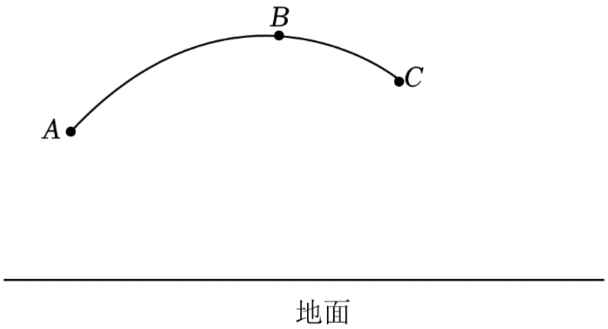
（4）小明结合该函数图象，解决了以下问题：

①对于图象上两点 P（x_1，y_1），Q（x_2，y_2），若 $0<x_1<x_2$，则 y_1 ______ y_2（填“＞”，“＝”或“＜”）；

②当 $x>0$ 时，若对于 x 的每一个值，函数 $y=\frac{1}{2}x+|x|$ 的值小于正比例函数 $y=kx$（$k\neq0$）的值，则 k 的取值范围是 ______________．

25．一位运动员在距篮圈中心（点 C）水平距离 $5m$ 处竖直跳起投篮（A 为出手点），球运行的路线是抛物线的一部分，当球运行的水平距离为 $3m$ 时，达到最高点（点 B），此时高度为 $3.85m$，然后准确落入篮圈．已知篮圈中心（点 C）到地面的距离为 $3.05m$，该运动员身高 $1.75m$，在这次跳投中，球在头顶上方

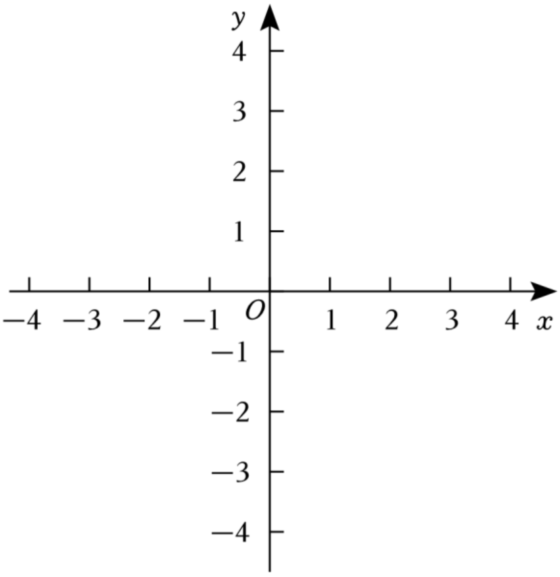
0.15m 处出手，球出手时，他跳离地面的高度是多少？



26．在平面直角坐标系 xOy 中，点（2，m），（5，n）在抛物线 $y=ax^2-2x$（$a>0$）上．

（1）当 $a=1$ 时，比较 m，n 值的大小；

（2）点（x_0，p）在此抛物线上，若对任意 $0\leqslant x_0\leqslant 1$，均有 $m<p<n$，求 a 的取值范围．



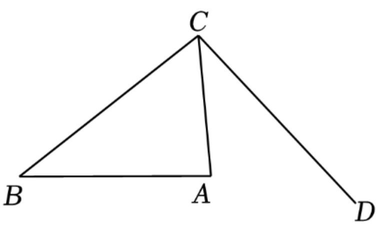
27．如图，在△ABC 中，∠A=α（0°<α≤90°），将 BC 边绕点 C 逆时针旋转（180°－α）得到线段 CD.

（1）判断∠B 与∠ACD 的数量关系并证明；

（2）将 AC 边绕点 C 顺时针旋转 α 得到线段 CE，连接 DE 与 AC 边交于点 M（不与点 A，C 重合).

①用等式表示线段 DM，DE 之间的数量关系，并证明.

②若 AB=5，AC=3，直接写出 AM 的长.



28．在平面直角坐标系 xOy 中，如果点 P 到原点 O 的距离为 a，点 M 到点 P 的距离是 a 的 k 倍（k 为正整数)，那么称点 M 为点 P 的 k 倍关联点.

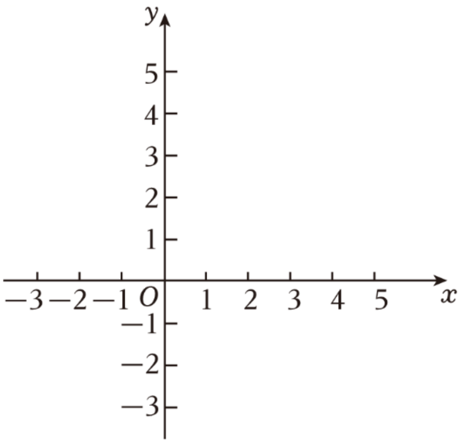
（1）当点 P_1 的坐标为（0，2）时，

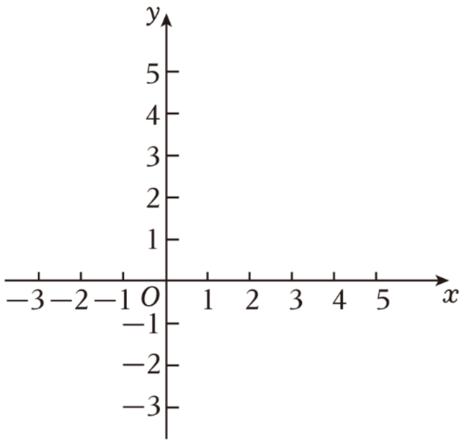
①如果点 P_1 的 2 倍关联点 M 在 y 轴上，那么点 M 的坐标是 ____________；

如果点 P_1 的 2 倍关联点 M 在 x 轴上，那么点 M 的坐标是 ＿＿＿＿＿＿；

②如果点 M（x，y）是点 P_1 的 k 倍关联点，且满足 $y=-2$，$-1\leqslant x\leqslant 3$，求 k 的最大值；

（2）已知在矩形 $ABCD$ 中 A（t，0），B（$t+1$，0），$\angle ACB=30°$．如果点 P_2 的坐标为（-1，0），若在矩形 $ABCD$ 边上存在 P_2 的 k 倍关联点，直接写出 t 的取值范围．





参考答案

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

1.【答案】B

【分析】根据抛物线的顶点式解析式写出顶点坐标即可．

【解答】解：$y=(x-1)^2-2$ 顶点坐标为（1，－2）．

故选：B．

2.【答案】B

【分析】利用解一元二次方程－配方法，进行计算即可解答．

【解答】解：$x^2-4x+1=0$，

$x^2-4x=-1$，

$x^2-4x+4=-1+4$，

$(x-2)^2=3$，

故选：B．

3.【答案】B

【分析】根据左加右减自变量，上加下减常数项，进行抛物线的平移即可．

【解答】解：根据左加右减自变量可知：

将抛物线 $y=-x^2+1$ 的图象向右平移 2 个单位长度，所得到的抛物线为：$y=-(x-2)^2+1$．

故选：B．

4.【答案】C

【分析】根据中心对称图形的概念进行判断即可．

【解答】解：A、不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

B、不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

C、是中心对称图形，故此选项符合题意；

D、不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

故选：C．

5.【答案】C

【分析】方程 $x^2+6x+c=0$ 有两个相等的实数根，可知 $\Delta=6^2-4c=0$，然后即可计算出 c 的值．

【解答】解：∵方程 $x^2+6x+c=0$ 有两个相等的实数根，

∴$\Delta=6^2-4c=0$，

解得 $c=9$，

故选：C．

6.【答案】D

【分析】由旋转的性质和等腰直角三角形 的判定和性质即可得到结论．

【解答】解：由旋转的性质得出 $CD=CA$，$\angle EDC=\angle BAC=135°$，$AB=DE$，

∵点 A，D，E 在同一条直线上，

∴$\angle ADC=45°=\angle DAC$，$\triangle ABC\cong\triangle DEC$，$AD=\sqrt{2}AC$，

∴$AE=AD+DE=\sqrt{2}CD+AB$，故选项 A，B，C 正确，D 错误，

故选：D．

7.【答案】A

【分析】由等腰三角形的判定方法可知$\triangle AGC$ 是等腰三角形，所以 F 为 GC 中点，再由已知条件可得 EF 为$\triangle CBG$ 的中位线，利用中位线的性质即可求出线段 EF 的长．

【解答】解：∵AD 是$\triangle ABC$ 角平分线，$CG\perp AD$ 于 F，

∴$\triangle AGC$ 是等腰三角形，

∴$AG=AC=3$，$GF=CF$，

∵$AB=4$，$AC=3$，

∴$BG=1$，

∵AE 是$\triangle ABC$ 中线，

∴$BE=CE$，

∴EF 为$\triangle CBG$ 的中位线，

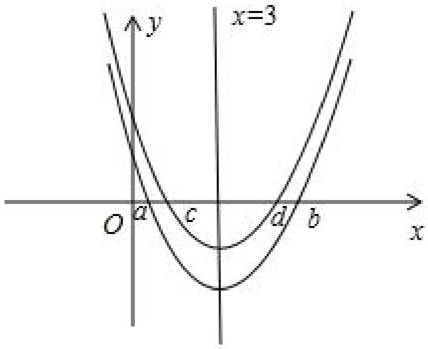
∴$EF=\frac{1}{2}BG=\frac{1}{2}$，

故选：A．

8.【答案】A

【分析】分 $m>0$ 和 $m<0$ 两种情况，根据平移的性质画出函数图象，由函数的性质结合函数图象解答即可．

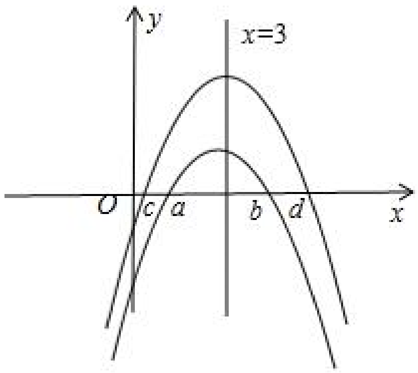
【解答】解：当 $m>0$ 时，如图所示：



∵抛物线的对称轴为直线 $x=3$，

∴$a+b=c+d=6$，且 $b-a>d-c$；

当 $m<0$ 时，如图所示：



∵抛物线的对称轴为直线 $x=3$，

∴$a+b=c+d=6$，且 $b-a<d-c$.

故选：A.

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9.【答案】见试题解答内容

【分析】利用关于原点对称的点的特点建立方程组即可.

【解答】解：∵点 A（$2a-b$，-8）与点 B（-2，$a+3b$）关于原点对称，

∴$2a-b=2$，$a+3b=8$，

∴$a=2$，$b=2$，

故答案为 2，2.

10.【答案】见试题解答内容

【分析】根据函数图象可得各系数的关系：$a<0$，$b>0$，$c>0$，则 abc 的正负即可判定.

【解答】解：∵抛物线开口向下，

∴$a<0$；

∵抛物线与 x 轴的交点在 y 轴的正半轴，

∴$c>0$；

∵抛物线的对称轴在 x 轴的正半轴，

∴$-\frac{b}{2a}>0$，

∵$a<0$，

∴$b>0$，

∴$abc<0$.

11.【答案】2.

【分析】由菱形的性质，得到 $AC\perp BD$，$OB=\frac{1}{2}BD=\sqrt{3}$，由直角三角形的性质得到 $OA=\frac{1}{2}AB$，由勾股定理即可求出 AB 的长.

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AC\perp BD$，$OB=\frac{1}{2}BD$，

∵$BD=2\sqrt{3}$，

∴$OB=\sqrt{3}$，

∵$\angle ABD=30°$，

∴$OA=\frac{1}{2}AB$，

∵$AB^2-OA^2=OB^2$，

∴$AB^2-(-\frac{1}{2}AB)^2=(\sqrt{3})^2$，

∴$AB=2$．

故答案为：2．

12．【答案】3（答案不唯一）．

【分析】由解析式求得开口方向和对称轴，然后利用二次函数的性质即可得出 $a>2$ 或 $a<0$．

【解答】解：∵$y=x^2-2x+3$，

∴抛物线开口向上，对称轴为直线 $x=-\frac{-2}{2\times 1}=1$，

∴点 A（2，y_1）关于直线 $x=1$ 的对称点为（0，y_1），

∵点 A（2，y_1），B（a，y_2）在二次函数 $y=x^2-2x+3$ 的图象上．且 $y_1<y_2$，

∴$a>2$ 或 $a<0$，

故 a 的值可以是 3，

故答案为：3（答案不唯一）．

13．【答案】（1）$\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$；

（2）$y=\frac{3}{2}x-4$．

【分析】（1）根据函数的图象得到 A（2，－1），代入函数解析式，解方程组即可得到结论；

（2）把 A（2，－1），（0，－4）代入 $y=k_2x+b_2$，解方程组求解即可．

【解答】解：（1）根据图象得，方程组$\begin{cases}y=k_1x+b_1\\y=k_2x+b_2\end{cases}$的解为$\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$；

故答案为：$\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$；

（2）由题意得：$\begin{cases}2k_2+b_2=-1\\b_2=-4\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k_2=\frac{3}{2}\\b_2=-4\end{cases}$，

∴一次函数 $y=k_2x+b_2$ 的表达式为 $y=\frac{3}{2}x-4$．

14.【答案】（$18-x$）（$30-x$）＝288.

【分析】停车位总占地长为（$30-x$）米，宽为（$18-x$）米，根据矩形的面积＝长×宽＝288 平方米列出方程，此题得解.

【解答】解：设车道的宽为 x 米，则停车位总占地长为（$30-x$）米，宽为（$18-x$）米，

根据题意，得（$18-x$）（$30-x$）＝288.

故答案为：（$18-x$）（$30-x$）＝288.

15.【答案】（-2，5）.

【分析】由题意可知 A（x，$-\frac{1}{2}x+4$），$OB=8$，由△OAB 的面积为 20，得到$\frac{1}{2}\times 8\cdot(-\frac{1}{2}x+4)=20$，解得 $x=-2$，即可求得点 A 的坐标为（-2，5）.

【解答】解：∵点 A（x，y）在第二象限，且$\frac{1}{2}x+y=4$，点 B（8，0），

∴A（x，$-\frac{1}{2}x+4$），$OB=8$，

∵△OAB 的面积为 20，

∴$\frac{1}{2}\times 8\cdot(-\frac{1}{2}x+4)=20$，

解得 $x=-2$，

∴点 A 的坐标为（-2，5）.

故答案为：（-2，5）.

16.【答案】$\sqrt{2}$.

【分析】如图，延长 GH 交 DE 于 M，证明△GHF≌△MHD（ASA），可得 $FG=DM$，$GH=MH$，设正方形 $CEFG$ 的边长为 x，则 $DM=x$，$CM=4-x$，根据勾股定理列方程，可得 $GM^2=2x^2-8x+16=2(x-2)^2+8$，最后根据完全平方的非负性可得答案.

【解答】解：如图，延长 GH 交 DE 于 M，

∵四边形 $CEFG$ 是正方形，

∴$FG\parallel DE$，$FG=CE$，

∴$\angle GFH=\angle CDH$，

∵H 是 DF 的中点，

∴$DH=FH$，

∵$\angle GHF=\angle DHM$，

∴△GHF≌△MHD（ASA），

∴$FG=DM$，$GH=MH$，

设正方形 $CEFG$ 的边长为 x，则 $DM=x$，$CM=4-x$，

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$\angle BCD=90°$，

∴$CG^2+CM^2=GM^2$，

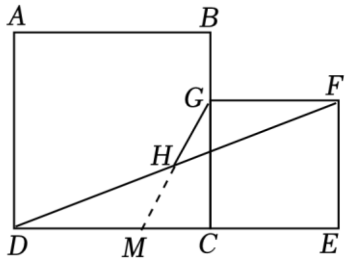
$\therefore x^2+(4-x)^2=GM^2$，

$\therefore GM^2=2x^2-8x+16=2(x-2)^2+8$，

$\therefore GM$ 的最小值是$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，

$\therefore GH$ 的最小值是$\sqrt{2}$.

故答案为：$\sqrt{2}$.



三、解答题（本题共 68 分）

17.【答案】（1）$x_1=\frac{3}{2}$，$x_2=-\frac{3}{2}$;

（2）$x_1=3+\sqrt{2}$，$x_2=3-\sqrt{2}$；

（3）$x_1=2$，$x_2=2.5$.

【分析】（1）利用解一元二次方程 - 直接开平方法，进行计算即可解答；

（2）利用解一元二次方程 - 配方法，进行计算即可解答；

（3）利用解一元二次方程 - 因式分解法，进行计算即可解答.

【解答】解：（1）$4x^2=9$，

$x^2=\frac{9}{4}$,

$x_1=\frac{3}{2}$，$x_2=-\frac{3}{2}$;

（2）$x^2-6x+7=0$，

$x^2-6x=-7$，

$x^2-6x+9=-7+9$，

$(x-3)^2=2$，

$x-3=\pm\sqrt{2}$，

$x-3=\sqrt{2}$或 $x-3=-\sqrt{2}$，

$x_1=3+\sqrt{2}$，$x_2=3-\sqrt{2}$；

（3）$2x^2-9x+10=0$，

$(x-2)(2x-5)=0$，

$x-2=0$ 或 $2x-5=0$，

$x_1=2$，$x_2=2.5$.

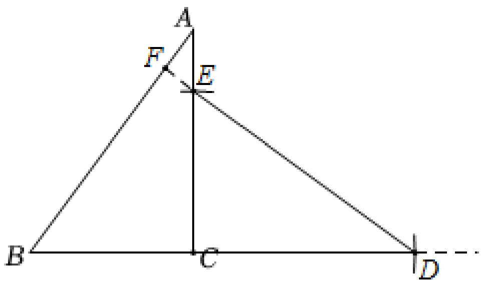
18.【答案】（1）见解答.

（2）$AB\perp DE$.

【分析】（1）以点C为圆心，BC的长为半径画弧，交AC于点E，延长BC，以点C为圆心，AC的长为半径画弧，交BC的延长线于点D，连接DE即可．

（2）延长DE，交AB于点F，由旋转可得，$\angle CED=\angle B$，进而可得$\angle AEF=\angle B$，则$\angle A+\angle B=\angle A+\angle AEF=90^\circ$，可得$\angle AFE=90^\circ$，即$AB\perp DE$．

【解答】解：（1）如图，$\triangle DEC$即为所求．



（2）延长DE，交AB于点F，

由旋转可得，$\angle CED=\angle B$，

$\because \angle CED=\angle AEF$，

$\therefore \angle AEF=\angle B$，

$\because \angle ACB=90^\circ$，

$\therefore \angle A+\angle B=\angle A+\angle AEF=90^\circ$，

$\therefore \angle AFE=90^\circ$，

即$AB\perp DE$．

故答案为：$AB\perp DE$．

19.【答案】3．

【分析】根据完全平方公式、平方差公式、合并同类项法则把原式化简，根据一元二次方程根的概念得到$m^2+2m=4$，代入计算即可．

【解答】解：原式$=m^2+4m+4+m^2-9$

$=2m^2+4m-5$，

$\because m$是方程$x^2+2x-4=0$的一个根，

$\therefore m^2+2m-4=0$，

$\therefore m^2+2m=4$，

则原式$=2(m^2+2m)-5$

$=2\times4-5$

$=3$．

20.【答案】（1）该二次函数的表达式为$y=(x-1)^2-4$；

（2）当$-1\leqslant x\leqslant3$时，$y\leqslant0$．

【分析】（1）根据待定系数法即可求得；

（2）由表中数据可得抛物线与x轴的个交点，根据函数的图象和性质得出结论．

【解答】解：（1）由表格数据结合二次函数图象对称性可得图象顶点为$(1，-4)$，

设二次函数的表达式为$y=a(x-1)^2-4$（$a\neq0$），

将（－1，0）代入得$4a-4=0$，

解得$a=1$，

∴该二次函数的表达式为$y=(x-1)^2-4$；

（2）由表格中数据知，当$x=-1$和3时，$y=0$，

∴抛物线与x轴的交点为（－1，0）和（3，0），

∵抛物线开口向上，

∴当$-1\leqslant x\leqslant3$时，$y\leqslant0$．

21．【答案】（1）证明过程见解答；

（2）$m>-2$．

【分析】（1）先根据题意求出Δ的值，再根据一元二次方程根的情况与根的判别式Δ的关系即可得出结论；

（2）利用因式分解法求得方程的解，然后根据题意列出关于m的不等式，解不等式即可得到结论．

【解答】（1）证明：由题意得：$\Delta=(m-6)^2-4\times(-6m)=m^2+12m+36=(m+6)^2\geqslant0$，

故该方程总有两个实数根；

（2）解：$x^2+(m-6)x-6m=0$，

解得：$x_1=-m$，$x_2=6$，

∵方程有一个实数根小于2，

∴$-m<2$．

∴$m>-2$．

22．【答案】（1）（2，0）；作图见解答过程；

（2）$x\leqslant1$或$x\geqslant2$时，$kx+b\leqslant(x-1)^2-1$．

【分析】（1）将$y=0$代入函数解析式求解．

（2）根据点A，B坐标及图象求解．

【解答】（1）解：令$y=0$，则$(x-1)^2-1=0$，

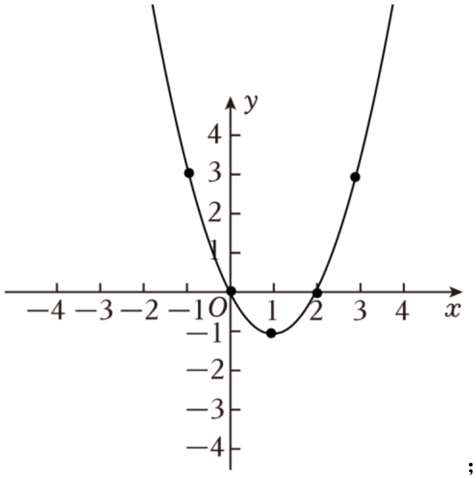
解得$x_1=0$，$x_2=2$，

∴B点坐标为（2，0），

列表得：

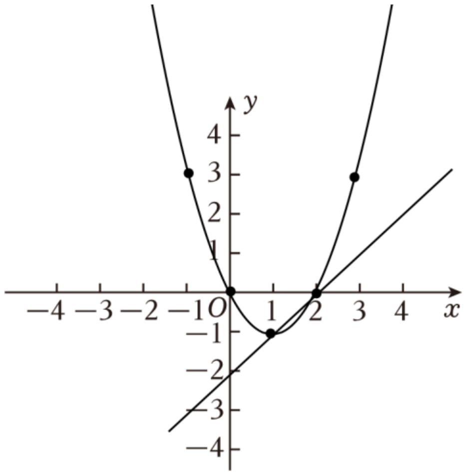
x	－1	0	1	2	3
y	3	0	－1	0	3

画图得：



；

（2）如图，



由图形可得：$x\leqslant1$ 或 $x\geqslant2$ 时，$kx+b\leqslant(x-1)^2-1$.

23.【答案】见试题解答内容

【分析】（1）先证明四边形 $BDCE$ 为平行四边形，由直角三角形的性质可得 $BD=CD$，可得结论；

（2）由菱形的性质可得 $DO=OE$，$BC\perp DE$，$OC=2$，由直角三角形的性质可求 DO 的长，即可求解.

【解答】（1）证明：$\because BE\parallel AC$，$BE=DC$，

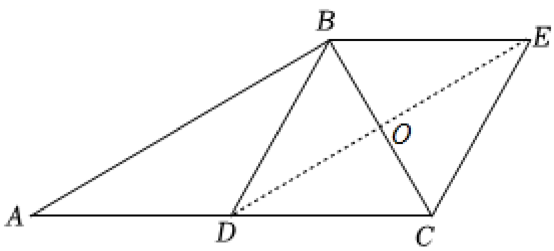
$\therefore$ 四边形 $BDCE$ 为平行四边形，

$\because \angle ABC=90^\circ$，$BD$ 为 AC 边上的中线，

$\therefore BD=CD=\frac{1}{2}AC$，

$\therefore$ 四边形 $BDCE$ 为菱形；

（2）解：连接 DE 交 BC 于 O 点，如图，



$\because$ 四边形 $BDCE$ 为菱形，$BC=4$，

∴ $OC=\frac{1}{2}BC=2$，$\angle COD=90°$，$DE=2DO$，

∴ $\angle ACB=60°$，

∴ $\angle EDC=90°-\angle ACB=30°$，

∴ $DC=2OC=4$，$DO=\sqrt{3}OC=2\sqrt{3}$，

∴ $DE=2DO=4\sqrt{3}$.

24.【答案】（1）任意实数；

（2）$m=0$；

（3）见解答；

（4）<；$k>\frac{3}{2}$.

【分析】（1）由图表可知可以是任意实数；

（2）把 $x=0$ 代入 $y=\frac{1}{2}x+|x|$ 即可求得；

（3）根据坐标系中的点，用平滑的曲线连接即可；

（4）观察图象即可解决问题.

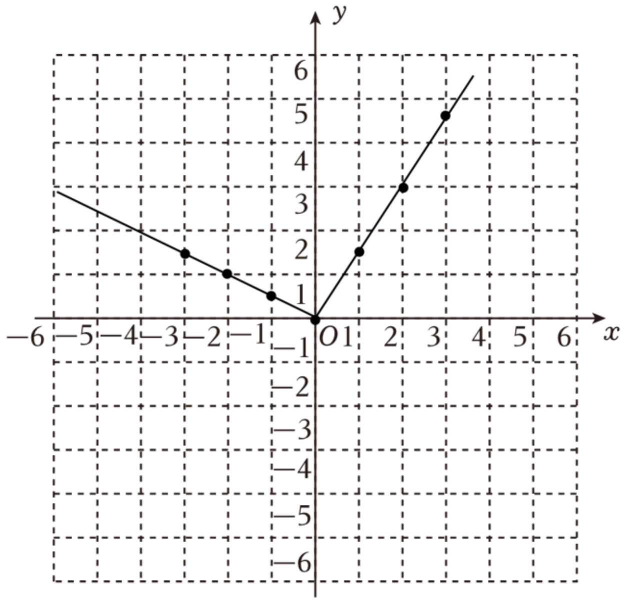
【解答】解：（1）函数 $y=\frac{1}{2}x+|x|$ 中自变量 x 可以是任意实数；

故答案为：任意实数；

（2）当 $x=0$ 时，$y=\frac{1}{2}x+|x|=0$，

∴ $m=0$.

（3）函数图象如图所示；



（4）观察该函数图象：

①对于图象上两点 $P(x_1, y_1)$，$Q(x_2, y_2)$，若 $0<x_1<x_2$，则 $y_1<y_2$；

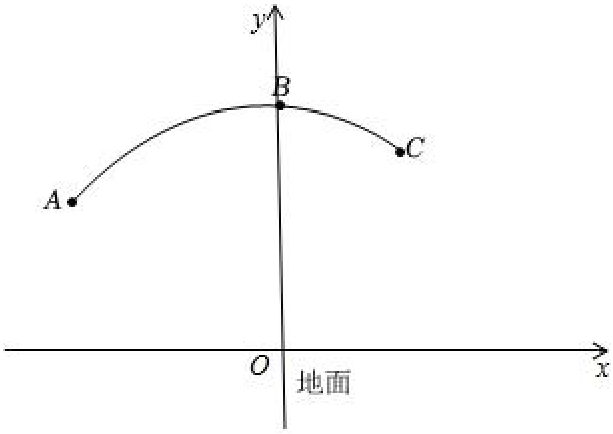
②当$x>0$时，若对于x的每一个值，函数$y=\frac{1}{2}x+|x|$的值小于正比例函数$y=kx$（$k\neq0$）的值，则k的取值范围是$k>\frac{3}{2}$.

故答案为：<；$k>\frac{3}{2}$.

25.【答案】球出手时，他跳离地面的高度是0.15m.

【分析】建立如图所示坐标系，设抛物线的表达式为 $y=ax^2+3.85$，依题意可知图象经过 C 的坐标，由此可得a的值；设球出手时，他跳离地面的高度为hm，则可得$h+2.05=-0.2\times(-2.5)^2+3.5$，解出•$h$即可.

【解答】解：以地面为x轴，过B点垂直于地面的直线为x轴，与地面的交点为原点，建立平面直角坐标系，如图所示：



由题意得，B（0，3.85），C（2，3.05），

∴设抛物线解析式为$y=ax^2+3.85$，

把点C坐标代入解析式得：$4a+3.85=3.05$，

解得$a=-0.2$，

∴抛物线解析式为$y=-0.2x^2+3.85$，

设球出手时，他跳离地面的高度为hm，

根据题意可知，$h+1.75+0.15=-0.2\times9+3.85$

解得$h=0.15$.

答：球出手时，他跳离地面的高度是0.15m.

26.【答案】（1）$m<n$；（2）$\frac{2}{5}<a<1$.

【分析】（1）把点（2，m），（4，n）分别代入解析式即可求得m、n的值再进行比较即可；

（2）由题意求得 $a>\frac{1}{3}$，由对称轴为直线$x=\frac{1}{a}$，求得$0<\frac{1}{a}<3$，当$1<\frac{1}{a}<3$时，当$x=0$时，$y=0$；当$x=1$时，$y=a-2<0$，即可得出$4a-4<0$且$16a-8>a-2$，解得$\frac{2}{5}<a<1$；当$0<\frac{1}{a}\leqslant1$时，总

有 $p \leq m < n$，不符合题意，从而求得 a 的取值范围是 $\frac{2}{5} < a < 1$.

【解答】解：（1）当 $a=1$ 时，函数表达式为 $y=x^2-2x$，

∵点（2，m），（4，n）在抛物线 $y=x^2-2x$ 上.

∴$m=0$，$n=8$；

∴$m<n$.

（2）∵点（2，m），（4，n）在抛物线 $y=ax^2-2x$（$a>0$）上，

∴$m=4a-4$，$n=16a-8$，

∵$m<n$，

∴$4a-4<16a-8$，

∴$a>\frac{1}{3}$，

∵抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{-2}{2a}=\frac{1}{a}$，

∵$a>0$，

∴$0<\frac{1}{a}<3$.

当 $1<\frac{1}{a}<3$ 时，

当 $x=0$ 时，$y=0$；当 $x=1$ 时，$y=a-2$.

∵$0 \leq x_0 \leq 1$，y 随 x 的增大而减小，

∴$a-2<0$.

∵$m<p<n$，

∴$4a-4<0$ 且 $16a-8>a-2$.

∴$\frac{2}{5}<a<1$.

当 $0<\frac{1}{a}\leqslant 1$ 时，总有 $p \leq m < n$，不符合题意.

综上，a 的取值范围是 $\frac{2}{5}<a<1$.

27.【答案】（1）$\angle B=\angle ACD$，理由见解析；

（2）①$DM=EM$，理由见解析；

②$\frac{1}{2}$.

【分析】（1）由旋转可知 $\angle BCD=180°-\alpha$，再由 $\angle ACD+\angle BCA=180°-\alpha$，可得 $\angle B+\angle BCA=180°-\alpha$，即可证明 $\angle B=\angle ACD$；

（2）①在 AB 上取点 N 使得 $\angle BCN=\angle CDM$，先证明 $\triangle CDM \cong \triangle BCN$（$ASA$），再证明 $\triangle ECM \cong \triangle CAN$（$ASA$），即可求解；

②由①可知 $CM=BN$，$CM=AN$，则 $CM=AN=BN=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times5=\frac{5}{2}$，即可求出 $AM=AC-CM=\frac{1}{2}$.

【解答】解：（1）$\angle B=\angle ACD$，理由如下：

由旋转可知$\angle BCD=180°-\alpha$，

$\therefore\angle ACD+\angle BCA=180°-\alpha$，

$\because\angle A=\alpha$，

$\therefore\angle B+\angle BCA=180°-\alpha$，

$\therefore\angle B=\angle ACD$；

（2）①$DM=EM$，理由如下：

在 AB 上取点 N 使得$\angle BCN=\angle CDM$，

$\because BC=CD$，$\angle B=\angle ACD$，

$\therefore\triangle CDM\cong\triangle BCN$（$ASA$），

$\therefore CN=DM$，

$\because\angle CMD=\angle E+\angle BEM$，$\angle BNC=\angle ACN+\angle A$，

又$\because\angle ECM=\angle A=\alpha$，

$\therefore\angle E=\angle ACN$，

$\therefore\triangle ECM\cong\triangle CAN$（$ASA$），

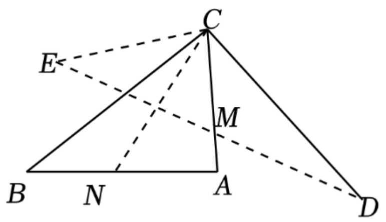
$\therefore CN=EM$，

$\therefore DM=EM$；

②由①可知，$CM=BN$，$CM=AN$，

$\therefore CM=AN=BN=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times5=\frac{5}{2}$，

$\therefore AM=AC-CM=3-\frac{5}{2}=\frac{1}{2}$.



28.【答案】（1）①（0，6）或（0，-2）；（$2\sqrt{3}$，0）或（$-2\sqrt{3}$，0）；②k 的最大值为 2；

（2）$-3\leqslant t\leqslant0$.

【分析】（1）①由题意得：$MP=2OP_1=4$，即可求解；

②当 $x=3$ 时，点 M（3，-2），此时，k 值最大，即可求解；

（2）当 $k=1$ 时，得到 $-3\leqslant t\leqslant0$；当 $k=2$ 时，得到 $-4\leqslant t\leqslant1$，进而求解.

【解答】解：（1）①由题意得：$MP=2OP_1=4$，

当点 M 在 y 轴上时，

则点 M 的坐标为（0，6）或（0，-2）；

当点 M 在 x 轴上时，设点 M（x，0），

则 MP＝4，即 $x^2+4=4^2$，

解得：$x=\pm 2\sqrt{3}$，

即点 M 的坐标为：（$2\sqrt{3}$，0）或（$-2\sqrt{3}$，0）；

故答案为：（0，6）或（0，-2）；（$2\sqrt{3}$，0）或（$-2\sqrt{3}$，0）；

②当 $x=3$ 时，点 M（3，-2），此时，k 值最大，

则 $MP=k\cdot OP_1=2k$，

则 $(2k)^2=3^2+4^2$，

解得：$k=2.5$，

∵k 为正整数，则 $k=2$，

即 k 的最大值为 2；

（2）∵P_2（-1，0），

当 $k=1$ 时，

∴x 轴上的点 P_2 的 2 倍关联点为（-2，0），（0，0），

∵在△ABC 的边上存在点 P_2 的 2 倍关联点 Q，A（t，0），B（$t+1$，0），

∴$t+1\geqslant -2$，$t\leqslant 0$，

∴$-3\leqslant t\leqslant 0$.

当 $k=2$ 时，

∴x 轴上的点 P_2 的 2 倍关联点为（-3，0），（1，0），

∵在△ABC 的边上存在点 P_2 的 2 倍关联点 Q，A（t，0），B（$t+1$，0），

∴$t+1\geqslant -3$，$t\leqslant 1$，

∴$-4\leqslant t\leqslant 1$.

故当 $k=1$ 或 2 时，$-3\leqslant t\leqslant 0$，

同理当 k 为大于 3 的正整数时，t 的取值范围都在包含了 $-3\leqslant t\leqslant 0$，

综上，$-3\leqslant t\leqslant 0$.