



初三年级数学试卷

2020 年 11 月

(考试时间: 120 分钟

满分: 100 分)

出题人: 李琴

审核人: 杨娟娟

一. 选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

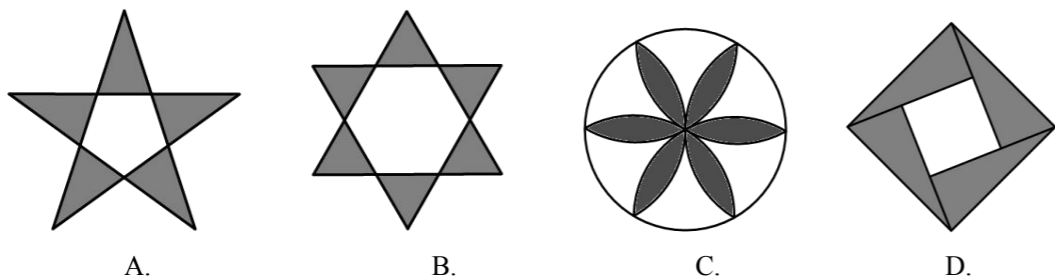
1. 抛物线 $y = (x - 2)^2 + 3$ 的顶点坐标为

- A. (2, 3) B. (2, -3) C. (-2, 3) D. (-2, -3)

2. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 (2, 3), 下列各点也在这个函数图象上的是

- A. (1, 5) B. (4, 2) C. (-2, -3) D. (3, -2)

3. 下列图形是轴对称图形而不是中心对称图形的是



4. 已知点 $A(1, y_1)$, $B(3, y_2)$ 是抛物线 $y = (x - 2)^2 + 3$ 上的两点, 则 y_1, y_2 的大小关系为

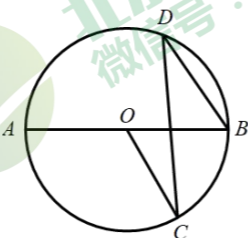
- A. $y_1 < y_2$ B. $y_1 > y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. 无法确定

5. 扇形的半径为 2, 圆心角为 90° , 则这个扇形的面积为

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. 2π D. 4π

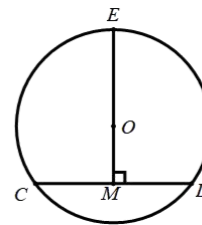
6. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C, D 是圆上两点, 且 $\angle AOC = 120^\circ$, 则 $\angle CDB$ 等于

- A. 25° B. 30°
C. 45° D. 60°



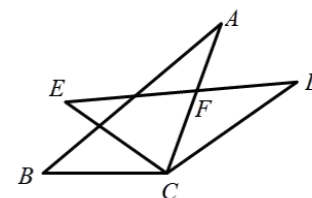
7. 如图, CD 是 $\odot O$ 的弦, 点 E 在圆上, EM 经过圆心, 且 $EM \perp CD$ 于点 M , 若 $\odot O$ 的半径为 5, $CD = 8$, 则 EM 的长为

- A. 6 B. 7
C. 8 D. 9



8. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 35° 得到 $\triangle DEC$, 边 ED, AC 相交于点 F , 若 $\angle A = 30^\circ$, 则 $\angle EFC$ 的度数为

- A. 60° B. 65°
C. 72.5° D. 115°

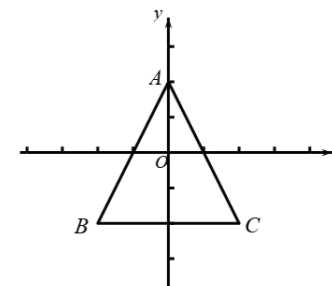


9. 某种植基地 2017 年蔬菜产量为 80 吨, 2019 年蔬菜产量达到 100 吨, 若蔬菜产量的年平均增长率为 x , 则可列方程为

- A. $80(1+x)^2 = 100$ B. $100(1-x)^2 = 80$
C. $80(1+2x) = 100$ D. $80(1+x^2) = 100$

10. 如图, 平面直角坐标系中, 等腰三角形 ABC 的顶点 A 坐标为 (0, 2), 点 C 的坐标为 (2, -2), 底边 $BC \parallel x$ 轴, 若二次函数 $y = a(x-1)^2 - 3$ 的图象与 $\triangle ABC$ 的边有四个公共点, 则 a 的值可能为

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{3}$
C. 1 D. 2



二. 填空题 (每题 3 分, 共 24 分)

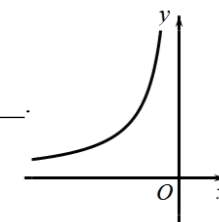
11. 平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 关于原点对称, 已知点 A 的坐标为 (4, 3), 则其对应点 A' 的坐标为_____.

12. 方程 $x(x-2) = 0$ 的根为_____.

13. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 有实数根, 则 a 的取值范围为_____.

14. 将抛物线 $y = (x+1)^2$ 向左平移 2 个单位, 再向上平移 2 个单位, 所得抛物线的解析式为_____.

15. 如图为反比例函数 $y = \frac{m+5}{x}$ 图象的一支, 则 m 的取值范围为_____.

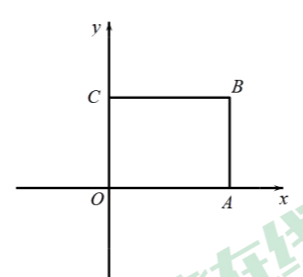




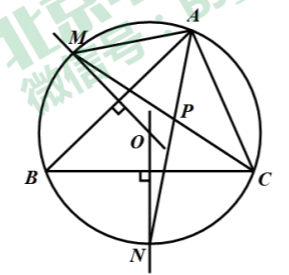
16. 已知某二次函数图象上部分点的横纵坐标的对应值如下表, 根据表中信息写出该图象的对称轴为_____.

x	...	-2	-1	0	4	5	...
y	...	15	8	3	3	8	...

17. 如图, 平面直角坐标系中, 四边形 $OABC$ 是矩形, 已知点 $A(4, 0)$, $AB=3$, 以 C 为圆心, 4 为半径作圆, 则直线 AB 和 $\odot C$ 的位置关系为_____.



18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,
 (1) 作 AB 和 BC 的垂直平分线交于点 O ;
 (2) 以点 O 为圆心, OA 长为半径作圆, 圆 O 与 AB, BC 的垂直平分线分别交于点 M, N ;
 (3) 连接 AN, CM 相交于点 P ;
 (4) 连接 AM .
 根据以上作图, 下列结论中正确的是_____ (填写序号).



- ① $\widehat{BC}=2\widehat{NC}$; ② $AB=2AM$; ③ 点 O 是 $\triangle ABC$ 的外心; ④ 点 P 是 $\triangle ABC$ 的内心.

三. 解答题 (共 46 分, 其中 19, 20 题每题 4 分, 21 题 5 分, 22, 23 题每题 6 分, 24~26 题每题 7 分)

19. 解方程 $x^2 - 4x - 4 = 0$.

20. 下面是小石设计的“过圆上一点作圆的切线”的尺规作图.

已知: 如图 1, $\odot O$ 及 $\odot O$ 上一点 P .

求作: 直线 PQ , 使得 PQ 与 $\odot O$ 相切.

作法: 如图 2,

- ① 连接 PO 并延长交 $\odot O$ 于点 A ;
- ② 在 $\odot O$ 上任取一点 B (点 P, A 除外), 以点 B 为圆心, BP 长为半径作 $\odot B$, 与射线 PO 的另一个交点为 C ;
- ③ 连接 CB 并延长交 $\odot B$ 于点 Q ;
- ④ 作直线 PQ .

所以直线 PQ 就是所求作的直线.

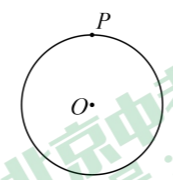


图 1

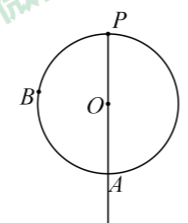


图 2

根据小石设计的尺规作图的过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明.

证明: $\because CQ$ 是 $\odot B$ 的直径,

$\therefore \angle CPQ = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ (填推理的依据).

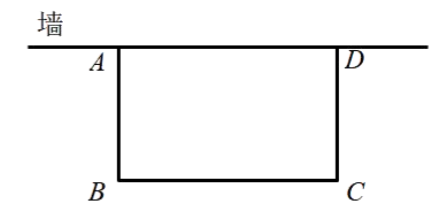
$\therefore OP \perp PQ$.

又 $\because OP$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore PQ$ 是 $\odot O$ 的切线 (填推理的依据).

21. 列方程解实际问题:

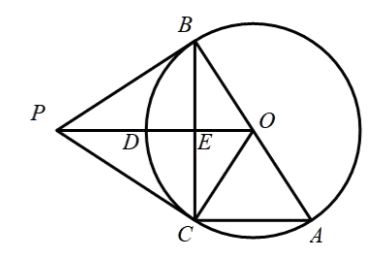
如图, 利用一面墙 (墙的长度不限), 用 20 m 长的篱笆围一个矩形 $ABCD$, 当 AB 长为多少时, 矩形面积为 50 m^2 ?



22. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, PB, PC 是 $\odot O$ 的两条切线, 切点分别为 B, C . 连接 PO 交 $\odot O$ 于点 D , 交 BC 于点 E , 连接 AC .

(1) 求证: $OE = \frac{1}{2} AC$;

(2) 若点 E 是 OD 的中点, $\odot O$ 的半径为 6, 求 PB 的长.



23. 小娜根据学习函数的经验, 对函数 $y = x|x-2|$ 的图象进行了探究.

下面是小娜的探究过程, 请补充完整:

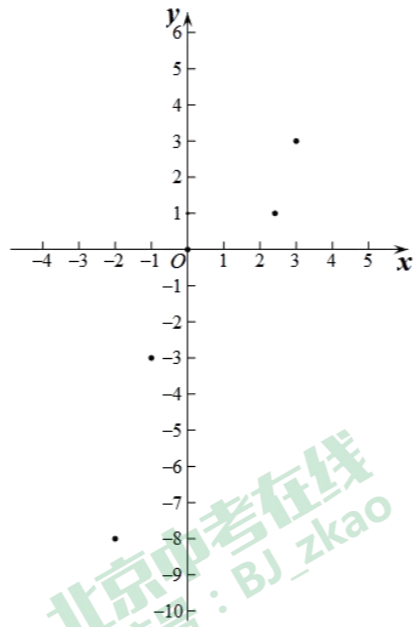
(1) 下表是 x 与 y 的几组对应值.

x	...	-2	-1	0	1	2	$1+\sqrt{2}$	3	...
y	...	-8	-3	0	m	n	1	3	...

直接写出 m 和 n 的值: $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$.



(2) 如图，在平面直角坐标系中，描出以上表中已经给出的各组对应值为坐标的点，请再描出剩下的两个点，并画出该函数的图象：



(3) 结合函数图象，解决问题：若方程 $x|x-2|=a$ 有三个不同的实数根，直接写出 a 的取值范围。

24. 在平面直角坐标系中，直线 $y=4x+4$ 与 x 轴， y 轴分别交于点 A, B ，抛物线 $y=ax^2+bx-3a$ 经过点 A ，将点 B 向右平移 5 个单位得到点 C 。

- (1) 求点 C 的坐标；
- (2) 求抛物线的对称轴；
- (3) 若抛物线与线段 BC 恰有一个公共点，结合函数图象，求 a 的取值范围。

25. 已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形，点 P 在 BC 的延长线上，以 P 为旋转中心，将线段 PC 逆时针旋转 n° ($0 < n < 180$) 得线段 PQ ，连接 AP, BQ 。

- (1) 如图 1，若 $PC=AC$ ，画出 $n=60$ 时的图形，直接写出 BQ 和 AP 的数量及位置关系；
- (2) 当 $n=120$ 时，若点 M 为线段 BQ 的中点，连接 PM 。判断 MP 和 AP 的数量关系，并证明。

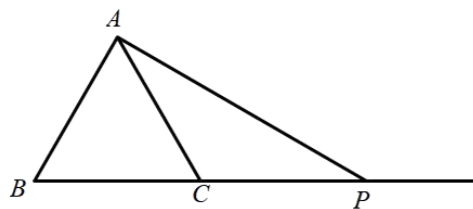
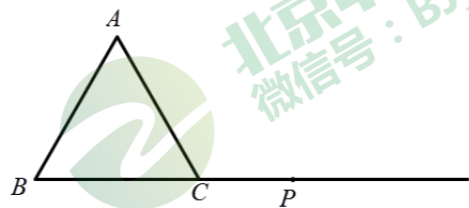
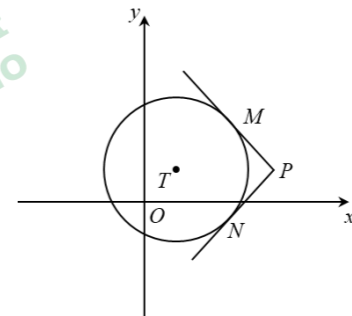


图 1

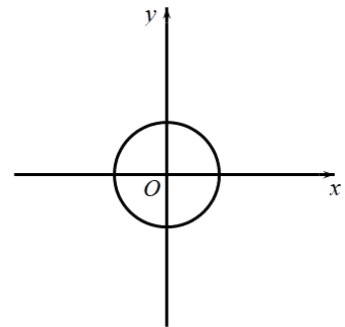


备用图

26. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，过 $\odot T$ 外一点 P 引它的两条切线，切点分别为 M, N ，若 $60^\circ \leq \angle MPN < 180^\circ$ ，则称 P 为 $\odot T$ 的环绕点。



- (1) 当 $\odot O$ 半径为 1 时，
 - ① 在 $P_1(1,0), P_2(1,1), P_3(0,2)$ 中， $\odot O$ 的环绕点是_____；
 - ② 直线 $y=x+b$ 与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B ，若线段 AB 上存在 $\odot O$ 的环绕点，求 b 的取值范围；



- (2) $\odot T$ 的半径为 1，圆心为 $(0, t)$ ，以 $(m, \frac{\sqrt{3}}{3}m)$ ($m > 0$) 为圆心， $\frac{\sqrt{3}}{3}m$ 为半径的所有圆构成图形 H ，若在图形 H 上存在 $\odot T$ 的环绕点，直接写出 t 的取值范围。

