2022 北京陈经纶中学初二（上）期中

数　　学

一、选择题(共 30 分，每题 3 分)第 1-10 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个，请将选择题答案填写在答题卡的表格中．

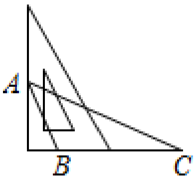
1. 下列图形中不是轴对称图形的是（　　）

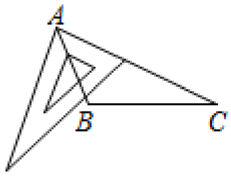
A 　B. 　C. 　D. 

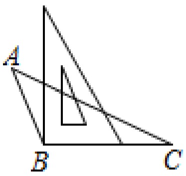
2. 点 $M(1,2)$ 关于 x 轴对称点　坐标为（　　）

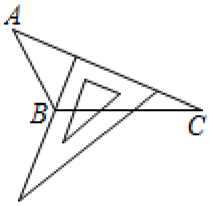
A. $-1,2$　　B. $(-1,-2)$　　C. $2,-1$　　D. $1,-2$

3. 用三角板作△ABC 的边 BC 上的高，下列三角板的摆放位置正确的是（　　）

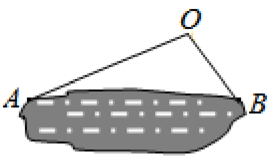
A. 

B. 

C. 

D. 

4. 如图，为了估计池塘岸边 A，B 两点间的距离，小玥同学在池塘一侧选取一点 O，测得 OA=12 米，OB=7 米，则 A，B 间的距离不可能是（　　）

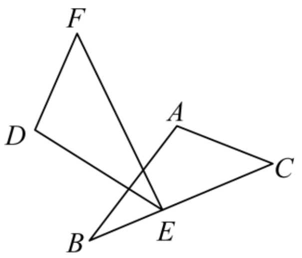


A　5 米　　B. 7.5 米　　C. 10 米　　D. 18.9 米

5. 一个多边形的内角和是外角和的 2 倍，这个多边形是(　　)

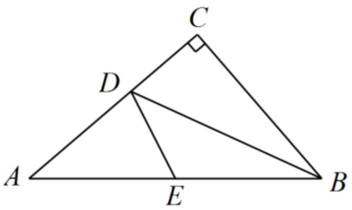
A. 四边形　　B. 五边形　　C. 六边形　　D. 八边形

6. 如图，$\triangle ABC \cong \triangle DEF$，$DF$ 和 AC，FE 和 CB 是对应边，若 $\angle A = 100°$，$\angle F = 47°$，则 $\angle DEF$ 等于（　）



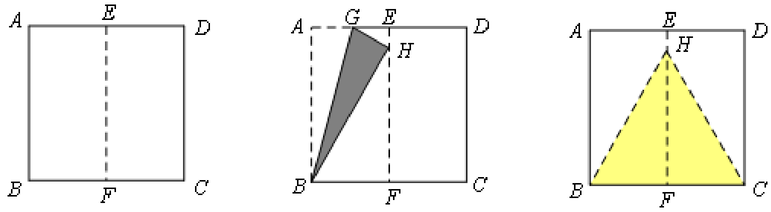
A. $100°$　　B. $53°$　　C. $47°$　　D. $33°$

7. 如图，$Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D，点 E 为 AB 的中点，若 $AB=12$，$CD=3$，则 $\triangle DBE$ 的面积为（　　）



A. 10　　B. 12　　C. 9　　D. 6

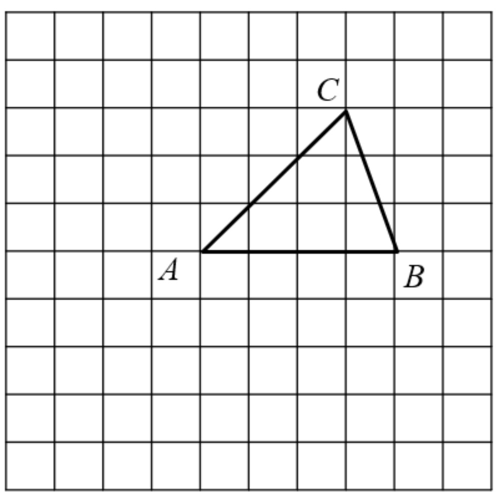
8. 如图，正方形纸片 $ABCD$：①先对折使 AB 与 CD 重合，得到折痕 EF；②折叠纸片，使得点 A 落在 EF 的点 H 上，沿 BH 和 CH 剪下 $\triangle BCH$，则判定 $\triangle BCH$ 为等边三角形的依据是（　　）



A. 三个角都相等的三角形是等边三角形　　B. 有两个角是 $60°$ 的三角形是等边三角形

C. 三边都相等的三角形是等边三角形　　D. 有一个角是 $60°$ 的等腰三角形是等边三角形

9. 如图，网格中的每个小正方形边长均为 1，$\triangle ABC$ 的顶点均落在格点上，若点 A 的坐标为 $(-2,-1)$，则到 $\triangle ABC$ 三个顶点距离相等的点的坐标为（　　）



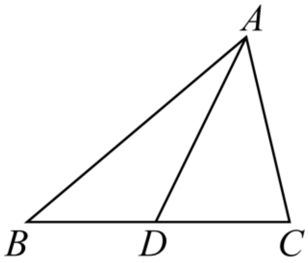
A. $(0,1)$　　B. $(1,0)$　　C. $(0,0)$　　D. $1,-1$

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

10. 老师布置的作业中有这么一道题：

> 如图，在△ABC 中，D为BC的中点，若AC=3，AD=4
> 则AB的长不可能是(　　)
> A.5　　　　　　　　B.7
> C.8　　　　　　　　D.9

甲同学认为 AB，AC，AD 这三条边不在同一个三角形中，无法解答，老师给的题目有错误，乙同学认为可以从中点 D 出发，构造辅助线，利用全等的知识解决，丙同学认为可以从点 C 作平行线，构造辅助线，利用全等的知识解决，你认为正确的是（　）



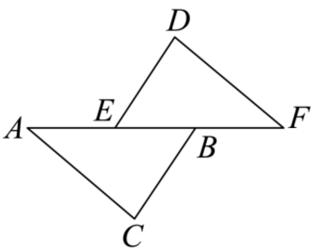
A. 甲　　　　B. 乙　　　　C. 丙　　　　D. 乙和丙

二、填空题(共 24，每题 3 分)

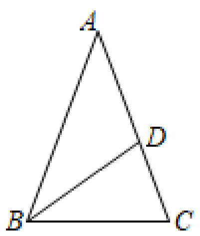
11. 盖房子的时候，在窗框未安装好之前，木工师傅常常先在窗框上斜钉一根本条的根据是__________.

12. 等腰三角形的两边分别为 4 和 6，则等腰三角形的周长为________.

13. 如图，点 A, E, B, F 在同一条直线上，$AC//DF$，$AC=DF$ 要使△ABC≌△FED，则可以补充一个条件：______.

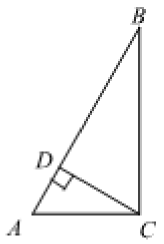


14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle A=40°$，BD 是 $\triangle ABC$ 角平分线，则 $\angle BDC=$_________°.

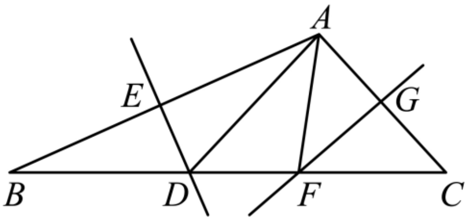


15. 如图，在三角形 ABC 中，$\angle ACB$=90°，$CD\perp AB$ 于点 D，$\angle B$=30°，且 AD=1，那么 BD=__________.

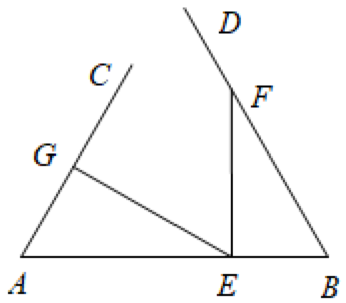
北京中考在线 微信号：BJ_zkao



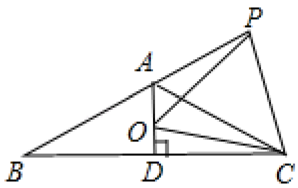
16. 如图，$\triangle ABC$ 中，DE、FG 分别是 AB、AC 的垂直平分线，$BC=4$cm，$\angle BAC=100°$．则$\triangle ADF$ 的周长是______cm，$\angle DAF=$_______°．



17. 如图，$\angle A=\angle B$，$AB=60$，E，F 分别为线段 AB 和射线 BD 上的一点，若点 E 从点 B 出发向点 A 运动，同时点 F 从点 B 出发沿射线 BD 运动，二者速度之比为 3∶7，当点 E 运动到点 A 时，两点同时停止运动．在射线 AC 上取一点 G，使△AEG 与△BEF 全等，则 AG 的长为_____．



18. 已知如图等腰$\triangle ABC$，$AB=AC$，$\angle BAC=120°$，$AD\perp BC$ 于点 D，点 P 是 BA 延长线上一点，点 O 是线段 AD 上一点，$OP=OC$，下面的结论：①$\angle APO+\angle DCO=30°$；②$\angle APO=\angle DCO$；③$\triangle OPC$ 是等边三角形；④$AB=AO+AP$．其中正确的是_______．

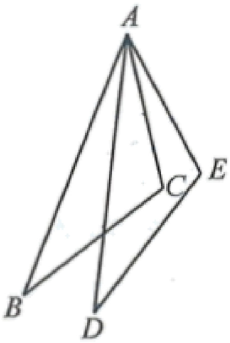


三、解答题(共 46 分，第 19 题 4 分，第 20-25 题，每题 5 分，第 26，27 题，每题 6 分)

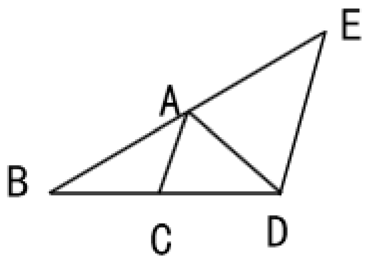
19. 如图，已知 $\angle BAD=\angle CAE$，$AB=AD$，$AC=AE$．

求证：$\angle B=\angle D$．

北京中考在线 微信号：BJ_zkao



20. 如图，AD 平分 $\angle CAE$ ，$\angle B=30°$ ，$\angle CAE=144°$ ，求 $\angle ADB$ 与 $\angle ACD$ 的度数.



21. 已知：如图，点 B 是 $\angle MAN$ 边 AM 上的一定点（其中 $\angle MAN<45°$ ），求作：$\triangle ABC$，使其满足：①点 C 在射线 AN 上，② $\angle ACB=2\angle A$.

下面是小兵设计的尺规作图过程.

作法：①作线段 AB 的垂直平分线 1，直线 l 交射线 AN 于点 D；

②以点 B　圆心，BD 长为半径作弧，交射线 AN 于另一点 C；

③连接 BC，则 $\triangle ABC$ 即为所求三角形.

根据小兵设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明.

证明：∵直线 l 为线段 AB 的垂直平分线，

∴ $AD=BD$（ _____ ）（填推理的依据）.

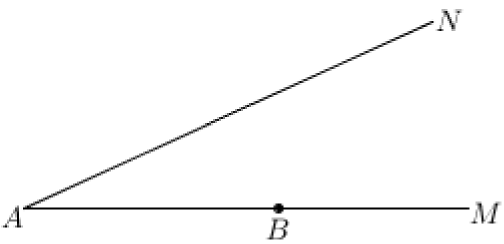
∴ $\angle A=\angle$_____.

∴ $\angle BDC=\angle A+\angle ABD=2\angle A$

∵ $BC=BD$

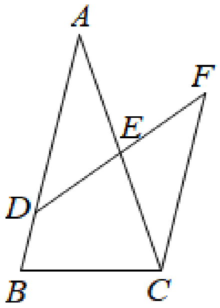
∴ $\angle ACB=\angle BDC$ （ _____ ）（填推理的依据）.

∴ $\angle ACB=2\angle A$.

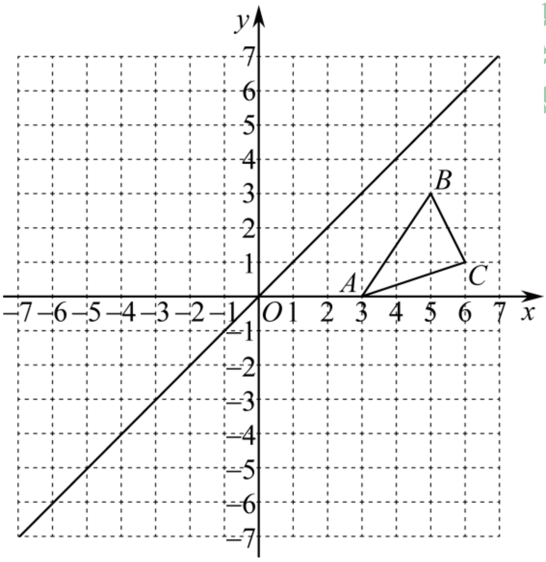


北京中考在线
微信号：BJ_zkao

22. 如图，在$\triangle ABC$中，D是边AB上一点，E是边AC的中点，作$CF \parallel AB$交DE的延长线于点F，若$\angle B=\angle ACB$，$CE=5$，$CF=7$，求DB的长．



23. 如图，在平面直角坐标系xOy中，直线l是第一、三象限的角平分线．已知$\triangle ABC$的三个顶点坐标分别为A（3，0），B（5，3），C（6，1）．



（1）若$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$关于y轴对称，画出$\triangle A'B'C'$；

（2）若直线l上存在点P，使$AP+BP$最小，则点P的坐标为_____，$AP+BP$的最小值为_____．

24. 在学习完全等三角形及轴对称的知识后，小明经过思考得出猜想："如果一个三角形一边上的中点到另两条边的距离相等，那么这个三角形是等腰三角形"．

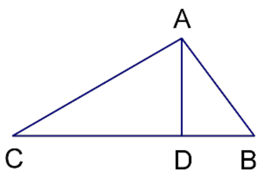
老师说小明的猜想是正确的，请你帮助小明完成以上猜想的证明．

已知：

求证：

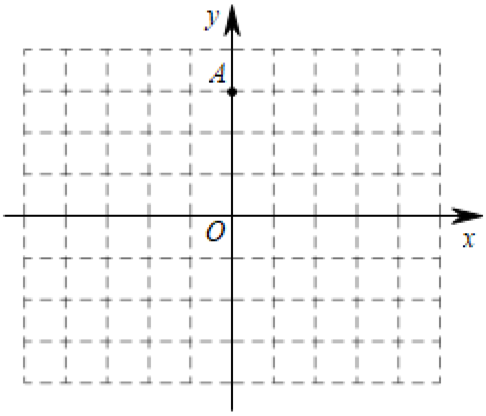
证明：

25. 如图，在ΔABC中，$\angle B=2\angle C$，$AD\perp BC$，垂足为D，判断AB、CD和BD这三条线段的数量关系（用等式表示），并证明．



北京中考在线 微信号：BJ_zkao

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 的坐标为 $(0,3)$，点 B 在 x 轴上，过点 B 作 $BC\perp AB$，且 $BC=AB$ 这样得到的点 C 称为点 A 关于点 B 的“伴随点”.



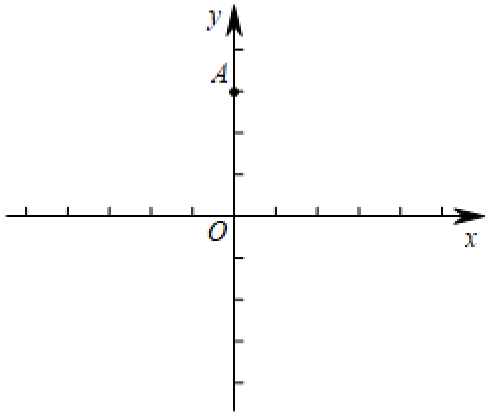


图1备用图

（1）如图 1，当点 B 的坐标为 $(1,0)$ 时，请在图中画出点 A 关于点 B 的“伴随点”，并写出“伴随点”的坐标：______________；

（2）在下列各点中：① $(2,-1)$，② $(-3,-1)$，③ $(5,2)$，能成为点 A 关于点 B 的“伴随点”的是____________(填序号)；

（3）若点 B 坐标为 $(a,0)$，直接写出点 A 关于点 B 的“伴随点”的坐标_____(用 a 表示).

27. 在△ABC 中，$\angle ABC$ 为锐角，$AB=5$，$BC=3$，作外角 $\angle PBA$ 的平分线 MB，在 MB 上找一点 D，使得 $DC=DA$，过点 D 作 $DE\perp BP$ 交于点 E.

（1）在图 1 中，依题意补全图形；

（2）直接写出 BE 的值____.

（3）如图 2，当 $\angle ABC$ 为钝角时，猜想 AB，BC，BE 之间的数量关系，并说明理由.

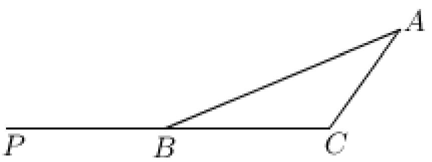


图1

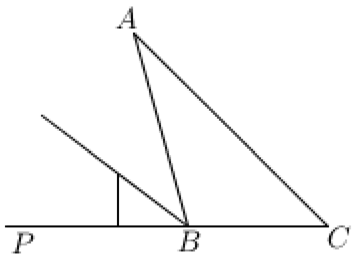


图2

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

参考答案

一、选择题(共 30 分，每题 3 分)第 1-10 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个，请将选择题答案填写在答题卡的表格中.

1. 【答案】C

【解析】

【分析】根据轴对称图形的定义：平面内, 一个图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够完全重合的图形. 解答即可.

【详解】在平面内, 一个图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够完全重合的图形是轴对称图形，由此判断 A、B、D 均符合轴对称图形的定义. 选项 C 不符合轴对称图形的定义.

故答案是 C.

【点睛】本题考查轴对称图形的定义，熟练掌握并理解轴对称图形的定义是解决本题的关键.

2. 【答案】D

【解析】

【分析】根据关于 x 轴对称的两个点，横坐标相等，纵坐标互为相反数即可求解

【详解】点 $M\left(1,2\right)$ 关于 x 轴对称点的坐标为 $1,-2$

故选 D

【点睛】本题考查了关于 x 轴对称的两个点的坐标特征，掌握关于 x 轴对称的两个点，横坐标相等，纵坐标互为相反数是解题的关键.

3. 【答案】A

【解析】

【分析】根据高线的定义即可得出结论.

【详解】解：B，C，D 都不是$\triangle ABC$的边 BC 上的高，

A 选项是$\triangle ABC$的边 BC 上的高，

故选：A.

【点睛】本题考查的是三角形的高，熟知三角形高线的定义是解答此题的关键.

4. 【答案】A

【解析】

【分析】根据三角形的三边关系：在三角形中，任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边，可以求得 AB 的取值范围，即可进行判断.

【详解】解：由题意可知 $OA-OB<AB<OA+OB$ ，

$\therefore 12-7<AB<12+7$ ，

即：$5<AB<19$ ，

$\therefore$A 选项不符合题意，

故选：A.

【点睛】本题主要考查的是三角形的三边关系，重点在于利用三边关系求得第三边取值范围.

5. 【答案】C

【解析】

【分析】此题可以利用多边形的外角和和内角和定理求解.

【详解】解：设所求多边形边数为 n，由题意得

（$n-2$）•180°＝360°×2

解得 n＝6.

则这个多边形是六边形.

故选 C.

【点睛】本题考查多边形的内角和与外角和、方程的思想．关键是记住内角和的公式与外角和的特征：任何多边形的外角和都等于 360°，n 边形的内角和为（$n-2$）•180°.

6. 【答案】D

【解析】

【分析】根据 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$，得出 $\angle A=\angle D=100^\circ$，再根据三角形内角和定理求出 $\angle DEF$ 的度数即可.

【详解】解：∵ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$，

∴ $\angle A=\angle D=100^\circ$，

∵在 $\triangle DEF$ 中，$\angle F+\angle D+\angle DEF=180^\circ$，

∴ $\angle DEF=180^\circ-\angle F-\angle D=180^\circ-47^\circ-100^\circ=33^\circ$，

故选：D.

【点睛】本题考查了全等三角形的性质和三角形的内角和定理，利用全等三角形的性质得出 $\angle A=\angle D=100^\circ$ 是解答本题的关键.

7. 【答案】C

【解析】

【分析】如图：过 D 作 $DF\perp AB$ 于 F,然后根据角平分线的性质可得 DF=CD=3,然后再根据中点的定义求得 BE 的长，最后根据三角形的面积公式求解即可.

【详解】解：如图：过 D 作 $DF\perp AB$ 于 F,

∵ $\angle C$＝90°，BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D,

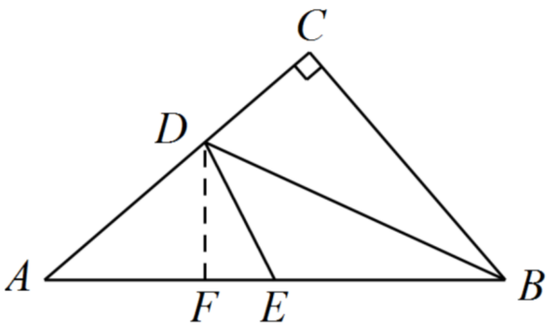
∴ DF=CD=3

∵点 E 为 AB 的中点，AB＝12

∴ $BE=\frac{1}{2}AB=6$

∴ $\triangle DBE$ 的面积为 $\frac{1}{2}BE\cdot DF=\frac{1}{2}\times6\times3=9$.

故选：C.



【点睛】本题主要考查了角平分线定理、中点的定义、三角形的高等知识点，作出△DBE的高并运用角平分线定理求出成为解答本题的关键.

8. 【答案】C

【解析】

【分析】根据正方形的性质，翻折变换的性质可得 $BH=BC$，因为 EF 是 BC 的垂直平分线，利用垂直平分线的性质，可得 $BH=CH$，又根据折叠的性质可知 $BH=AB$，故 $BH=CH=BC$，因此是等边三角形.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AB=BC=CD=DA$，

由翻折变换得：$AB=HB$，

∴$BH=BC$，

由翻折变换知：EF 是 BC 的垂直平分线，

∴$BH=CH$，

∴$BH=CH=BC$，

∴△BHC 是等边三角形，

故选：C.

【点睛】本题考查翻折变换，直角三角形的边角关系以及等腰三角形的判定，掌握等边三角形的判定方法是正确解答的关键.

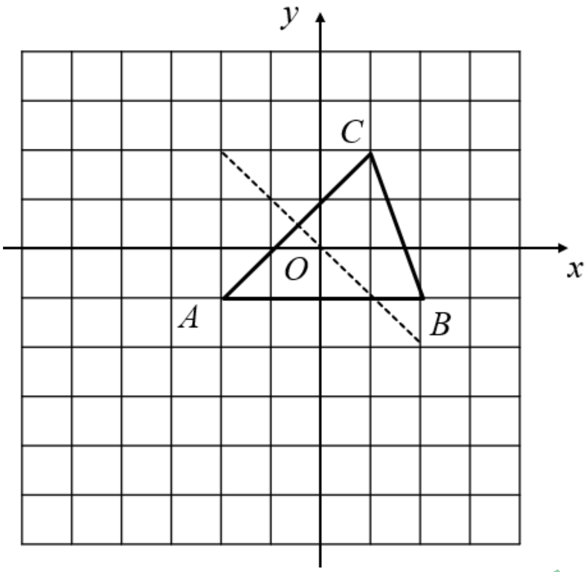
9. 【答案】C

【解析】

【分析】到△ABC 三个顶点距离相等的点是 AB 与 AC 的垂直平分线的交点，画出交点，进而得出其坐标即可.

【详解】解：平面直角坐标系如图所示，AB 与 AC 的垂直平分线的交点为点 O，

∴到△ABC 三个顶点距离相等的点的坐标为（0，0），



故选：C.

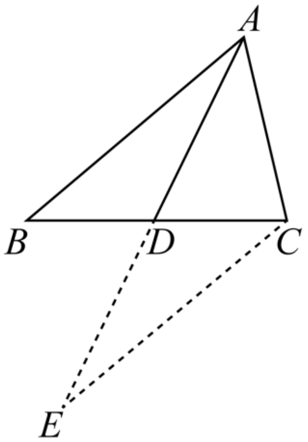
【点睛】本题主要考查了线段垂直平分线的性质，线段垂直平分线上任意一点，到线段两端点的距离相等.

10. 【答案】D

【解析】

【分析】分别验证乙和丙的作法，延长 AD 到 E 使得 $AD=ED=4$，证明 $\triangle ABD\cong\triangle ECD(\mathrm{SAS})$，再利用三角形的三边关系即可判断乙同学的说法；取 AB 的中点 F，连接 DF，则 DF 是 $\triangle ABC$ 的中位线，$AB=2AF$，再利用三角形的三边关系即可判断丙同学的说法.

【详解】解：乙：如图所示：延长 AD 到 E 使得 $AD=ED=4$，



$\because D$ 为 AC 的中点，

$\therefore BD=CD$，

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ECD$ 中，

$$\begin{cases} AD=ED \\ \angle ADB=\angle EDC \\ BD=CD \end{cases}$$

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

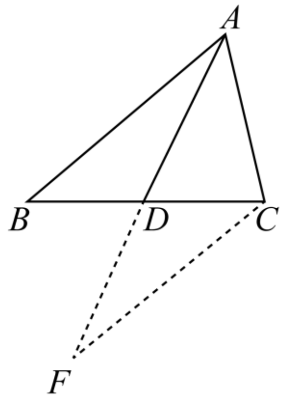
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ECD(\text{SAS})$

$\therefore AB = EC$，

$\because AE - AC < EC < AE + AC$，

$\therefore 5 < EC < 11$，即 $5 < AB < 11$；

丙：如图所示，过点作 $CF \parallel AB$，延长 AD 交 CF 于点 F，



$\because D$ 为 AC 的中点，

$\therefore BD = CD$，

$\because CF \parallel AB$

$\therefore \angle B = \angle DCF$，

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle FCD$ 中，

$$\begin{cases} \angle B = \angle DCF \\ BD = CD \\ \angle ADB = \angle FDC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle FCD(\text{ASA})$

$\therefore AD = DF = 4$，$AB = FC$，

$\because AF - AC < FC < AF + AC$，

$\therefore 5 < FC < 11$，即 $5 < AB < 11$，

故甲的说法错误，乙和丙的说法正确，

故选：D．

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质，三角形的三边关系，熟练掌握和应用相关知识点并作出相应的辅助线是解答本题的关键．

二、填空题(共 24，每题 3 分)

11. 【答案】三角形具有稳定性

【解析】

【分析】根据三角形的稳定性解答即可．

【详解】解：盖房子的时候，在窗框未安装好之前，木工师傅常常先在窗框上斜钉一根本条的根据是：三

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

角形具有稳定性.

故答案为：三角形具有稳定性.

【点睛】本题考查了三角形稳定性的实际应用．三角形的稳定性在实际生活中有着广泛的应用，如钢架桥、房屋架梁等，因此要使一些图形具有稳定的结构，往往通过转化为三角形而获得.

12. 【答案】14 或 16##16 或 14

【解析】

【分析】由于未说明两边哪个是腰哪个是底，故需分情况讨论，从而得到其周长.

【详解】解：（1）当等腰三角形的腰为 4，底为 6 时，4，4，6 能够组成三角形，此时周长为 4+4+6=14.

（2）当等腰三角形的腰为 6，底为 4 时，4，6，6 能够组成三角形，此时周长为 6+6+4=16.

则这个等腰三角形的周长是 14 或 16.

故答案为：14 或 16.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系；已知没有明确腰和底边的题目一定要想到两种情况，分类进行讨论，还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答，这点非常重要，也是解题的关键.

13. 【答案】$\angle D=\angle C$（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据三角形全等判定定理求解即可．证明三角形全等的方法有：SSS，SAS，ASA，AAS，HL(直角三角形).

【详解】解：补充一个条件为：$\angle D=\angle C$.

证明：$\because AC//DF$，

$\therefore \angle A=\angle F$，

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle FED$ 中，

$$\because \begin{cases}\angle C=\angle D\\ AC=DF\\ \angle A=\angle F\end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FED\left(ASA\right)$.

故答案为：$\angle D=\angle C$.

【点睛】此题考查了证明三角形全等的方法，解题的关键是熟练掌握证明三角形全等的方法： SSS，SAS，ASA，AAS，HL(直角三角形).

14. 【答案】75

【解析】

【分析】根据等腰三角形的性质求出 $\angle ABC$ 和 $\angle C$ 的度数，由 BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，得出 $\angle CBD$ 的度数，再根据三角形内角和定理求出 $\angle BDC$ 的度数.

【详解】解：$\because AB=AC$，$\angle A=40°$，

$\therefore \angle ABC=\angle C=\frac{1}{2}\times\ 180^\circ-40^\circ\ =70^\circ$，

$\because$ BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，

$\therefore \angle CBD=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 70^\circ=35^\circ$，

$\because$ 在 $\triangle BDC$ 中，$\angle CBD+\angle BDC+\angle C=180^\circ$，

$\therefore \angle BDC=180^\circ-\angle CBD-\angle C=180^\circ-35^\circ-70^\circ=75^\circ$

故答案为：75°.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质、角平分线的概念和三角形内角和定理，综合运用各知识点是解答本题的关键.

15. 【答案】3

【解析】

【分析】利用含 30° 角　直角三角形的性质分别求解 AC，AB 的长，再利用 $BD=AB-AD$ 计算可求解.

【详解】解：$\because \angle ACB=90^\circ$，$\angle B=30^\circ$，

$\therefore \angle A=60^\circ$

$\because CD\perp AB$

$\therefore \angle ACD=30^\circ$

$\because AD=1$

$\therefore AC=2$

$\therefore AB=4$

$\therefore BD=AB-AD=4-1=3$.

故答案为 3.

【点睛】本题主要考查含 30° 角　直角三角形的性质，求解 AC，AB 的长是解题的关键.

16. 【答案】　①. 4　②. 20

【解析】

【分析】根据“垂直平分线上的点到两边的距离相等”可得 $AD=BD$，$AF=CF$，即可求出$\triangle ADF$ 的周长，根据等边对等角可知$\angle B=\angle BAD$，$\angle C=\angle CAF$，最后根据三角形的内角和即可求出$\angle DAF$ 的度数.

【详解】解：$\because DE$、FG 分别是 AB、AC 的垂直平分线，

$\therefore AD=BD$，$AF=CF$，

$\triangle ADF$ 的周长$=AD+AF+DF=BD+CF+DF=BC=4$cm，

$\because AD=BD$，$AF=CF$，

$\therefore \angle B=\angle BAD$，$\angle C=\angle CAF$，

设$\angle B=\angle BAD=x$，$\angle C=\angle CAF=y$，

在$\triangle ABC$ 中，$2x+2y+\angle DAF=180^\circ$，

$\because x+y+\angle DAF=100^\circ$，

$\therefore x+y=80°$，

$\therefore \angle DAF=20°$，

故答案为：4，20

【点睛】本题主要考查了垂直平分线的性质，熟练掌握垂直平分线上的点到两边的距离相等以及等腰三角形的性质是解题的关键.

17. 【答案】18 或 70##70 或 18

【解析】

【分析】设 $BE=3t$，则 $BF=7t$，使 $\triangle AEG$ 与 $\triangle BEF$ 全等，由 $\angle A=\angle B$ 可知，分两种情况：当 $BE=AG$，$BF=AE$ 时，当 $BE=AE$，$BF=AG$ 时，列方程即可求解.

【详解】解：设 $BE=3t$，则 $BF=7t$，因为 $\angle A=\angle B$，使 $\triangle AEG$ 与 $\triangle BEF$ 全等，可分两种情况：

情况一：当 $BE=AG$，$BF=AE$ 时，

$\because BF=AE$，$AB=60$，

$\therefore 7t=60-3t$，

解得：$t=6$，

$\therefore AG=BE=3t=3\times 6=18$；

情况二：当 $BE=AE$，$BF=AG$ 时，

$\because BE=AE$，$AB=60$，

$\therefore 3t=60-3t$，

解得：$t=10$，

$\therefore AG=BF=7t=7\times 10=70$，

综上所述，$AG=18$ 或 70.

故答案为：18 或 70.

【点睛】本题主要考查了全等三角形的性质，利用分类讨论思想是解答此题的关键.

18. 【答案】①③④

【解析】

【分析】①根据等边对等角，可得 $\angle APO=\angle ABO$、$\angle DCO=\angle DBO$、则 $\angle APO+\angle DCO=\angle ABO+\angle DBO=\angle ABD$，据此即可求解；②因为点 O 是线段 AD 上一点，所以 BO 不一定是 $\angle ABD$ 的角平分线，据此即可求解；③证明 $\angle POC=60°$ 且 $OP=OC$，即可证得 $\triangle OPC$ 是等边三角形；④先证明 $\triangle OPA\cong\triangle CPE$，则 $AO=CE$，$AB=AC=AE+CE=AO+AP$.

【详解】解：①如图 1，连接 OB，

$\because AB=AC$，$AD\perp BC$，

$\therefore BD=CD$，$\angle BAD=\dfrac{1}{2}\angle BAC=\dfrac{1}{2}\times 120^{\circ}=60^{\circ}$，

$\therefore OB=OC$，$\angle ABC=90°-\angle BAD=30°$

$\because OP=OC$，

∴$OB=OC=OP$，

∴$\angle APO=\angle ABO$，$\angle DCO=\angle DBO$，

∴$\angle APO+\angle DCO=\angle ABO+\angle DBO=\angle ABD=30^\circ$，故①正确；

②由①知：$\angle APO=\angle ABO$，$\angle DCO=\angle DBO$，

∵点 O 是线段 AD 上一点，

∴$\angle ABO$ 与 $\angle DBO$ 不一定相等，则 $\angle APO$ 与 $\angle DCO$ 不一定相等，故②不正确；

③∵$\angle APC+\angle DCP+\angle PBC=180^\circ$，

∴$\angle APC+\angle DCP=150^\circ$，

∵$\angle APO+\angle DCO=30^\circ$，

∴$\angle OPC+\angle OCP=120^\circ$，

∴$\angle POC=180^\circ-(\angle OPC+\angle OCP)=60^\circ$，

∵$OP=OC$，

∴$\triangle OPC$ 是等边三角形；故③正确；

④如图 2，在 AC 上截取 $AE=PA$，连接 PE，

∵$\angle PAE=180^\circ-\angle BAC=60^\circ$，

∴$\triangle APE$ 是等边三角形，

∴$\angle PEA=\angle APE=60^\circ$，$PE=PA$，

∴$\angle APO+\angle OPE=60^\circ$，

∵$\angle 0PE+\angle CPE=\angle CPO=60^\circ$，

∴$\angle APO=\angle CPE$，

在 $\triangle OPA$ 和 $\triangle CPE$ 中，

$$\begin{cases} PA=PE \\ \angle APO=\angle CPE, \\ OP=CP \end{cases}$$

∴$\triangle OPA\cong\triangle CPE$（$SAS$），

∴$AO=CE$，

∴$AB=AC=AE+CE=AO+AP$；故④正确；

∴正确的结论有：①③④.

故填：①③④.

北京中考在线
微信号：BJ_zkao

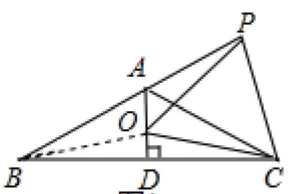


图1

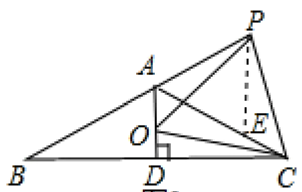


图2

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的判定与性质、等边三角形的判定与性质以及全等三角形的判定与性

质等知识点，正确作出辅助线是解答本题的关键.

三、解答题(共 46 分，第 19 题 4 分，第 20-25 题，每题 5 分，第 26，27 题，每题 6 分)

19. 【答案】证明见解析.

【解析】

【分析】根据题意证明 $\Delta BAC \cong \Delta DAE$ 即可求解.

【详解】证明：$\because \angle BAD = \angle CAE$

$\therefore \angle BAD + \angle DAC = \angle CAE + \angle DAC$，

即：$\angle BAC = \angle DAE$

在 ΔABC 和 ΔDAE 中

$$\begin{cases} AB = AD \\ \angle BAC = \angle ADE \\ AC = AE \end{cases}$$

$\therefore \Delta BAC \cong \Delta DAE\left(SAS\right)$

$\therefore \angle B = \angle D$

【点睛】此题主要考查全等三角形的判定与性质，解题的关键是熟知全等三角形的判定方法.

20. 【答案】$\angle ADB = 42°$，$\angle ACD = 66°$.

【解析】

【分析】由角平分线的定义，得 $\angle CAD = \angle EAD = 72°$，由外角的性质，即可求出 $\angle ADB$ 的度数，结合三角形的内角和定理求出 $\angle ACD$ 的度数.

【详解】解：$\because \angle CAE = 144°$，$AD$ 平分 $\angle CAE$，

$\therefore \angle CAD = \angle EAD = 72°$，

$\because \angle EAD = \angle B + \angle ADB$，$\angle B = 30°$，

$\therefore \angle ADB = 42°$，

$\therefore \angle ACD = 180° - 72° - 42° = 66°$；

【点睛】本题考查了角平分线的定义，三角形的内角和定理，外角的性质，解题的关键是熟练掌握所学的知识，正确求出角的度数.

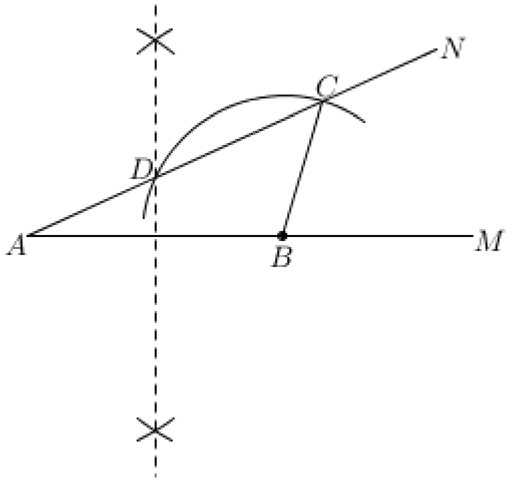
21. 【答案】（1）见解析；（2）见解析

【解析】

【分析】（1）根据几何语言画出对应图形即可；

（2）根据证明过程补全相应知识点即可.

【详解】解：（1）如图所示：



（2）证明：∵直线 l 为线段 AB 的垂直平分线，

∴$AD=BD$（ 垂直平分线上任意一点到线段两端点距离相等 ）（填推理的依据）.

∴$\angle A=\angle$ <u>DBA</u> .

∴$\angle BDC=\angle A+\angle ABD=2\angle A$

∵$BC=BD$

∴$\angle ACB=\angle BDC$（ 等腰三角形两底角相等 ）（填推理的依据）.

∴$\angle ACB=2\angle A$.

【点睛】本题考查尺规作图，线段垂直平分线的性质，等腰三角形的定义，圆的任意半径相等，灵活运用性质定理是解题关键.

22. 【答案】$DB=3$.

【解析】

【分析】根据 AAS 证明 $\triangle ADE\cong\triangle CFE$，再利用全等三角形的性质求出 AD，AB 即可解决问题；

【详解】证明：∵E 是边 AC 中点，

$\therefore AE=CE$.

又∵ $CF\parallel AB$，

$\therefore \angle A=\angle ACF$，$\angle ADF=\angle F$，

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle CFE$ 中，$\begin{cases}\angle ADF=\angle F\\ \angle A=\angle ACF\\ AE=CE\end{cases}$，

$\therefore \triangle ADE\cong\triangle CFE(\text{AAS})$.

$\because CF=7$，

$\therefore CF=AD=7$，

又∵ $\angle B=\angle ACB$，

$\therefore AB=AC$，

∵E 是边 AC 的中点，$CE=5$，

$\therefore AC=2CE=10$.

$\therefore AB=10$，

$\therefore DB=AB-AD=10-7=3$.

【点睛】本题考查全等三角形的判定和性质，平行线的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题.

23. 【答案】（1）见解析　　（2）$(3,3)$，5

【解析】

【分析】（1）利用轴对称的性质分别作出A，B，C的对应点A'，B'，C'即可；

（2）作点B关于直线l的对称点B''，连接AB''交直线l于点P，连接PB，此时$PA+PB$的值最小，最小值为线段AB''的长.

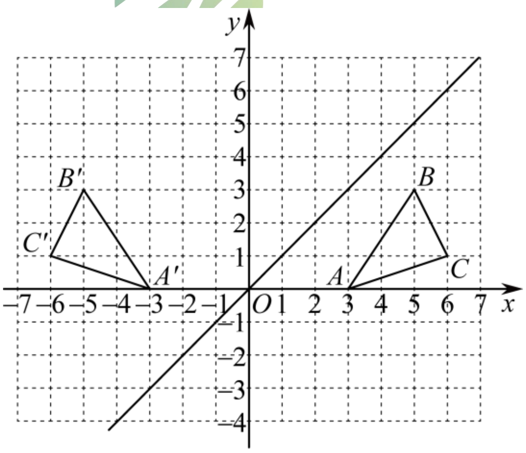
【小问1详解】

解：如图，$\triangle A'B'C'$即为所求；

【小问2详解】

如图，点P即为所求．$P(3,3)$，最小值为5，

故答案为：$(3,3)$，5.



【点睛】本题考查作图－轴对称变换，轴对称最短问题等知识，解题的关键学会利用轴对称解决最短问题，属于中考常考题型.

24. 【答案】见解析

【解析】

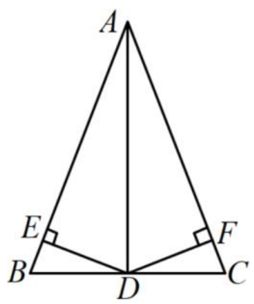
【分析】本题根据已知条件可以通过证明$\Delta DBE\cong\Delta DCF\left(\mathrm{HL}\right)$得出$\angle B=\angle C$，利用“等角对等边”即可证明.

【详解】解：已知：如图，在$\triangle ABC$中，D为BC中点，$DE\perp AB$，$DF\perp AC$，且$DE=DF$.

求证：$\triangle ABC$是等腰三角形.

证明：$\because DE\perp AB$，$DF\perp AC$，

北京中考在线 微信号：BJ_zkao



$\therefore \angle BED = \angle DFC = 90^\circ$，

$\because$ 在 ΔDBE 和 ΔDCF，

$BD = CD$，$DE = DF$，

$\therefore \Delta DBE \cong \Delta DCF(\mathrm{HL})$，

$\therefore \angle B = \angle C$，

$\therefore AB = AC$，

∴这个三角形一定是等腰三角形.

故选：B.

【点睛】本题考查等腰三角形的判定；运用全等三角形的判定与性质及等角对等边是解题的关键.

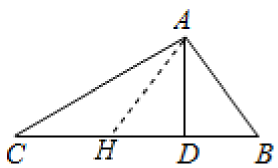
25. 【答案】AB+BD=CD

【解析】

【分析】在 CD 上截取 DH=DB，连接 AH，根据三角形外角　性质和等腰三角形等角对等边可得 AB=AH=CH，从而可得 AB+BD=CH+DH=CD.

【详解】解：AB+BD=CD，

证明：在 CD 上截取 DH=DB，连接 AH，



∵AD⊥BC，

∴AB=AH，

∴∠AHB=∠B，

∵∠B=2∠C，

∴∠AHB=2∠C，

∵∠AHB=∠C+∠HAC，

∴∠HAC=∠C，

∴AH=CH，

∴AB=CH，

∴AB+BD=CH+DH=CD.

【点睛】本题考查的是等腰三角形的判定和性质，线段垂直平分线的性质，三角形的外角的性质，能正确

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

作出辅助线是解题关键．

26．【答案】（1）见详解，点C_1、C_2为点A关于点B的“伴随点”；$(-2,-1)$，$(4,1)$

（2）①③　　（3）$(a+3,a)$，$(a-3,-a)$

【解析】

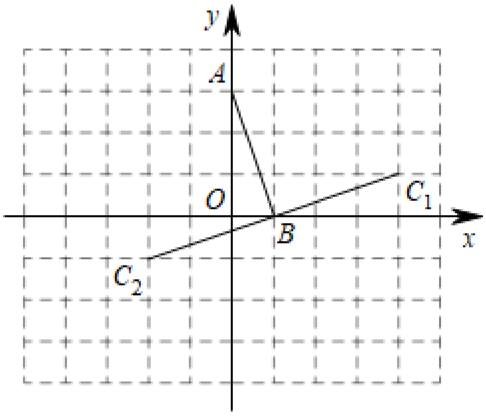
【分析】（1）根据题目要求及网格图的特点画出点A关于点B的“伴随点”，再写出坐标即可；

（2）先证明$\triangle OAB\cong\triangle DBC_1(\text{AAS})$和$\triangle OAB\cong\triangle EBC_2(\text{AAS})$，利用全等三角形的对应边相等可得$OA=BD$，$OB=C_1D$，$OA=BE$，$OB=C_2E$，根据坐标的特点求出点$C_1$、$C_2$的函数关系式，再判断点是否为点A关于点$B$的“伴随点”；

（3）由（2）中全等三角形对应边的关系可得坐标的关系，即可写出点A关于点B的“伴随点”的坐标．

【小问1详解】

解：如图，点C_1、C_2为点A关于点B的“伴随点”，

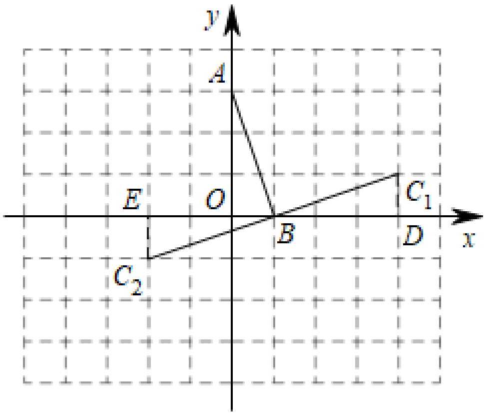


$\therefore C_1(4,1)$、$C_2(-2,-1)$，

故答案为：$(-2,-1)$，$(4,1)$．

【小问2详解】

解：如图，作$C_1D\perp x$轴、$C_2E\perp x$轴，



$\because AB\perp BC$，

$\therefore \angle ABC = \angle ABC_1 = 90°$

$\therefore \angle ABO + \angle EBC_2 = 90°$， $\angle ABO + \angle DBC_1 = 90°$，

$\because C_1D \perp x$ 轴、$C_2E \perp x$ 轴， $\angle AOB = 90°$，

$\therefore \angle ABO + \angle OAB = 90°$， $\angle C_1 + \angle DBC_1 = 90°$， $\angle C_2 + \angle EBC_2 = 90°$，

$\therefore \angle OAB = \angle C_1BD = \angle C_2BE$，

$\because$ 在 $\triangle OAB$， $\triangle DBC_1$ 中，

$$\begin{cases} \angle AOB = \angle BDC_1 \\ \angle OAB = \angle C_1BD \\ AB = BC_1 \end{cases},$$

$\therefore \triangle OAB \cong \triangle DBC_1 (\mathrm{AAS})$，

$\therefore OA = BD$， $OB = C_1D$，

$\because$ 在 $\triangle OAB$， $\triangle EBC_2$ 中，

$$\begin{cases} \angle AOB = \angle BEC_2 \\ \angle OAB = \angle C_2BE \\ AB = BC_2 \end{cases},$$

$\therefore \triangle OAB \cong \triangle EBC_2 (\mathrm{AAS})$，

$\therefore OA = BE$， $OB = C_2E$，

$\therefore OA = BD = BE = 3$，

设：$C_1(x_1, y_1)$， $B(m, 0)$

$\therefore OB = C_1D = |m|$

$\therefore x_1 = m + 3$， $y_1 = m$，

$\therefore y_1 = x_1 - 3$，即 C_1 在函数 $y = x - 3$ 的图象上，

设：$C_2(x_2, y_2)$，

$\therefore OB = C_2E = |m|$

$\therefore x_2 = m - 3$， $y_2 = -m$，

$\therefore y_2 = -x_2 - 3$，即 C_1 在函数 $y = -x - 3$ 的图象上，

$2, -1$ 在函数 $y = x - 3$ 的图象上，

$(-3, -1)$ 不在函数 $y = x - 3$ 和函数 $y = -x - 3$ 的图象上，

$(5, 2)$ 在函数 $y = x - 3$ 的图象上，

北京中考在线
微信号：BJ_zkao

故①③能成为点 A 关于点 B 的“伴随点”

故答案为：①③.

【小问 3 详解】

解：$\because A(0,3)$，$B(a,0)$

$\therefore$由（2）可知：$OA=BD=BE=3$，$OB=C_1D=C_2E=|a|$

$\therefore C_1(a+3,a)$，$C_2(a-3,-a)$，

故答案为：$(a+3,a)$，$(a-3,-a)$.

【点睛】本题考查了一次函数的解析式，全等三角形的判定和性质，学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题是解答本题的关键.

27. 【答案】（1）见解析；（2）1；（3）2*BE*=*AB*-*BC*，理由见解析

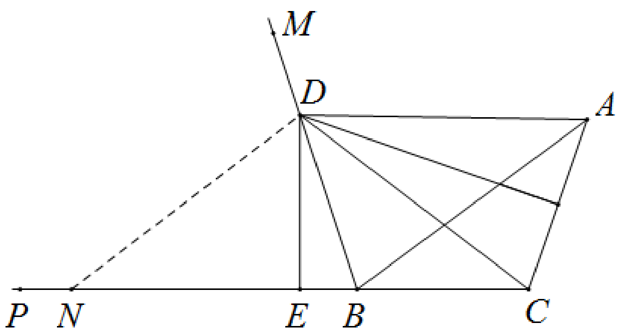
【解析】

【分析】（1）根据题意补全图形即可；

（2）在 *BP* 上取点 *N*，使得 *BN*=*BA*=5，连接 *DN*，利用 *SAS* 证明△*BDN*≌△*BDA*，得到△*DNC* 是等腰三角形，再相继求得 *NC*、*CE* 的长，即可求解；

（3）在 *BP* 上取点 *F*，使得 *BF*=*BA*，连接 *DF*，利用 *SAS* 证明△*BDF*≌△*BDA*，得到△*DFC* 是等腰三角形，再利用线段的和差，即可求解.

【详解】解：（1）补全图形如图所示：



（2）在 *BP* 上取点 *N*，使得 *BN*=*BA*=5，连接 *DN*，

$\because$*MB* 平分∠*PBA*，

$\therefore$∠*DBN*=∠*DBA*，

在△*BDN* 和△*BDA* 中，$\begin{cases} BD=BD \\ \angle DBN=\angle DBA \\ BN=BA \end{cases}$，

$\therefore$△*BDN*≌△*BDA*(*SAS*)，

$\therefore$*DN*=*DA*，

$\because$*DC*=*DA*，

$\therefore$*DN*=*DC*，即△*DNC* 是等腰三角形，

∴点 E 是 NC 的中点，

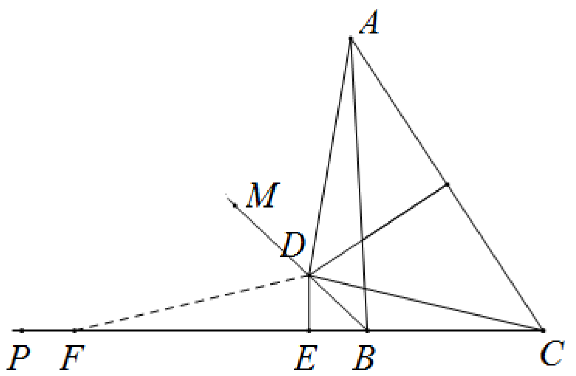
∴$NC=BN+BC=5+3=8$，则 $CE=\frac{1}{2}NC=4$，

∴$BE=CE-BC=4-3=1$；

故答案为：1；

（3）$2BE=AB-BC$．

理由是：在 BP 上取点 F，使得 $BF=BA$，连接 DF，



∵MB 平分$\angle PBA$，

∴$\angle DBF=\angle DBA$，

在△BDF 和△BDA 中，$\begin{cases} BD=BD \\ \angle DBF=\angle DBA \\ BF=BA \end{cases}$，

∴△BDF≌△$BDA(SAS)$，

∴$DF=DA$，

∵$DC=DA$，

∴$DF=DC$，即△DFC 是等腰三角形，

∴点 E 是 FC 的中点，

∴$FC=BF+BC$，则 $CE=\frac{1}{2}FC=\frac{1}{2}(BF+BC)=\frac{1}{2}(AB+BC)$，

∴$BE=CE-BC=\frac{1}{2}(AB+BC)-BC$，

∴$2BE=AB-BC$．

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质，线段垂直平分线的性质，等腰三角形的判定和性质，熟记各图形的性质并准确识图是解题的关键．