



门头沟区 2020 年初三年级综合练习（二）

数学试卷

2020.6

考生须知

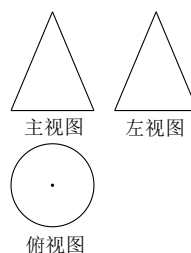
1. 本试卷共 10 页，共三道大题，28 个小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校和姓名，并将条形码粘贴在答题卡相应位置处。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其它试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 如图，是某个几何体的三视图，该几何体是

- A. 三棱锥 B. 三棱柱
C. 圆柱 D. 圆锥



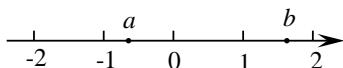
2. -3 的相反数是

- A. 3 B. -3 C. ±3 D. $\frac{1}{3}$

3. 如果代数式 $\frac{x-1}{x}$ 的值为 0，那么实数 x 满足

- A. $x=1$ B. $x \geq 1$ C. $x \neq 0$ D. $x \geq 0$

4. 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是



- A. $a > 0$ B. $b > 2$ C. $a < b$ D. $a = b$

5. 下列运算中，正确的是

- A. $x^2 + 2x^2 = 3x^4$ B. $x^2 \cdot x^3 = x^5$ C. $(x^3)^2 = x^5$ D. $(xy)^2 = x^2y$

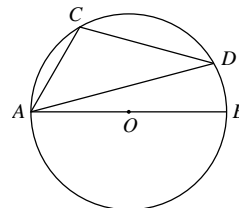
6. 如果 $x^2 - 2x + 1 = 0$ ，那么代数式 $\left(x - \frac{4}{x}\right) \div \frac{x+2}{x^2}$ 的值为

- A. 0 B. 2 C. 1 D. -1

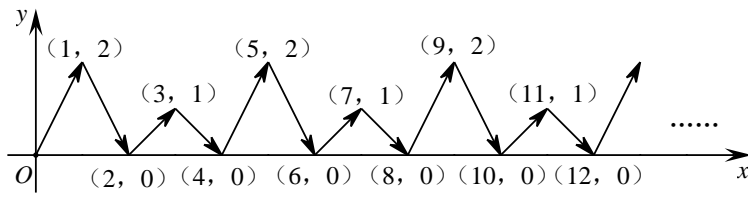
7. 如图，线段 AB 是 $\odot O$ 的直径， C, D 为 $\odot O$ 上两点，如果 $AB=4, AC=2$ ，

那么 $\angle ADC$ 的度数是

- A. 15° B. 30°
C. 45° D. 60°



8. 如图，动点 P 在平面直角坐标系 xOy 中，按图中箭头所示方向运动，第 1 次从原点运动到点 $(1, 2)$ ，第 2 次接着运动到点 $(2, 0)$ ，第 3 次接着运动到点 $(3, 1)$ ，第 4 次接着运动到点 $(4, 0)$ ，……，按这样的运动规律，经过第 27 次运动后，动点 P 的坐标是

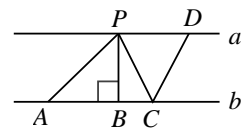


- A. $(26, 0)$ B. $(26, 1)$ C. $(27, 1)$ D. $(27, 2)$



二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

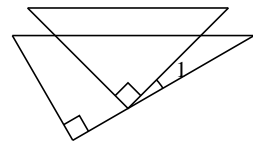
9. 如图所示， $a \parallel b$ ，表示直线 a 与 b 之间距离的是线段_____的长度.



10. 分解因式： $x^3 - xy^2 =$ _____.

11. 如果数据 a, b, c 的平均数是 4，那么数据 $a+1, b+1, c+1$ 的平均数是_____.

12. 如图，将一副直角三角板按图中所示位置摆放，保持两条斜边互相平行，那么 $\angle 1$ 的度数为_____°.



13. 方程术是《九章算术》最高的数学成就，其中“盈不足”一章中曾记载“今有大器五小器一容三斛（“斛”是古代的一种容量单位），大器一小器五容二斛，问大小器各容几何？”

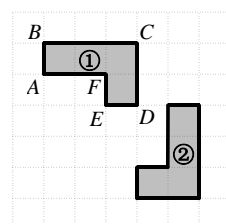


译文：有大小两种盛酒的桶，已知 5 个大桶加上 1 个小桶可以盛酒 3 斛，1 个大桶加上 5 个小桶可以盛酒 2 斛，问 1 个大桶和 1 个小桶分别可以盛酒多少斛？

设 1 个大桶可以盛酒 x 斛，1 个小桶可以盛酒 y 斛，依题意，可列二元一次方程组为_____.

14. 在同一时刻，测得身高 $1.8m$ 的小明同学的影长为 $3m$ ，同时测得一根旗杆的影长为 $20m$ ，那么这根旗杆的高度为_____ m .

15. 如图，在方格纸中，图形②可以看作是图形①经过若干次图形变化（平移、轴对称、旋转）得到的，写出一种由图形①得到图形②的变化过程：_____.





16. 某租赁公司有 A, B 型两种客车, 它们的载客量和租金标准如下:

客车类型	载客量(人/辆)	租金(元/辆)
A 型	45	400
B 型	30	280

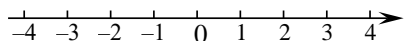
如果某学校计划组织 195 名师生到培训基地参加社会实践活动, 那么租车的总费用最低为 _____ 元.

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17~22 题每小题 5 分, 第 23~26 题每小题 6 分, 第 27~28 题每小题 7 分)

解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算: $|1-\sqrt{2}|+2\cos 45^{\circ}-\sqrt{8}+2^{-2}$.

18. 解不等式 $1+\frac{x}{2}\leq\frac{x+5}{4}$, 并把它的解集在数轴上表示出来.



19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(a+1)x+a=0$.

(1) 求证: 此方程总有两个实数根;

(2) 如果此方程有两个不相等的实数根, 写出一个满足条件的 a 的值, 并求此时方程的根.



20. 下面是小明同学设计的“过直线外一点作已知直线的平行线”的尺规作图过程.

已知: 如图 1, 直线 l 和直线 l 外一点 P .

求作: 直线 PQ , 使直线 $PQ \parallel$ 直线 l .

P .

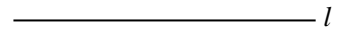


图 1

作法: 如图 2,

①在直线 l 上任取一点 A , 作射线 AP ;

②以 P 为圆心, PA 为半径作弧, 交直线 l 于点 B , 连接 PB ;

③以 P 为圆心, PB 长为半径作弧, 交射线 AP 于点 C ; 分别以 B, C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}BC$ 长为半径作弧, 在 AC 的右侧两弧交于点 Q ;

④作直线 PQ ;

所以直线 PQ 就是所求作的直线.

根据上述作图过程, 回答问题:

(1) 用直尺和圆规, 补全图 2 中的图形;

(2) 完成下面的证明:

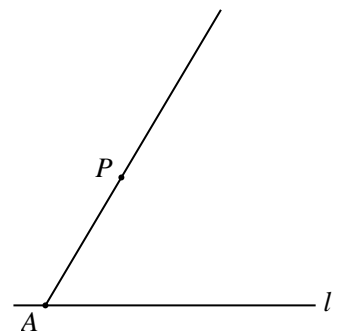


图 2

证明: 由作图可知 PQ 平分 $\angle CPB$,

$$\therefore \angle CPQ = \angle BPQ = \frac{1}{2} \angle CPB.$$

又 $\because PA = PB$,

$$\therefore \angle PAB = \angle PBA. \quad (\text{填依据 1}).$$

$$\therefore \angle CPB = \angle PAB + \angle PBA,$$

$$\therefore \angle PAB = \angle PBA = \frac{1}{2} \angle CPB.$$

$$\therefore \angle CPQ = \angle PAB.$$

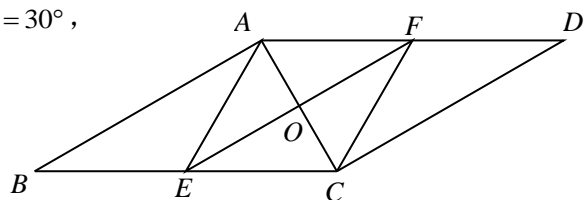
$$\therefore \text{直线 } PQ \parallel \text{直线 } l. \quad (\text{填依据 2}).$$

21. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 线段 AC 的垂直平分线交 AC 于 O , 分别交 BC, AD 于 E, F , 连接 AE, CF .

(1) 证明: 四边形 $AECF$ 是菱形;

(2) 在 (1) 的条件下, 如果 $AC \perp AB$, $\angle B = 30^\circ$,

$AE = 2$, 求四边形 $AECF$ 的面积.

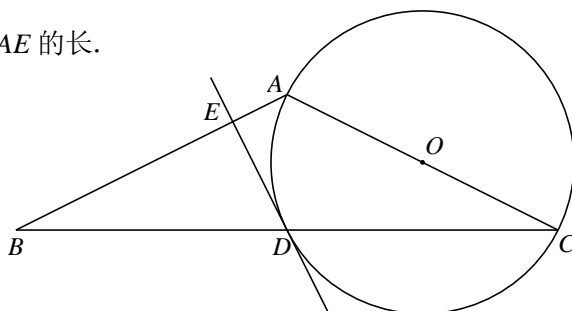




22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D , 过点 D 作 $\odot O$ 的切线 DE 交 AB 于 E .

(1) 求证: $DE \perp AB$;

(2) 如果 $\tan B = \frac{1}{2}$, $\odot O$ 的直径是 5, 求 AE 的长.



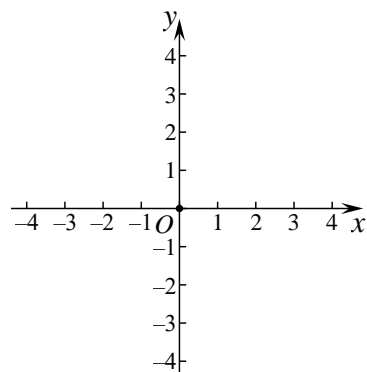
23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = mx + m$ 的图象与 x 轴交于点 A , 将点 A 向右平移 2 个单位得到点 D .

(1) 求点 D 坐标;

(2) 如果一次函数 $y = mx + m$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 B , 且点 B 的横坐标为 1.

①当 $k = 4$ 时, 求 m 的值;

②当 $AD = BD$ 时, 直接写出 m 的值.





24. 有这样一个问题：探究函数 $y = \frac{1}{x^2} + x$ 的图象与性质。

小菲根据学习函数的经验，对函数 $y = \frac{1}{x^2} + x$ 的图象与性质进行了探究。

下面是小菲的探究过程，请补充完整：

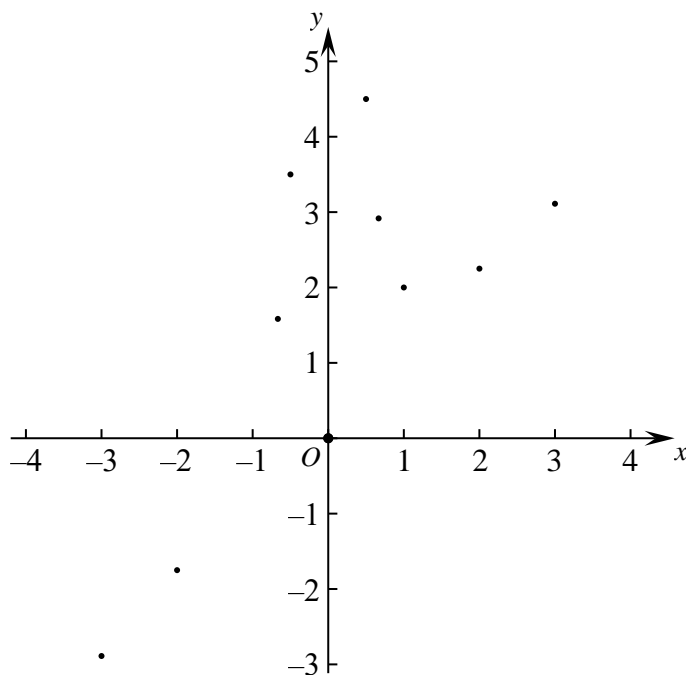
(1) 函数 $y = \frac{1}{x^2} + x$ 的自变量 x 的取值范围是_____。

(2) 下表是 y 与 x 的几组对应值。

x	...	-3	-2	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	...
y	...	$-\frac{26}{9}$	$-\frac{7}{4}$	m	$\frac{19}{12}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{35}{12}$	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{9}{4}$	$\frac{28}{9}$...

表中 m 的值为_____。

(3) 如下图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组对应值所对应的点，并画出该函数的图象；



(4) 根据画出的函数图象，写出：

① $x = 1.5$ 时，对应的函数值 y 约为_____（结果保留一位小数）；

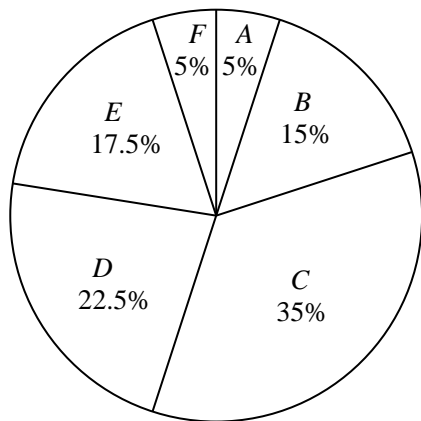
② 该函数的一条性质：_____。



25. 自从开展“创建全国文明城区”工作以来，门头沟区便掀起了“门头沟热心人”志愿服务的热潮，区教委也号召各校学生积极参与到志愿服务当中。为了解甲、乙两所学校学生一周志愿服务情况，从这两所学校中各随机抽取 40 名学生，分别对他们一周的志愿服务时长（单位：分钟）数据进行收集、整理、描述和分析。下面给出了部分信息：

a. 甲校 40 名学生一周的志愿服务时长的扇形统计图如图(数据分成 5 组： $20 \leq x < 40$,

$40 \leq x < 60$, $60 \leq x < 80$, $80 \leq x < 100$, $100 \leq x < 120$, $120 \leq x < 140$):



A: $20 \leq x < 40$

B: $40 \leq x < 60$

C: $60 \leq x < 80$

D: $80 \leq x < 100$

E: $100 \leq x < 120$

F: $120 \leq x < 140$

b. 甲校 40 名学生一周志愿服务时长在 $60 \leq x < 80$ 这一组的是：

60 60 62 63 65 68 70 72 73 75 75 76 80 80

c. 甲、乙两校各抽取的 40 名学生一周志愿服务时长的平均数、中位数、众数如下：

学校	平均数	中位数	众数
甲校	75	m	90
乙校	75	76	85

根据以上信息，回答下列问题：

(1) $m =$ _____；

(2) 根据上面的统计结果，你认为__①____所学校学生志愿服务工作做得好（填“甲”或“乙”），理由__②_____；

(3) 甲校要求学生一周志愿服务的时长不少于 60 分钟，如果甲校共有学生 800 人，请估计甲校学生中一周志愿服务时长符合要求的有_____人。



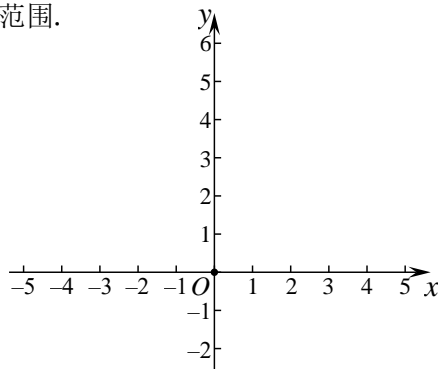
26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 - 2ax + a^2$ 的顶点为 A , 直线 $y = x + 3$ 与抛物线交于点 B, C (点 B 在点 C 的左侧).

(1) 求点 A 坐标;

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记线段 BC 及抛物线在 B, C 两点之间的部分围成的封闭区域 (不含边界) 记为 W .

① 当 $a = 0$ 时, 结合函数图象, 直接写出区域 W 内的整点个数;

② 如果区域 W 内有 2 个整点, 请求出 a 的取值范围.



27. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别是 AB, BC 上的两个动点 (不与点 A, B, C 重合), 且 $AE = CF$, 延长 BC 到 G , 使 $CG = CF$, 连接 EG, DF .

(1) 依题意将图形补全;

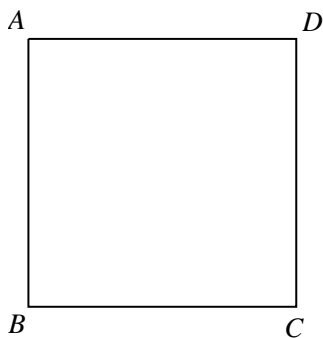
(2) 小华通过观察、实验、提出猜想: 在点 E, F 运动过程中, 始终有 $EG = \sqrt{2}DF$. 经过与同学们充分讨论, 形成了几种证明的想法:

想法一: 连接 DE, DG , 证明 $\triangle DEG$ 是等腰直角三角形;

想法二: 过点 D 作 DF 的垂线, 交 BA 的延长线于 H , 可得 $\triangle DFH$ 是等腰直角三角形, 证明 $HF = EG$;

.....

请参考以上想法, 帮助小华证明 $EG = \sqrt{2}DF$. (写出一种方法即可)

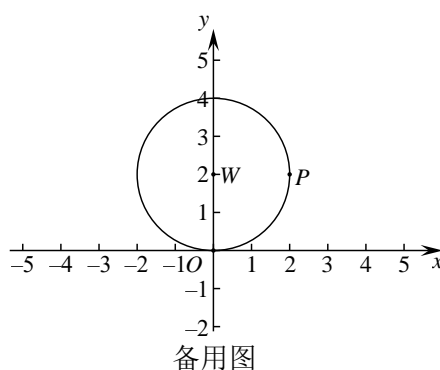
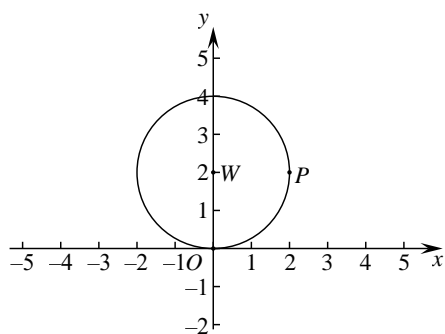


28. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，存在半径为 2，圆心为 $(0, 2)$ 的 $\odot W$ ，点 P 为 $\odot W$ 上的任意一点，线段 PO 绕点 P 逆时针旋转 90° 得到线段 PO' ，如果点 M 在线段 PO' 上，那么称点 M 为 $\odot W$ 的“限距点”。

(1) 在点 $A(4, 0)$, $B(1, 2)$, $C(0, 4)$ 中， $\odot W$ 的“限距点”为_____；

(2) 如果过点 $N(0, a)$ 且平行于 x 轴的直线 l 上始终存在 $\odot W$ 的“限距点”，画出示意图并直接写出 a 的取值范围；

(3) $\odot G$ 的圆心为 $(b, 2)$ ，半径为 1，如果 $\odot G$ 上始终存在 $\odot W$ 的“限距点”，请直接写出 b 的取值范围。





以下为草稿纸