

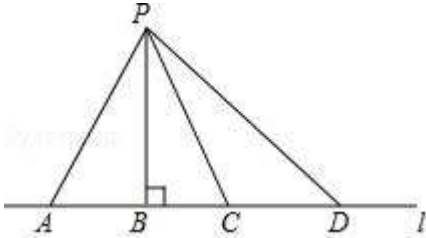


2020 北京人大附中初一（下）期末

数 学

一、本部分共 20 道选择题，每小题 2 分，共 40 分。每小题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 如图所示，点 P 到直线 l 的距离是（ ）



- A. 线段 PA 的长度 B. 线段 PB 的长度 C. 线段 PC 的长度 D. 线段 PD 的长度

2. 9 的平方根是（ ）

- A. 3 B. ± 3 C. $\sqrt{3}$ D. $\pm\sqrt{3}$

3. 下列各组图形中，能将其中一个图形经过平移变换得到另一个图形的是（ ）



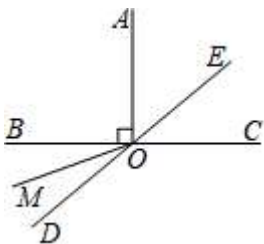
4. 不等式 $x+2 \geq 3$ 的解集在数轴上表示正确的是（ ）



5. 已知 $a > b$ ，下列不等式中，不成立的是（ ）

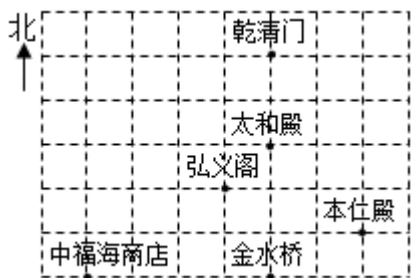
- A. $a+4 > b+4$ B. $a-3 > b-3$ C. $\frac{a}{2} > \frac{b}{2}$ D. $-2a > -2b$

6. 如图，直线 BC, DE 相交于点 O, $AO \perp BC$ 于点 O. OM 平分 $\angle BOD$ ，如果 $\angle AOE = 50^\circ$ ，那么 $\angle BOM$ 的度数是



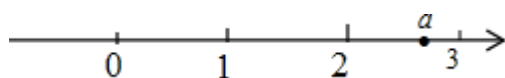
- A. 20° B. 25° C. 40° D. 50°

7. 如图是利用平面直角坐标系画出的天安门附近的部分建筑分布图，若这个坐标系分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴的正方向，表示弘义阁的点的坐标为 $(-1, -1)$ ，表示本仁殿的点的坐标为 $(2, -2)$ ，则表示中福海商店的点的坐标是 ()



- A. $(-4, -3)$ B. $(-2, -1)$ C. $(-3, -4)$ D. $(-1, -2)$

8. 实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示，则实数 a 可能是 ()



- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{10}$

9. 若 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ ，是关于 x 和 y 的二元一次方程 $mx+ny=3$ 的解，则 $2m-4n$ 的值等于 ()

- A. 3 B. 6 C. -1 D. -2

10. 若点 $P(4-m, m-3)$ 在第二象限，则 m 的取值范围是 ()

- A. $m < 3$ B. $m > 4$ C. $3 < m < 4$ D. $3 \leq m \leq 4$

11. 小聪、小明和小伶三位同学在同一所学校上学，该学校共有初一至高三 6 个年级，每个年级有 6 个班，每个班的人数在 35~40 之间。为了了解疫情期间所在学校学生的体育锻炼情况，他们各自设计了如下的调查方案：

小聪：我准备给全校每个班都发一份问卷，由体育委员代表班级填写完成。

小明：我准备把问卷发送到随机抽取的某个班的家长微信群里，通过网络提交完成。

小伶：我准备给每个班随机抽取 3 名同学各发一份问卷，填写完成。

则小聪、小明和小伶三人中，能较好地获得该校学生的体育锻炼情况的方案是 ()

- A. 小聪 B. 小明 C. 小伶 D. 小明和小伶

12. 光线在不同介质中的传播速度不同，因此当光线从水中射向空气时，要发生折射。由于折射率相同，所以在水中平行的光线，在空气中也是平行的。如图，当 $\angle 1=45^\circ$ ， $\angle 2=122^\circ$ 时， $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 的度数分别是 ()



- A. $58^\circ, 122^\circ$ B. $45^\circ, 68^\circ$ C. $45^\circ, 58^\circ$ D. $45^\circ, 45^\circ$

13. 下列命题中不正确的是 ()



- A. 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行
- B. 如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行
- C. 如果两条直线都与第三条直线垂直，那么这两条直线也互相垂直
- D. 在同一平面内，如果一条直线垂直于两条平行线中的一条，那么它也垂直于另一条

14. 如果不等式组 $\begin{cases} x < 2 \\ x > m \end{cases}$ 有解，则 m 的取值范围是 () .

- A. $m > 2$
- B. $m \geq 2$
- C. $m < 2$
- D. $m \leq 2$

15. 制作某产品有两种用料方案，方案1用4块A型钢板，8块B型钢板；方案2用3块A型钢板，9块B型钢板。A型钢板的面积比B型钢板大，从省料的角度考虑，应选 ()

- A. 方案1
- B. 方案2
- C. 方案1和方案2均可
- D. 不确定

16. 由方程组 $\begin{cases} 2x - 2y = m + 3 \\ x + 2y = 2m + 4 \end{cases}$ 可得 x 与 y 关系式是 ()

- A. $3x = 7 + 3m$
- B. $5x - 2y = 10$
- C. $-3x + 6y = 2$
- D. $3x - 6y = 2$

17. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-2, 0)$ ，点 $B(0, 3)$ ，点 C 在坐标轴上，若三角形 ABC 面积为6，则符合题意的点 C 有 ()

- A. 1个
- B. 2个
- C. 3个
- D. 4个

18. 已知 x 和 y 的方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$ ，则 x 和 y 的方程组 $\begin{cases} 3a_1x + 4b_1y = 5c_1 \\ 3a_2x + 4b_2y = 5c_2 \end{cases}$ 的解是 ()

- A. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$
- D. $\begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \end{cases}$

19. 网上一家电子产品店，今年1-4月的电子产品销售总额如图1，其中一款平板电脑的销售额占当月电子产品销售总额的百分比如图2

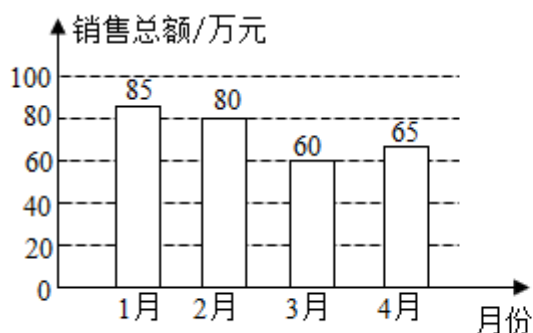


图1

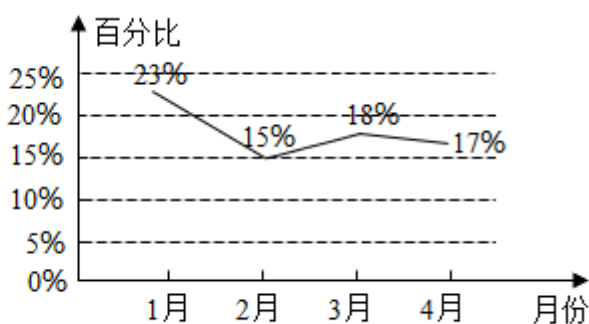


图2

根据图中信息，有以下四个结论，推断不合理的是 ()

- A. 从1月到4月，电子产品销售总额为290万元
- B. 平板电脑2-4月的销售额占当月电子产品销售总额的百分比与1月份相比都下降了
- C. 平板电脑4月份的销售额比3月份有所下降
- D. 今年1-4月中，平板电脑售额最低的是3月

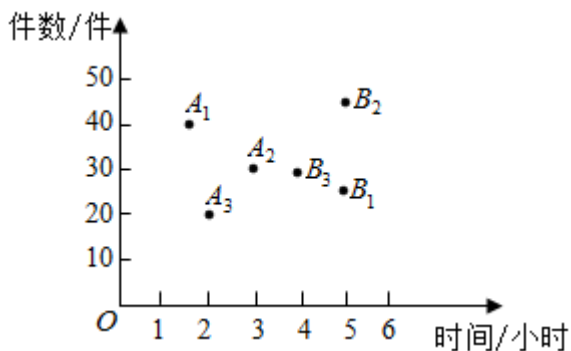


20. 三名快递员某天的工作情况如图所示，其中点 A_1, A_2, A_3 的横、纵坐标分别表示甲、乙、丙三名快递员上午派送快递所用的时间和件数；点 B_1, B_2, B_3 的横、纵坐标分别表示甲、乙、丙三名快递员下午派送快递所用的时间和件数.

有如下四个结论：

- ①上午派送快递所用时间最短的是甲；
- ②下午派送快递件数最多的是丙；
- ③在这一天中派送所用时间最长的是乙；
- ④在这一天中派送快递总件数最多的是乙.

上述结论中，所有正确结论的序号是（ ）



- A. ①④
- B. ①③④
- C. ②③
- D. ①②③④

二、主观题（共60分）本部分共五道答题，共60分，其中包括卷面分5分。解答题请写出文字说明、演算步骤或证明过程。算一算（每小题6分，共18分）

21. 计算： $\sqrt{36} + \sqrt[3]{-8} + \sqrt{2} (\sqrt{2} + 2) + |\sqrt{2} - 1|$.

22. 解方程组：
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

23. 解不等式组
$$\begin{cases} 4x - 2(x - 1) < 4 \\ \frac{x - 1}{2} \leq \frac{1 + 2x}{3} \end{cases}$$
，并求出它的整数解.

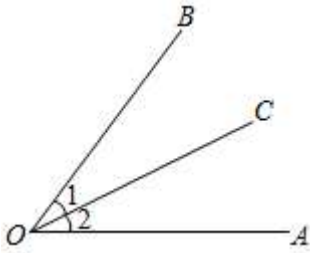
24. 阅读下面材料：

判断一个命题是假命题，只要举出一个例子（反例），它符合命题的题设，但不满足结论就可以了。

例如要判断命题“相等的角是对顶角”是假命题，可以举出如下反例：

如图，OC 是 $\angle AOB$ 的平分线， $\angle 1 = \angle 2$ ，但它们不是对顶角。

请你举出一个反例说明命题“如果两个角 两边分别平行，那么这两个角相等”是假命题。（要求：画出相应的图形，并用文字语言或符号语言表述所举反例）



三. 解决实际问题（第 1 小题 9 分，第 2 小题 8 分，共 17 分）

25. 居家学习期间，小明坚持每天做运动。已知某两组运动都由波比跳和深蹲组成，每个波比跳耗时 5 秒，每个深蹲也耗时 5 秒。运动软件显示，完成第一组运动，小明花了 5 分钟，其中做了 20 个波比跳，共消耗热量 132 大卡；完成第二组运动，小明花了 7 分钟 30 秒，其中也做了 20 个波比跳，共消耗热量 156 大卡。每个动作之间的衔接时间忽略不计。

- (1) 小明在第一组运动中，做了_____个深蹲；小明在第二组运动中，做了_____个深蹲。
- (2) 每个波比跳和每个深蹲各消耗热量多少大卡？
- (3) 若小明想只做波比跳和深蹲两个动作，花 10 分钟，消耗至少 200 大卡，小明至少要做多少个波比跳？

26. 新修订的《北京市生活垃圾管理条例》于 2020 年 5 月 1 日正式施行。新修订的分类标准将生活垃圾分为厨余垃圾、有害垃圾、其他垃圾和可回收物四类，为了促使居民更好地了解垃圾分类知识，小明所在的小区随机抽取了 50 名居民进行线上垃圾分类知识测试。将参加测试的居民的的成绩进行收集、整理，绘制成如图的频数分布表和频数分布直方图：

a. 线上垃圾分类知识测试频数分布表

成绩分组	$50 \leq x < 60$	$60 \leq x < 70$	$70 \leq x < 80$	$80 \leq x < 90$	$90 \leq x < 100$
频数	3	9	m	12	8

b. 线上垃圾分类知识测试频数分布直方图

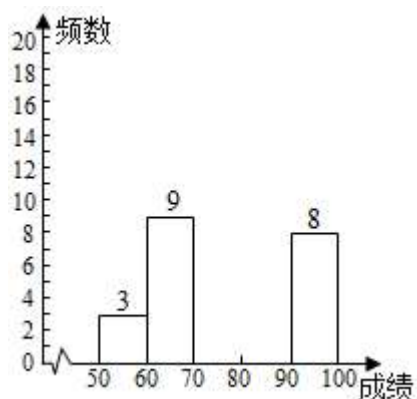
c. 成绩在 $80 \leq x < 90$ 这一组的成绩为

80, 81, 82, 83, 83, 85, 86, 86, 87, 88, 88, 89

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 本次抽样调查样本容量为_____，表中 m 的值为_____；
- (2) 请补全频数分布直方图；
- (3) 小明居住的社区大约有居民 2000 人，若达到测试成绩 80 分为良好，那么估计小明所在的社区良好的人数约为_____人；

(4) 若达到测试成绩前五名的可以颁发“垃圾分类知识小达人”奖章，已知居民 A 的得分为 88 分，请问居民 A 是否可以领到“垃圾分类知识小达人”奖章？



四. 解决几何问题 (本题 8 分)

27. 已知：如图， $\angle AOB = \alpha$ ，OC 平分 $\angle AOB$ ，D 是边 OA 上一点，将射线 OB 沿 OD 平移至射线 DE，交 OC 于点 F，E 在 F 右侧。M 是射线 DA 上一点 (与 D 不重合)，N 是线段 DF 上一点 (与 D, F 不重合)，连接 MN， $\angle OMN = \beta$ 。

(1) 请在图 1 中根据题意补全图形；

(2) 求 $\angle MNE$ 的度数 (用含 α, β 的式子表示)；

(3) 点 G 在线段 OF 上 (与 O, F 不重合)，连接 GN 并延长交 OA 于点 T，且满足 $2\angle NGO + \angle OMN = 180^\circ$ ，画出符合题意的图形，并探究 $\angle ENM$ 与 $\angle ENG$ 的数量关系。

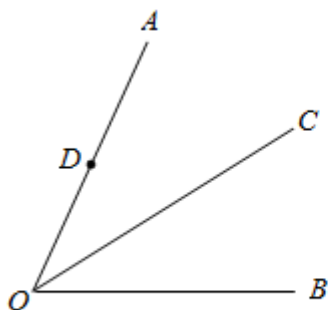
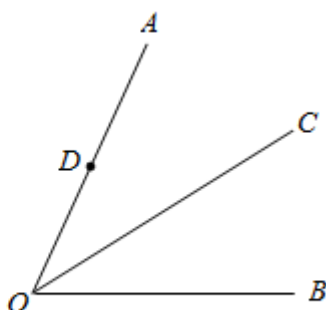


图 1



备用图

五. 探究新问题 (本题 8 分)

28. 小聪和小明在学习了平面直角坐标系后，感受到平面直角坐标系对研究数学问题的价值，产生了强烈的兴趣。于是尝试着定义了平面直角坐标系 xOy 中任意两点 $P_1(x_1, y_1)$ 与 $P_2(x_2, y_2)$ 的一种新的距离：

小聪定义了 P_1, P_2 “分解距离”，如下：

在平面直角坐标系 xOy 中，对于任意两点 $P_1(x_1, y_1)$ 与 $P_2(x_2, y_2)$ 。

若 $|x_1 - x_2| \geq |y_1 - y_2|$ ，则 $|x_1 - x_2|$ 为点 P_1 与点 P_2 的“分解距离”，即 $d_{\text{分解}}(P, Q) = |x_1 - x_2|$ ；

若 $|x_1 - x_2| < |y_1 - y_2|$ ，则 $|y_1 - y_2|$ 为点 P_1 与点 P_2 的“分解距离”，即 $d_{\text{分解}}(P, Q) = |y_1 - y_2|$ 。

小明定义了 P_1, P_2 “和距离”，如下：

在平面直角坐标系 xOy 中，对于任意两点 $P_1(x_1, y_1)$ 与 $P_2(x_2, y_2)$.

点 P_1, P_2 的“和距离”为 $|x_1-x_2|$ 与 $|y_1-y_2|$ 的和，即 d 和 $(P, Q) = |x_1-x_2| + |y_1-y_2|$.

根据以上材料，解决下列问题：



在平面直角坐标系 xOy 中，

(1) 已知点 $A(2, 1)$ ，则 d 分解 $(A, O) = \underline{\hspace{2cm}}$ ； d 和 $(A, O) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 若点 $B(x, 4-x)$ 在第一象限，且点 d 分解 $(B, O) = 3$ ，求点 B 的坐标；

(3) ①若点 $C(x, y)$ ($x \geq 0, y \geq 0$)，且点 d 和 $(C, O) = 3$ ，写出符合题意的三个点 C 的坐标，并在图 1 中描出相应的点，并观察图形，判断这些点是否在同一条直线上.

②若点 E, F 满足 d 分解 $(E, O) = d$ 和 $(F, O) = 3$ ，请分别画出并描述所有符合条件的点 E 围成的图形和点 F 围成的图形，并直接写出两个图形重合部分的面积.

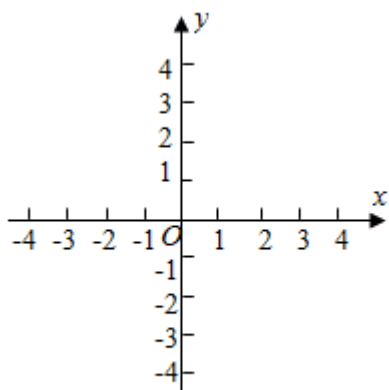


图 1

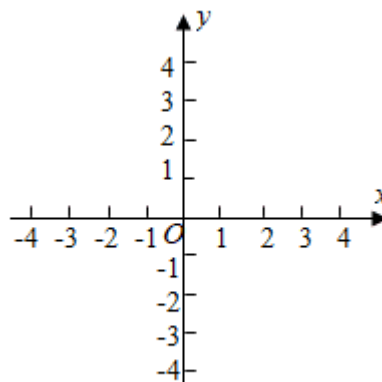


图 2



参考答案

一、本部分共 20 道选择题，每小题 2 分，共 40 分。每小题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 【答案】B

【解析】

【详解】由点到直线的距离定义，即垂线段的长度可得结果，点 P 到直线 l 的距离是线段 PB 的长度，故选 B.

2. 【答案】B

【解析】

【分析】根据平方根的定义，即可解答.

【详解】解： $\because (\pm 3)^2 = 9$,

\therefore 实数 9 的平方根是 ± 3 ,

故选：B.

【点睛】本题考查了平方根，解决本题的关键是熟记平方根的定义.

3. 【答案】A

【解析】

【分析】根据平移的性质，再结合图形逐项排查即可解答.

【详解】解：在选项中的各组图形中，只有选项 A 中的图形是一个图形经过平移能得到另一个图形.

故答案为 A.

【点睛】本题主要考查了平移的性质，掌握平移只改变图形的位置、不改变图形的大小且平移前后对应边平行是解答本题的关键.

4. 【答案】C

【解析】

【分析】根据解一元一次不等式基本步骤：移项、合并同类项可得.

【详解】解： $\because x + 2 \geq 3$,

$\therefore x \geq 3 - 2$,

$\therefore x \geq 1$,

故选：C.

【点睛】本题主要考查了解一元一次不等式的基本能力，严格遵循解不等式的基本步骤是关键，尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变。

5. 【答案】D

【解析】

【分析】根据不等式的性质逐个判断即可。



【详解】解：A. 不等式 $a > b$ 两边都加上 4，不等号的方向不变，即 $a+4 > b+4$ ，原变形成立，故此选项不符合题意；

B. 不等式 $a > b$ 两边都减去 3，不等号的方向不变，即 $a-3 > b-3$ ，原变形成立，故此选项不符合题意；

C. 不等式 $a > b$ 两边都除以 2，不等号的方向不变，即 $\frac{a}{2} > \frac{b}{2}$ ，原变形成立，故此选项不符合题意；

D. 不等式 $a > b$ 两边都乘以 -2 ，不等号的方程改变，即 $-2a < -2b$ ，原变形不成立，故此选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了不等式的性质，能熟记不等式的性质的内容是解此题的关键，注意：①不等式的性质 1：不等式的两边都加（或减）同一个数或式子，不等号的方向不变；②不等式的性质 2：不等式的两边都乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变；③不等式的性质 3：不等式的两边都乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变。

6. 【答案】A

【解析】

【分析】首先根据 $AO \perp BC$ 可得 $\angle AOC = 90^\circ$ ，然后根据 $\angle COE = 90^\circ - \angle AOE$ 求出 $\angle COE$ 的度数，由对顶角相等可得 $\angle BOD = \angle COE$ ，再根据角的平分线的定义求得 $\angle BOM$ 即可。

【详解】 $\because AO \perp BC$,

$$\therefore \angle AOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle COE = 90^\circ - \angle AOE = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle COE = 40^\circ.$$

$\because OM$ 平分 $\angle BOD$,

$$\therefore \angle BOM = \frac{1}{2} \angle BOD = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ.$$

故选 A.

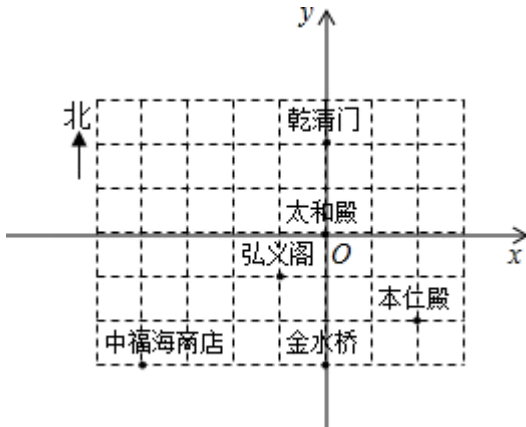
【点睛】本题考查了垂直的定义、角平分线的定义以及对顶角的性质，正确求得 $\angle BOD$ 的度数是关键。

7. 【答案】A

【解析】

【分析】根据弘义阁的点的坐标和本仁殿的点的坐标，建立平面直角坐标，进而得出中福海商店的点的坐标.

【详解】解：根据题意可建立如下坐标系：



由坐标系可知，表示中福海商店的点的坐标是 $(-4, -3)$ ，

故选：A.

【点睛】本题主要考查了坐标确定位置，正确建立平面直角坐标系是解题关键.

8. 【答案】C

【解析】

【分析】根据 a 在数轴上位置可知，它在 2 和 3 之间.

【详解】 $\because 1.7 < \sqrt{3} < 2, \therefore 2\sqrt{3} > 3$ ，故选项 A、B 均不符合题意；

$\because 1.4 < \sqrt{2} < 1.5, \therefore 2 < 2\sqrt{2} < 3$ ，故本选项符合题意；

$\because \sqrt{10} > 3$ ，故本选项不合题意.

故选：C.

【点睛】本题主要考查了无理数的估算，熟知二次根式的性质的解答本题的关键.

9. 【答案】B

【解析】

【分析】把解代入方程，整体代入进行求解即可.

【详解】解：将 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 代入方程 $mx+ny=3$ 得： $m-2n=3$ ，

$\therefore 2m-4n=2(m-2n)=2 \times 3=6$.

故选：B.

【点睛】本题主要考查了二元一次方程的根，代数式求值，准确计算是解题的关键.

10. 【答案】B

【解析】

【分析】先根据第二象限内点的坐标符号特点列出关于 m 的不等式组，再解不等式组可得答案.

【详解】解：∵点 $P(4 - m, m - 3)$ 在第二象限，

$$\therefore \begin{cases} 4 - m < 0 \\ m - 3 > 0 \end{cases},$$

解得 $m > 4$,

故选：B.



【点睛】本题考查了解一元一次不等式组，要求学生能根据各个象限点的坐标特点，列出关于 m 的不等式组，进而求解.

11. **【答案】** C

【解析】

【分析】由普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似.

【详解】解：小伶的调查方案能较好地获得该疫情期间所在学校学生的体育锻炼情况.

小聪的调查方案的不足之处：抽样调查所抽取的学生数量太少；

小明的调查方案的不足之处：抽样调查所抽取的样本的代表性不够好.

故选：C.

【点睛】本题主要考查了抽样调查的可靠性，正确理解抽样调查的随机性是解题关键.

12. **【答案】** C

【解析】

【分析】先根据 $EG \parallel FH$ 得出 $\angle 3$ 的度数，再由 $AB \parallel CD$ 得出 $\angle ECD$ 的度数，根据 $CE \parallel DF$ 即可得出结论.

【详解】解：∵ $EG \parallel FH$ ， $\angle 1 = 45^\circ$ ，

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 45^\circ.$$

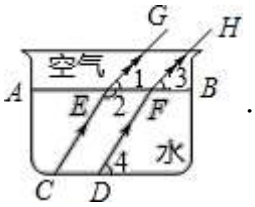
∵ $AB \parallel CD$ ， $\angle 2 = 122^\circ$ ，

$$\therefore \angle ECD = 180^\circ - 122^\circ = 58^\circ.$$

∵ $CE \parallel DF$ ，

$$\therefore \angle 4 = \angle ECD = 58^\circ.$$

故选：C.



【点睛】本题考查了平行线的性质，用到的知识点为：两直线平行，同位角相等；两直线平行，同旁内角互补。

13. 【答案】C

【解析】

【分析】根据平行线的判定和垂直的判定进行解答即可。

【详解】解：A、过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行，是真命题；

B、如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行，是真命题；

C、如果两条直线都与第三条直线垂直，那么这两条直线平行，原命题是假命题；

D、在同一平面内，如果一条直线垂直于两条平行线中的一条，那么它也垂直于另一条，是真命题；

故选：C。

【点睛】本题考查了命题与定理：命题的“真”“假”是就命题的内容而言。任何一个命题非真即假。要说明一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只需举出一个反例即可。

14. 【答案】C

【解析】

【详解】不等式有解， $m < 2$ 。

故选 C。

15. 【答案】B

【解析】

【分析】两种方案都是 12 张钢板，利用 A 型钢板的面积比 B 型钢板大这一条件即可求得结果。

【详解】解：设 A 型钢板的面积为 x ，B 型钢板的面积为 y ，其中 $x > y$ ，

方案 1 的面积为： $4x + 8y$ ；

方案 2 的面积为： $3x + 9y$ ；

$$\therefore (4x + 8y) - (3x + 9y)$$

$$= 4x + 8y - 3x - 9y$$

$$= x - y > 0,$$

$$\therefore 4x + 8y > 3x + 9y,$$

\therefore 从省料的角度考虑，应选方案 2，

故选：B.

【点睛】本题考查了方案问题，熟练掌握实数大小的比较是解题的关键.

16. 【答案】D

【解析】

【分析】方程组消去 m 即可得到 x 与 y 的关系式.

【详解】解：
$$\begin{cases} 2x - 2y = m + 3 \text{①} \\ x + 2y = 2m + 4 \text{②} \end{cases},$$

① \times 2 - ②得： $3x - 6y = 2$,

故选：D.

【点睛】此题考查了解二元一次方程组，利用了消元思想，本题用的是加减消元法.

17. 【答案】D

【解析】

【分析】分类讨论：当 C 点在 y 轴上，设 $C(0, t)$ ，根据三角形面积公式得到 $\frac{1}{2}|t - 3| \cdot 2 = 6$ ，当 C 点在 x 轴上，设 $C(m, 0)$ ，根据三角形面积公式得到 $\frac{1}{2}|m + 2| \cdot 3 = 6$ ，然后分别解绝对值方程求出 t 和 m 即可得到 C 点坐标.

【详解】解：分两种情况：

①当 C 点在 y 轴上，设 $C(0, t)$ ，

\because 三角形 ABC 的面积为 6，

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot |t - 3| \cdot 2 = 6,$$

解得 $t = 9$ 或 -3 .

$\therefore C$ 点坐标为 $(0, -3)$ ， $(0, 9)$ ，

②当 C 点在 x 轴上，设 $C(m, 0)$ ，

\because 三角形 ABC 的面积为 6，

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot |m + 2| \cdot 3 = 6,$$

解得 $m = 2$ 或 -6 .

$\therefore C$ 点坐标为 $(2, 0)$ ， $(-6, 0)$ ，

综上所述， C 点有 4 个，

故选：D.



【点睛】此题重点考查学生对平面直角坐标系上的点的应用，掌握平面直角坐标系的点的性质是解题的关键.

18. 【答案】D

【解析】

【分析】将方程组变形，结合题意得出 $\begin{cases} \frac{3}{5}x = 3 \\ \frac{4}{5}y = 4 \end{cases}$ ，即可求出 x, y 的值.



【详解】解：方程组 $\begin{cases} 3a_1x + 4b_1y = 5c_1 \\ 3a_2x + 4b_2y = 5c_2 \end{cases}$ 变形为 $\begin{cases} \frac{3}{5}a_1x + \frac{4}{5}b_1y = c_1 \\ \frac{3}{5}a_2x + \frac{4}{5}b_2y = c_2 \end{cases}$ ，

$\therefore x$ 和 y 的方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$ ，

$$\therefore \begin{cases} \frac{3}{5}x = 3 \\ \frac{4}{5}y = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \end{cases}.$$

故选：D.

【点睛】本题考查了二元一次方程组的解，方程组的解即为能使方程组中两方程成立的未知数的值. 弄清题意是解本题的关键.

19. 【答案】C

【解析】

【分析】根据统计图中的数据，可以判断各个选项中的说法是否合理，从而可以解答本题.

【详解】解：由图 1 可得，

从 1 月到 4 月，电子产品销售总额为 $85+80+60+65=290$ （万元），故选项 A 中的说法合理；

由图 2 可得，平板电脑 2 - 4 月的销售额占当月电子产品销售总额的百分比与 1 月份相比都下降了，故选项 B 中的说法合理；

由图 1 可知，平板电脑 4 月份的销售额为 $65 \times 17\% = 11.05$ （万元），3 月份的销售额为 $60 \times 18\% = 10.8$ （万元），故平板电脑 4 月份的销售额比 3 月份有所上升，故选项 C 中的说法不合理；

平板电脑 1 月份销售额为 $85 \times 23\% = 19.55$ （万元），2 月份销售额为 $80 \times 15\% = 12$ （万元），3 月份的销售额为 $60 \times 18\% = 10.8$ （万元），4 月份的销售额为 $65 \times 17\% = 11.05$ （万元），故今年 1 - 4 月中，平板电脑售额最低的是 3 月，故选项 D 中的说法合理；

故选：C.

【点睛】本题考查了条形统计图、折线统计图，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

20. 【答案】B

【解析】

【分析】根据图象给出的点的坐标进行解答即可.

【详解】解：从图可知以下信息：

上午送时间最短的是甲，①正确；

下午送件最多的是乙，②不正确；

在这一天中派送所用时间最长的是乙，③正确；

在这一天中派送快递总件数最多的是乙，④正确.

∴正确结论的序号是①③④.

故选：B.

【点睛】本题考查了函数的图象；能够从图中获取信息，针对性的统计是求解的关键.



二、主观题（共 60 分）本部分共五道答题，共 60 分，其中包括卷面分 5 分. 解答题请写出文字说明、演算步骤或证明过程. 算一算（每小题 6 分，共 18 分）

21. 【答案】 $5+3\sqrt{2}$.

【解析】

【分析】直接利用绝对值以及立方根的性质和二次根式的性质分别化简得出答案.

【详解】解：原式 $=6-2+2+2\sqrt{2}+\sqrt{2}-1$

$=5+3\sqrt{2}$.

【点睛】此题重点考查学生对二次根式和立方根的计算能力，熟练掌握根式的计算方法是解题的关键.

22. 【答案】 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

【解析】

【分析】方程利用加减消元法求出解即可.

【详解】解： $\begin{cases} 2x+y=4 \text{ ①} \\ x-2y=-3 \text{ ②} \end{cases}$,

① $\times 2$ +②得： $5x=5$,

解得： $x=1$,

把 $x=1$ 代入①得： $y=2$,

则方程组的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$.

【点睛】本题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

23. 【答案】 $-5 \leq x < 1$ ，整数解为 $-5, -4, -3, -2, -1, 0$

【解析】

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集，从而得出其整数解.

【详解】解：解不等式 $4x - 2(x - 1) < 4$ ，得： $x < 1$ ，

解不等式 $\frac{x-1}{2} \leq \frac{1+2x}{3}$ ，得： $x \geq -5$ ，

则不等式组的解集为 $-5 \leq x < 1$ ，

\therefore 不等式组的整数解为 $-5, -4, -3, -2, -1, 0$.

【点睛】本题考查了解一元一次不等式组及不等式组的整数解，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

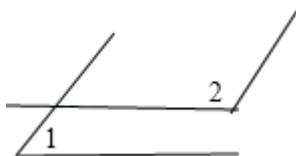


24. 【答案】 详见解析

【解析】

【分析】举反例时，画出两个互补且不是同旁内角的角即可.

【详解】解：如图，



$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ;$$

如果两个角的两边分别平行，那么这两个角相等或互补.

【点睛】本题主要考查了命题与定理，解决问题的关键是掌握举反例的方法. 说明一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只需举出一个反例即可.

三. 解决实际问题 (第 1 小题 9 分，第 2 小题 8 分，共 17 分)

25. 【答案】 (1) 40; 70; (2) 每个波比跳消耗热量 5 大卡，每个深蹲消耗热量 0.8 大卡; (3) 25 个

【解析】

【分析】(1) 根据做深蹲的数量 = (每组运动的时间 - 做波比跳需要的时间) \div 5，即可求出结论;

(2) 设每个波比跳消耗热量 x 大卡，每个深蹲消耗热量 y 大卡，根据“完成第一组运动，共消耗热量 132 大卡; 完成第二组运动，共消耗热量 156 大卡”，即可得出关于 x, y 的二元一次方程组，解之即可得出结论;

(3) 设小明要做 m 个波比跳, 则要做 $(120 - m)$ 个深蹲, 根据至少要消耗 200 大卡热量, 即可得出关于 m 的一元一次不等式, 解之取其中的最小整数值即可得出结论.

【详解】解: (1) $(60 \times 5 - 5 \times 20) \div 5 = 40$ (个),

$(60 \times 7 + 30 - 5 \times 20) \div 5 = 70$ (个).

故答案为: 40; 70.

(2) 设每个波比跳消耗热量 x 大卡, 每个深蹲消耗热量 y 大卡,

依题意, 得:

$$\begin{cases} 20x + 40y = 132 \\ 20x + 70y = 156 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 5 \\ y = 0.8 \end{cases}.$$

答: 每个波比跳消耗热量 5 大卡, 每个深蹲消耗热量 0.8 大卡.

(3) 设小明要做 m 个波比跳, 则要做 $\frac{60 \times 10 - 5m}{5} = (120 - m)$ 个深蹲,

依题意, 得: $5m + 0.8(120 - m) \geq 200$,

$$\text{解得: } m \geq 24 \frac{16}{21}.$$

又 $\because m$ 为正整数,

$\therefore m$ 可取的最小值为 25.

答: 小明至少要做 25 个波比跳.

【点睛】 本题考查了二元一次方程组, 不等式及其整数解, 熟练构造方程组和不等式是解题的关键.

26. **【答案】** (1) 50; 18; (2) 见解析; (3) 800; (4) 可以领到

【解析】

【分析】 (1) 根据题意, 可以得到样本容量, 然后即可计算出 m 的值;

(2) 根据频数分布表中的数据 and m 的值, 可以将频数分布表补充完整;

(3) 根据题目中的数据, 可以得到样本中良好的人数百分比为 $\frac{12+8}{50}$, 进一步即可估计出小明所在的社区良好的人数;

(4) 根据题目中的数据, 可以得到 88 分是第多少名, 从而可以得到居民 A 是否可以领到“垃圾分类知识小达人”奖章.

【详解】解: (1) 由题意可得, 随机抽取了 50 名居民进行线上垃圾分类知识测试. 本次抽样调查样本容量为 50,



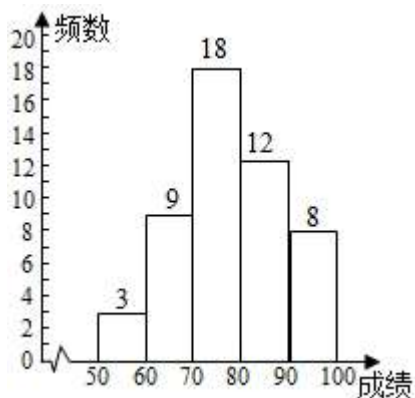
表中 m 的值为： $m=50-3-9-12-8=18$ ，

故答案为：50，18；

(2) 由 (1) 值 m 的值为 18，

由频数分布表可知 $80 \leq x < 90$ 这一组的频数为 12，

补全的频数分布直方图如图所示；



(3) 随机抽取了 50 名居民进行线上垃圾分类知识测试。达到测试成绩 80 分为良好，良好的人数有： $12+8=20$ (人)

良好的百分比为： $\frac{20}{50} \times 100\% = 40\%$

$2000 \times 40\% = 800$ (人)，

即小明所在的社区良好的人数约为 800 人，

故答案为：800；

(4) 由题意可得，

88 分是第 10 名或者第 11 名，

故居民 A 可以领到“垃圾分类知识小达人”奖章。

【点睛】 本题考查样本和样本容量，频率直方分布图，用样本估计总体，掌握样本和样本容量，频率直方分布图，用样本估计总体等知识是解题的关键。

四. 解决几何问题 (本题 8 分)

27. **【答案】** (1) 见解析； (2) $\angle MNE = \beta + \alpha$ ， (3) 见解析， $\angle ENM = 180^\circ - 2\angle ENG$

【解析】

【分析】 (1) 根据要求画出图形即可；

(2) 利用三角形的外角的性质以及平行线的性质解决问题即可；

(3) 结论： $\angle ENM = 180^\circ - 2\angle ENG$ 。利用三角形的外角的性质解决问题即可。

【详解】 解：(1) 图形如图所示。

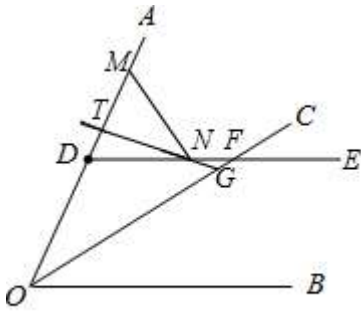


图 1



(2) $\because DE \parallel OB$,

$\therefore \angle MDN = \angle AOB$,

$\therefore \angle MNE = \angle OMN + \angle MDN = \beta + \alpha$.

(3) 结论: $\angle ENM = 180^\circ - 2\angle ENG$.

理由: 如图, 设 $\angle NGO = \gamma$.

$\because 2\angle NGO + \angle OMN = 180^\circ$,

$\therefore 2\gamma + \beta = 180^\circ$, 即 $\beta = 180^\circ - 2\gamma$,

$\therefore \angle ENM = \alpha + \beta = \alpha + 180^\circ - 2\gamma = 180^\circ + \alpha - 2\gamma$,

$\because \angle ENG = \angle DNT = \angle MTN - \angle ADF$

$= \angle AOC + \angle NGO - \angle ADF$

$$= \frac{1}{2}\alpha + \gamma - \alpha$$

$$= \gamma - \frac{1}{2}\alpha,$$

即 $2\gamma = 2\angle ENG + \alpha$,

$\therefore \angle ENM = 180^\circ + \alpha - (2\angle ENG + \alpha) = 180^\circ - 2\angle ENG$.

【点睛】 本题考查了平移变换, 平行线的性质, 三角形的外角的性质等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

五. 探究新问题 (本题 8 分)

28. **【答案】** (1) 2; 3; (2) B (3, 1) 或 (1, 3); (3) ① $C_1 (1, 2)$, $C_2 (2, 1)$, $C_3 (3, 0)$; 见解析; 点 C_1, C_2, C_3 在直线 $y = -x + 3$ ($0 \leq x \leq 3$) 上; ② 见解析, 重合部分面积为 18

【解析】

【分析】 (1) 先求出 $|x_A - x_O| = |2 - 0| = 2$, $|y_A - y_O| = |1 - 0| = 1$, 即可得出结论;

(2) 先判断出 $0 < x < 4$, 再用 d 分解 $(B, O) = 3$, 建立方程求解, 即可得出结论;

(3) ① 先求出 $|x_C - x_O| = |x - 0| = x$, $|y_C - y_O| = |y - 0| = y$, 进而用 d 和 $(C, O) = 3$, 得出 $x + y = 3$, 即可得出结论;

②同①的方法得出 $|m|=3$ 或 $|n|=3$, $|a|+|b|=3$, 最后分类讨论, 即可得出结论.

【详解】解: (1) $\because A(2, 1)$,

$$\therefore |x_A - x_O| = |2 - 0| = 2, \quad |y_A - y_O| = |1 - 0| = 1,$$

$$\because 2 > 1,$$

$$\therefore d \text{ 分解 } (A, O) = 2, \quad d \text{ 和 } (A, O) = 2 + 1 = 3,$$

故答案为: 2, 3;

(2) \because 点 $B(x, 4-x)$ 第一象限,

$$\therefore 0 < x < 4,$$

$$\therefore |x_B - x_O| = |x - 0| = x, \quad |y_B - y_O| = |4 - x - 0| = 4 - x,$$

$$\therefore d \text{ 分解 } (B, O) = 3,$$

$$\therefore x = 3 \text{ 或 } 4 - x = 3,$$

$$\therefore x = 3 \text{ 或 } x = 1,$$

$$\therefore B(3, 1) \text{ 或 } (1, 3);$$

(3) ①如图 1,

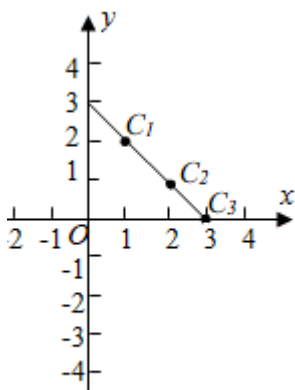


图 1

\because 点 $C(x, y)$ ($x \geq 0, y \geq 0$),

$$\therefore |x_C - x_O| = |x - 0| = x, \quad |y_C - y_O| = |y - 0| = y,$$

$$\therefore d \text{ 和 } (C, O) = 3,$$

$$\therefore x + y = 3,$$

$$\therefore y = -x + 3,$$

$$\because y \geq 0,$$

$$\therefore -x + 3 \geq 0,$$

$$\therefore x \leq 3,$$

即 $0 \leq x \leq 3$,



当 $x=1$ 时, $y=2$,

$\therefore C_1(1, 2)$,

当 $x=2$ 时, $y=1$,

$\therefore C_2(2, 1)$,

当 $x=3$ 时, $y=0$,

$\therefore C_3(3, 0)$,

设直线 C_1C_2 的解析式为 $y=kx+b$,

$$\therefore \begin{cases} k+b=2 \\ 2k+b=1 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} k=-1 \\ b=3 \end{cases}$,

\therefore 直线 C_1C_2 的解析式为 $y=-x+3$,

$x=3$ 时, $y=-3+3=0$,

\therefore 点 C_3 在直线 $y=-x+3$ 上,

\therefore 点 C_1, C_2, C_3 在直线 $y=-x+3$ ($0 \leq x \leq 3$) 上;

②如图 2,

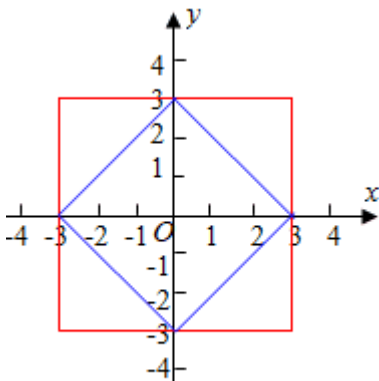


图 2

设点 $E(m, n)$,

$\therefore d$ 分解 $(E, O) = 3$,

$\therefore |m|=3$ 或 $|n|=3$,

$\therefore m=\pm 3$ 或 $n=\pm 3$ (边为红色的正方形是所有符合条件的点 E 围成的图形),

设 $F(a, b)$,

$\therefore d$ 和 $(F, O) = 3$,

$\therefore |a|+|b|=3$ (边为蓝色的正方形是所有符合条件的点 F 围成的图形),



当 $a \geq 0, b \geq 0$ 时, $a+b=3$,

$$\therefore b = -a+3,$$

当 $a \geq 0, b < 0$ 时, $a-b=3$,

$$\therefore b = a-3,$$

当 $a < 0, b \geq 0$ 时, $-a+b=3$,

$$\therefore b = a+3,$$

当 $a < 0, b < 0$ 时, $-a-b=3$,

$$\therefore b = -a-3,$$



\therefore 所有符合条件的点 E 围成的图形和点 F 围成的图形的重合部分的面积为 $\frac{1}{2} \times (3+3) \times (3+3) = 18$.

【点睛】 本题主要考查了新定义, 判断点在直线上的方法, 用方程和分类讨论的思想解决问题是解本题的关键.