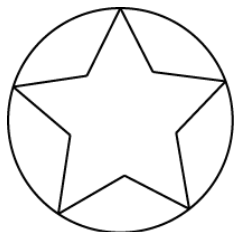




一、选择题（本大题共 30 分，每小题 3 分）

1. 图中的图形为轴对称图形，该图形的对称轴的条数为（ ）



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

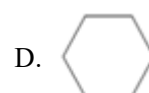
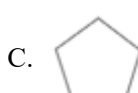
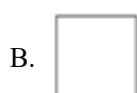
2. 点
- $M(1, 2)$
- 关于
- y
- 轴对称的点的坐标为（ ）

- A. $(1, -2)$ B. $(-1, -2)$ C. $(-1, 2)$ D. $(2, -1)$

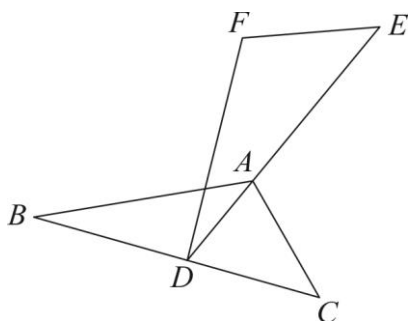
3. 以厘米为单位，下列各组数中，以它们为边能构成三角形的是（ ）

- A. 3, 5, 8 B. 8, 8, 18 C. $\sqrt{2}$, 1, $\sqrt{3}$ D. 3, 40, 8

4. 下列多边形中，内角和与外角和相等的是（ ）

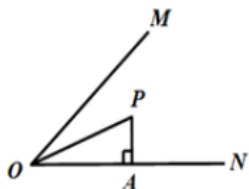


5. 如图，
- $\triangle ABC \cong \triangle FDE$
- ，
- $\angle C = 40^\circ$
- ，
- $\angle F = 110^\circ$
- ，则
- $\angle B$
- 等于（ ）



- A. 20° B. 30° C. 40° D. 150°

6. 如图，
- OP
- 平分
- $\angle MON$
- ，
- $PA \perp ON$
- 于点
- A
- ，点
- Q
- 是射线
- OM
- 上的一个动点。若
- $PA = 4$
- ，则
- PQ
- 的最小值为（ ）



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 如图，经过直线
- AB
- 外一点
- C
- 作这条直线的垂线，作法如下：

(1) 任意取一点 K ，使点 K 和点 C 在 AB 的两旁。

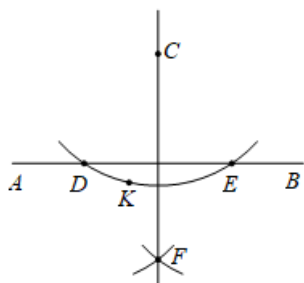


(2) 以点 C 为圆心, CK 长为半径作弧, 交 AB 于点 D 和 E .

(3) 分别以点 D 和点 E 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧, 两弧相交于点 F .

(4) 作直线 CF .

则直线 CF 就是所求作的垂线. 根据以上尺规作图过程, 若将这些点作为三角形的顶点, 其中不一定是等腰三角形的为 ()



A. $\triangle CDF$

B. $\triangle CDK$

C. $\triangle CDE$

D. $\triangle DEF$

8. 一个三角形三个内角的度数之比为 1: 2: 3, 则这个三角形一定是 ()

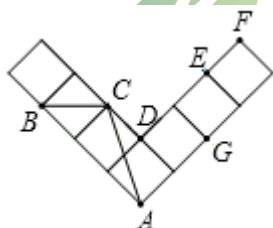
A. 锐角三角形

B. 直角三角形

C. 钝角三角形

D. 等腰直角三角形

9. 如图, 由若干个正方形拼成的图形, 其中与 $\triangle ABC$ 全等的三角形是 ()



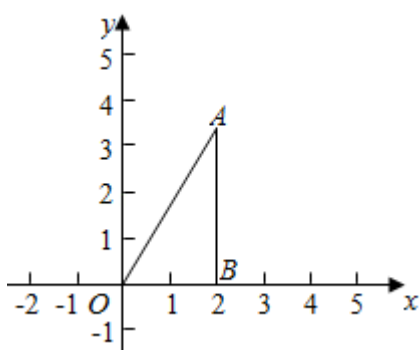
A. $\triangle AEG$

B. $\triangle ADF$

C. $\triangle CEG$

D. $\triangle FDG$

10. 如图, 平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 在第一象限, $B(2, 0)$, $\angle AOB = 60^\circ$, $\angle ABO = 90^\circ$. 在 x 轴上取一点 $P(m, 0)$, 过点 P 作直线 l 垂直于直线 OA , 将 OB 关于直线 l 的对称图形记为 $O'B'$, 当 $O'B'$ 和过 A 点且平行于 x 轴的直线有交点时, m 的取值范围为 ()



A. $m \geq 4$

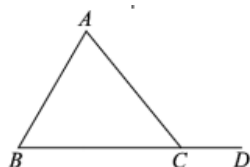
B. $m \leq 6$

C. $4 < m < 6$

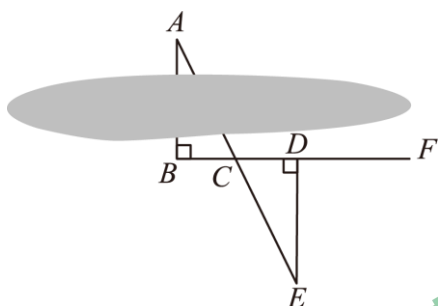
D. $4 \leq m \leq 6$

二、填空题 (本大题共 30 分, 每小题 3 分)

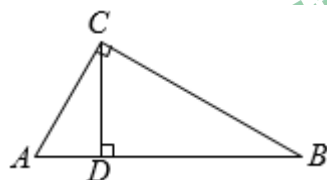
11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 70^\circ$, $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角. 若 $\angle ACD = 130^\circ$, 则 $\angle B =$ _____ $^\circ$.



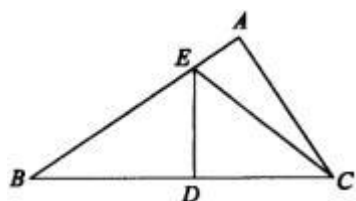
12. 如图，要测量池塘两岸相对的两点 A 、 B 的距离，可以在池塘外取 AB 的垂线 BF 上的两点 C 、 D ，使 $BC = CD$ ，再画出 BF 的垂线 DE ，使 E 与 A 、 C 在一条直线上．若想知道两点 A 、 B 的距离，只需要测量出线段_____即可．



13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， CD 是高．若 $AD = 2$ ，则 $BD =$ _____．



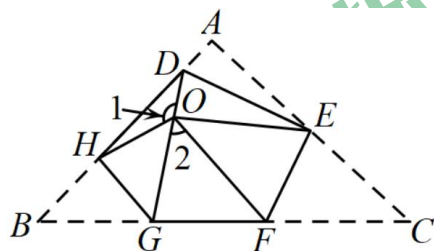
14. 如图，已知 $\triangle ABC$ ， $BC = 10$ ， BC 边的垂直平分线交 AB ， BC 于点 D ， E ， $BE = 6$ ，则 $\triangle BCE$ 的周长为_____．



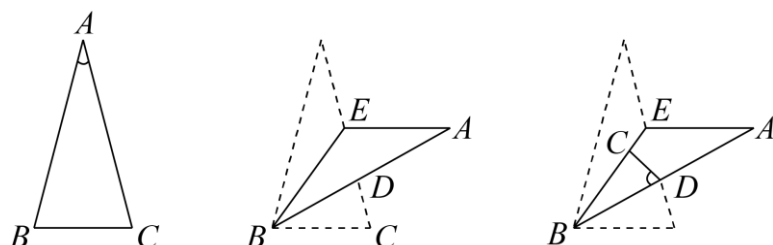
15. 在平面直角坐标系中，若一个图形上所有点的纵坐标不变，横坐标乘以 -1 ，则所得的新图形与原图形关于_____对称．

16. 一个等腰三角形的两边长分别为 3，6，则它的周长为_____．

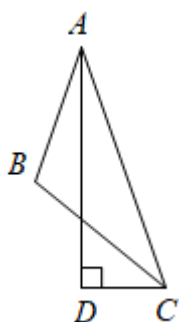
17. 如图，将 $\triangle ABC$ 沿 DE 、 HG 、 EF 翻折，三个顶点均落在点 O 处，若 $\angle 1 = 129^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为_____．



18. 如图， $\triangle ABC$ 中 $\angle A = 32^\circ$ ， E 是 AC 边上的点，先将 $\triangle ABE$ 沿着 BE 翻折，翻折后 $\triangle ABE$ 的 AB 边交 EC 于点 D ，又将 $\triangle BCD$ 沿着 BD 翻折， C 点恰好落在 BE 上，则 $\angle EBD$ _____ $\angle DBC$ （填“=”或“<”或“>”），若此时 $\angle CDB = 82^\circ$ ，则 $\angle C =$ _____度．



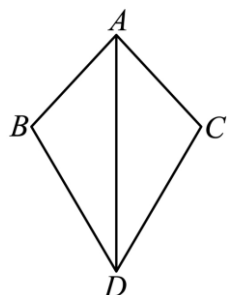
19. 如图, $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, $CD \perp AD$, 若 $\angle ABC$ 与 $\angle ACD$ 互补, $CD=5$, 则 BC 的长为 _____.



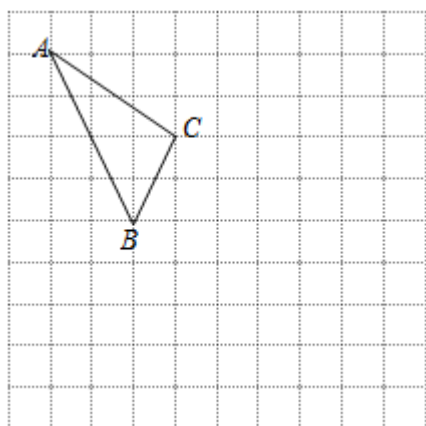
20. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $A(2, -1)$, 在 x 轴上确定点 P , 使 $\triangle AOP$ 为等腰三角形, 符合条件的点 P 有 _____ 个.

三、解答题 (本大题共 40 分, 23、26 每题 4 分, 27 每题 8 分, 其它每小题 6 分)

21. 已知: 如图, $AB = AC$, AD 平分 $\angle BAC$; 求证: $\angle B = \angle C$.



22. 如图所示 正方形网格中, 每个小正方形的边长都为 1, $\triangle ABC$ 的顶点都在网格线的交点上, 点 B 关于 y 轴的对称点的坐标为 $(2, 0)$, 点 C 关于 x 轴的对称点的坐标为 $(-1, -2)$.

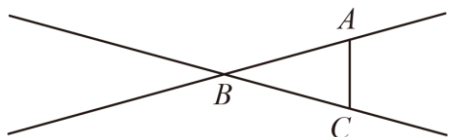


(1) 根据上述条件, 网格中建立平面直角坐标系 xOy ;



(2) 画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴的对称图形 $\triangle A_1B_1C_1$.

23. 《淮南子·天文训》中记载了一种确定东西方向 方法，大意是：日出时，在地面上点 A 处立一根杆，在地面上沿着杆的影子方向取一点 B ，使 B ， A 两点间的距离为10步（步是古代的一种长度单位），在点 B 处立一根杆；日落时，在地面上沿着点 B 处的杆的影子方向取一点 C ，使 C ， B 两点间的距离为10步，在点 C 处立一根杆．取 CA 的中点 D ，那么直线 DB 表示的方向为东西方向．



(1) 上述方法中，杆在地面上的影子所在直线及点 A ， B ， C 的位置如图所示．尺规作图，在图中作 CA 的中点 D （保留作图痕迹）；

(2) 在如图中，确定了直线 DB 表示的方向为东西方向．根据南北方向与东西方向互相垂直，可以判断直线 CA 表示的方向为南北方向，完成如下证明．

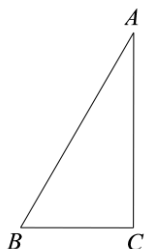
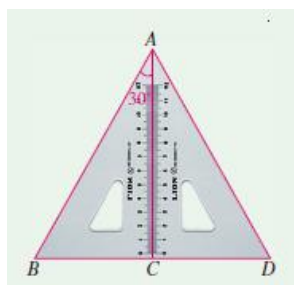
证明： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $BA = \underline{\hspace{2cm}}$ ，且 D 是 CA 中点，

$\therefore \underline{\hspace{2cm}}$ ．（等腰三角形三线合一）

$\because$ 直线 DB 表示的方向为东西方向，

$\therefore$ 直线 CA 表示的方向为南北方向．

24. 如图所示，将两个含 30° 角 三角尺摆放在一起，可以证得 $\triangle ABD$ 是等边三角形，于是我们得到：在直角三角形中，如果一个锐角等于 30° ，那么它所对的直角边等于斜边的一半．

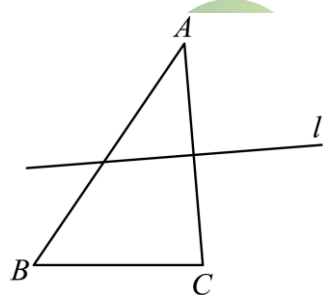


交换命题的条件和结论，得到下面的命题：

在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，如果 $CB = \frac{1}{2}AB$ ，那么 $\angle BAC=30^\circ$ ．

请判断此命题的真假，若为真命题，请给出证明；若为假命题，请说明理由．

25. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB > BC$ ，直线 l 垂直平分 AC ；作 $\angle ABC$ 的平分线交直线 l 于点 D ，连接 AD ， CD ；

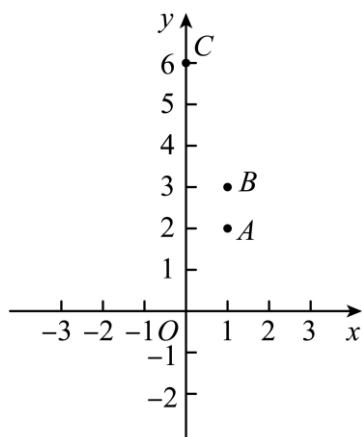


(1) 尺规作图补全图形；



(2) 判断 $\angle BAD$ 和 $\angle BCD$ 的数量关系，并证明.

26. 已知：三点 $A(1,2)$ 、 $B(1,3)$ 、 $C(0,6)$ ，点 P 为 y 轴上一动点.



(1) 在图中找到点 P ，使得 $\triangle OAP$ 与 $\triangle CBP$ 周长的和取得最小值，此时点 P 的坐标应为_____；

(2) 当 $\angle APB = 40^\circ$ 时， $\angle OAP + \angle PBC$ 的度数为_____.

27. 对于 $\triangle ABC$ 及其边上的点 P ，给出如下定义：如果点 $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$ 都在 $\triangle ABC$ 的边上，且 $PM_1 = PM_2 = PM_3 = \dots = PM_n$ ，那么称点 $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$ 为 $\triangle ABC$ 关于点 P 的等距点，线段 $PM_1, PM_2, PM_3, \dots, PM_n$ 为 $\triangle ABC$ 关于点 P 的等距线段.

(1) 如图 1， $\triangle ABC$ 中， $\angle A < 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，点 P 是 BC 的中点.

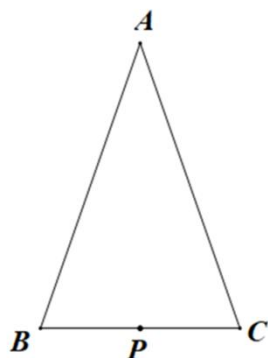


图 1

①点 B, C _____ $\triangle ABC$ 关于点 P 的等距点，线段 PA, PB _____ $\triangle ABC$ 关于点 P 的等距线段；（填“是”或“不是”）

② $\triangle ABC$ 关于点 P 的两个等距点 M_1, M_2 分别在边 AB, AC 上，当相应的等距线段最短时，在图 1 中画出线段 PM_1, PM_2 ；

(2) $\triangle ABC$ 是边长为 4 的等边三角形，点 P 在 BC 上，点 C, D 是 $\triangle ABC$ 关于点 P 的等距点，且 $PC=1$ ，求线段 DC 的长；

(3) 如图 2，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$. 点 P 在 BC 上， $\triangle ABC$ 关于点 P 的等距点恰好有四个，且其中一个点是点 C . 若 $BC=a$ ，直接写出 PC 长的取值范围.（用含 a 的式子表示）

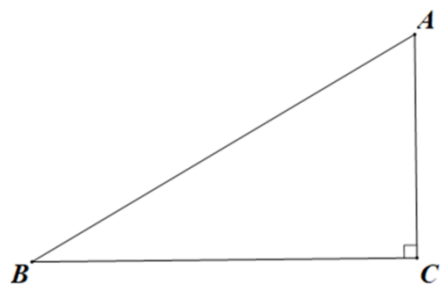


图 2





参考答案

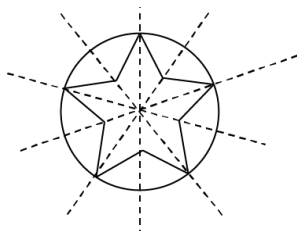
一、选择题（本大题共 30 分，每小题 3 分）

1. 【答案】D

【解析】

【分析】根据轴对称的性质可进行求解.

【详解】解：由题意可知该图的对称轴如图所示：



由图可知该图形的对称轴有 5 条；

故选 D.

【点睛】本题主要考查轴对称的性质，熟练掌握轴对称的性质是解题的关键.

2. 【答案】C

【解析】

【分析】根据平面直角坐标系中，点的对称变换特征求解；

【详解】解： $M(1, 2)$ 关于 y 轴对称的点的坐标为 $(-1, 2)$

故选：C.

【点睛】本题考查点的坐标变换，掌握平面直角坐标系中，点的对称变换口诀“关于谁，谁不变，关于原点都改变”是解题的关键.

3. 【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形的三边关系求解即可；

【详解】解：A、 $3 + 5 = 8$ ，不能构成三角形；不符合题意；

B、 $8 + 8 = 16 < 18$ ，不能构成三角形；不符合题意；

C、 $(\sqrt{2})^2 + 1^2 = (\sqrt{3})^2$ ，可以构成直角三角形；符合题意；

D、 $3 + 8 = 11 < 40$ ，不能构成三角形；不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了三角形的三边关系，勾股定理；熟练掌握三角形的任意两边之和大于第三边是解题的关键.

4. 【答案】B

【解析】

【分析】根据多边形的内角和公式和多边形的外角和等于 360° 求解即可；

【详解】解：多边形的外角和等于 360° 不变；



- A、三角形的内角和为： 180° ，不符合题意；
 B、四边形的内角和为： 360° ，符合题意；
 C、五边形的内角和为： 540° ，不符合题意；
 D、六边形的内角和为： 720° ，不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查了多边形的内角和、多边形的外角和；熟练掌握多边形的内角和公式是解题的关键.

5. 【答案】B

【解析】

【详解】试题分析：根据 $\triangle ABC \cong \triangle FDE$ ， $\angle C = 40^\circ$ ， $\angle F = 110^\circ$ ，再结合三角形的内角和定理即可求得结果.

$$\because \triangle ABC \cong \triangle FDE, \angle C = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle E = \angle C = 40^\circ,$$

$$\because \angle E = 40^\circ, \angle F = 110^\circ$$

$$\therefore \angle EDF = 180^\circ - \angle E - \angle F = 30^\circ$$

$$\because \triangle ABC \cong \triangle FDE$$

$$\therefore \angle B = \angle EDF = 30^\circ$$

故选 B.

考点：本题考查的是全等三角形的性质，三角形的内角和

点评：解答本题的关键是熟练掌握全等三角形的对应角相等，三角形的内角和为 180° .

6. 【答案】D

【解析】

【分析】由垂线段最短可知：PQ 的最小值为点 P 到射线 OM 的垂线段的长度；根据角平分线的性质定理求解即可；

【详解】解：当 $PQ \perp OM$ 时，PQ 有最小值；

$$\because OP \text{ 平分 } \angle MON, PA \perp ON$$

$$\therefore PQ = PA = 4$$

故选：D.

【点睛】本题考查了角平分线的性质定理、垂线段最短；熟练掌握角平分线的性质定理是解题关键.

7. 【答案】A

【解析】

【分析】根据作图过程和等腰三角形的定义进行分析即可.

【详解】由作图过程可得：CD=CD,DF=EF,CD=CK

所以，是等腰三角形的有 $\triangle CDK$ ， $\triangle CDE$ ， $\triangle DEF$ ； $\triangle CDF$ 不一定是等腰三角形.

故选：A

【点睛】考核知识点：等腰三角形.理解等腰三角形的定义是关键.



8. 【答案】B

【解析】

【详解】根据三角形的内角和为 180° ，可知最大角为 90° ，

因式这个三角形是直角三角形.

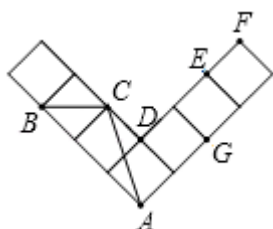
故选 B.

9. 【答案】D

【解析】

【分析】利用勾股定理分别计算出所有三角形的边长，然后根据“SSS”对各选项进行判断.

【详解】解：



在 $\triangle ABC$ 中， $BC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ， $AC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ， $AB = 3$ ，

在 $\triangle AEG$ 中， $EG = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ， $AG = 2$ ， $AE = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ ，

在 $\triangle ADF$ 中， $AD = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ， $DF = 3$ ， $AF = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$ ，

在 $\triangle CEG$ 中， $EG = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ， $CG = CE = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ，

在 $\triangle FDG$ 中， $DG = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ， $FG = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ， $DF = 3$ ，

所以 $BC = DG$ ， $AC = FG$ ， $AB = DF$ ，

所以 $\triangle ABC \cong \triangle FDG$ (SSS).

故选 D.

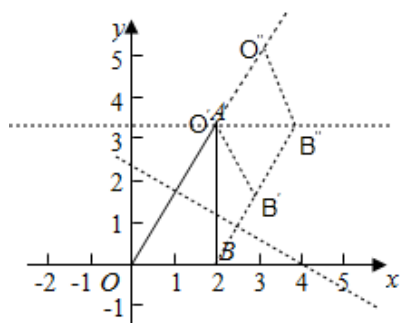
【点睛】本题主要考查了正方形的性质和全等三角形的判定，解决本题的关键是要熟练掌握正方形的性质和全等三角形的判定和性质.

10. 【答案】D

【解析】

【分析】根据题意可以作出合适的辅助线，然后根据题意，利用分类讨论的方法可以计算出 m 的两个极值，从而可以得到 m 的取值范围.

【详解】解：如图所示，



当直线 l 垂直平分 OA 时, $O'B'$ 和过 A 点且平行于 x 轴的直线有交点,

$\because$ 点 A 在第一象限, $B(2, 0)$, $\angle AOB = 60^\circ$, $\angle ABO = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAO = 30^\circ$, $OB = 2$,

$\therefore OA = 4$,

$\because$ 直线 l 垂直平分 OA , 点 $P(m, 0)$ 是直线 l 与 x 轴的交点,

$\therefore OP = 4$,

$\therefore$ 当 $m = 4$;

作 $BB'' \parallel OA$, 交过点 A 且平行于 x 轴的直线与 B'' ,

当直线 l 垂直平分 BB'' 和过 A 点且平行于 x 轴的直线有交点,

$\therefore$ 四边形 $OBB''O'$ 是平行四边形,

$\therefore$ 此时点 P 与 x 轴交点坐标为 $(6, 0)$,

由图可知, 当 OB 关于直线 l 的对称图形为 $O'B'$ 到 $O''B''$ 的过程中, 点 P 符合题目中的要求,

$\therefore m$ 的取值范围是 $4 \leq m \leq 6$,

故选: D .

【点睛】本题考查坐标与图形的变化-对称, 解答本题的关键是明确题意, 作出合适的辅助线, 利用数形结合的思想解答.

二、填空题 (本大题共 30 分, 每小题 3 分)

11. 【答案】60

【解析】

【分析】根据三角形的外角定理求解即可;

【详解】解: 在 $\triangle ABC$ 中

$$\angle B = \angle ACD - \angle A = 130^\circ - 70^\circ = 60^\circ$$

故答案为: 60°

【点睛】本题考查了三角形的外角定理; 熟练运用三角形外角定理进行计算是解题关键.

12. 【答案】DE ## ED

【解析】

【分析】证明 $\triangle ABC \cong \triangle EDC(ASA)$, 然后根据全等三角形的性质即可得出答案;

【详解】解: 由题意得: $\angle B = \angle CDE = 90^\circ$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中



$$\begin{cases} \angle B = \angle CDE = 90^\circ \\ BC = CD \\ \angle ACB = \angle ECD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC (ASA)$

$\therefore DE = AB$

故答案为: DE

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质;熟练掌握全等三角形的判定方法和性质是解题的关键.

13. 【答案】6

【解析】

【分析】求出 $\angle A$, 求出 $\angle ACD$, 根据含 30° 度角的直角三角形性质求出 $AC=2AD$, $AB=2AC$, 求出 AB 即可.

【详解】解: $\because CD \perp AB$, $\angle ACB=90^\circ$,

$\therefore \angle ADC=90^\circ=\angle ACB$,

$\because \angle B=30^\circ$,

$\therefore \angle A=90^\circ-\angle B=60^\circ$,

$\therefore \angle ACD=90^\circ-\angle A=30^\circ$,

$\because AD=2$,

$\therefore AC=2AD=4$,

$\therefore AB=2AC=8$,

$\therefore BD=AB-AD=8-2=6$,

故答案为: 6.

【点睛】本题主要考查的是含 30° 角的直角三角形性质和三角形内角和定理的应用, 关键是求出 $AC=2AD$, $AB=2AC$.

14. 【答案】22

【解析】

【分析】由 DE 垂直平分 BC 可得 $BE=CE$, 即可求得结果.

【详解】 $\because DE$ 垂直平分 BC

$\therefore BE=CE=6$

$\therefore \triangle BCE$ 的周长 $=BE+CE+BC=22$.

【点睛】解答本题的关键是熟练掌握垂直平分线的性质: 线段的垂直平分线上的点到线段两端的距离相等.

15. 【答案】 y 轴

【解析】

【分析】设一个图形上的某个点的坐标为 (x, y) , 然后由题意可得经过变化后该点的对应点的坐标为 $(-x, y)$, 进而问题可求解.

【详解】解: 设一个图形上的某个点的坐标为 (x, y) , 则由纵坐标不变, 横坐标乘以 -1 可得该点的对应点



的坐标为 $(-x, y)$,

$\therefore$ 所得的新图形与原图形关于 y 轴对称;

故答案为 y 轴.

【点睛】本题主要考查点的坐标关于坐标轴对称, 熟练掌握点的坐标关于坐标轴对称是解题的关键.

16. 【答案】15

【解析】

【分析】先根据题目给出等腰三角形有两条边长为 3 和 6, 分类确定等腰三角形的腰与底的长求周长, 并应用三角形的三边关系验证能否组成三角形.

【详解】解: 若 3 为腰长, 6 为底边长,

由于 $3+3=6$, 则三角形不存在;

若 6 为腰长, 则符合三角形的两边之和大于第三边.

所以这个三角形的周长为 $6+6+3=15$.

故答案为: 15.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系. 求三角形的周长, 不能盲目地将三边长相加起来, 而应养成检验三边长能否组成三角形的好习惯, 把不符合题意的舍去.

17. 【答案】 51° 或 51 度

【解析】

【分析】根据翻折变换前后对应角不变, 故 $\angle B = \angle HOG$, $\angle A = \angle DOE$, $\angle C = \angle EOF$,

$\angle 1 + \angle 2 + \angle HOG + \angle EOF + \angle DOE = 360^\circ$, 进而求出 $\angle 1 + \angle 2$, 再由 $\angle 1 = 129^\circ$ 即可求解.

【详解】解: $\because$ 将 $\triangle ABC$ 三个角分别沿 DE 、 HG 、 EF 翻折, 三个顶点均落在点 O 处,

$\therefore \angle B = \angle HOG$, $\angle A = \angle DOE$, $\angle C = \angle EOF$,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle HOG + \angle EOF + \angle DOE = 360^\circ$,

$\therefore \angle HOG + \angle EOF + \angle DOE = \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$,

$\therefore \angle 1 = 129^\circ$,

$\therefore \angle 1 = 51^\circ$.

故答案为: 51° .

【点睛】此题主要考查了翻折变换的性质和三角形的内角和定理, 根据已知得出 $\angle HOG + \angle EOF + \angle DOE = \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ 是解题关键.

18. 【答案】①. = ②. 73

【解析】

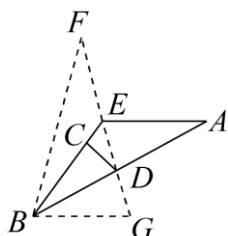
【分析】根据折叠的性质得 $\angle GDB = \angle CDB = 82^\circ$, $\angle FBE = \angle ABE = \angle ABG$, $\angle A = \angle F$, 根据三角形的外角得 $\angle DBF = 50^\circ$, 可得 $\angle FBE = \angle ABE = 25^\circ$, $\angle FBG = 3 \times 25^\circ = 75^\circ$, 即可得 $\angle G = 73^\circ$.

【详解】解: 如图所示,

根据题意得, $\angle GDB = \angle CDB = 82^\circ$, $\angle FBE = \angle ABE = \angle ABG$, $\angle A = \angle F$, $\angle G = \angle C$,



$\because \angle CDB$ 是 $\triangle BDF$ 的外角,
 $\therefore \angle DBF = \angle GDB - \angle F = 82^\circ - 32^\circ = 50^\circ$,
 $\therefore \angle FBE = \angle ABE = 25^\circ$,
 $\therefore \angle FBG = 3 \times 25^\circ = 75^\circ$,
 $\therefore \angle G = 180^\circ - \angle F - \angle FBG = 180^\circ - 32^\circ - 75^\circ = 73^\circ$,
 即 $\angle C = \angle G = 73^\circ$,
 故答案为: $=, 73$.



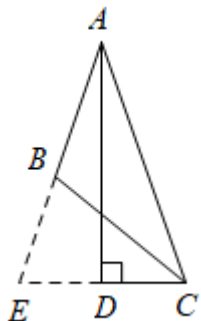
【点睛】本题考查了图形的翻折，三角形内角和定理，三角形的外角，解题的关键是掌握折叠的性质.

19. 【答案】10

【解析】

【分析】延长 AB ，交 CD 的延长线于点 E ，由题意易证 $\triangle ADC \cong \triangle ADE$ ，则有 $\angle ACD = \angle AED$ ， $CD = ED$ ，然后可得 $\angle AED = \angle CBE$ ，则 $BC = CE$ ，进而问题可求解.

【详解】解：延长 AB ，交 CD 的延长线于点 E ，如图所示：



$\because AD$ 平分 $\angle BAC$,
 $\therefore \angle CAD = \angle EAD$,
 $\because CD \perp AD$,
 $\therefore \angle ADC = \angle ADE = 90^\circ$,
 $\because AD = AD$,
 $\therefore \triangle ADC \cong \triangle ADE (ASA)$,
 $\therefore \angle ACD = \angle AED$, $CD = ED = 5$,
 $\because \angle ABC$ 与 $\angle ACD$ 互补, $\angle ABC + \angle CBE = 180^\circ$,
 $\therefore \angle AED = \angle CBE$,
 $\therefore BC = CE = CD + DE = 10$,



故答案为 10.

【点睛】本题主要考查全等三角形的性质与判定及等腰三角形的判定，熟练掌握全等三角形的性质与判定及等腰三角形的判定是解题的关键.

20. 【答案】4

【解析】

【分析】分三种情况：当 $AO = AP$ 时，当 $OA = OP$ 时，当 $PA = PO$ 时，进行讨论即可解答.

【详解】解：如图：

分三种情况：

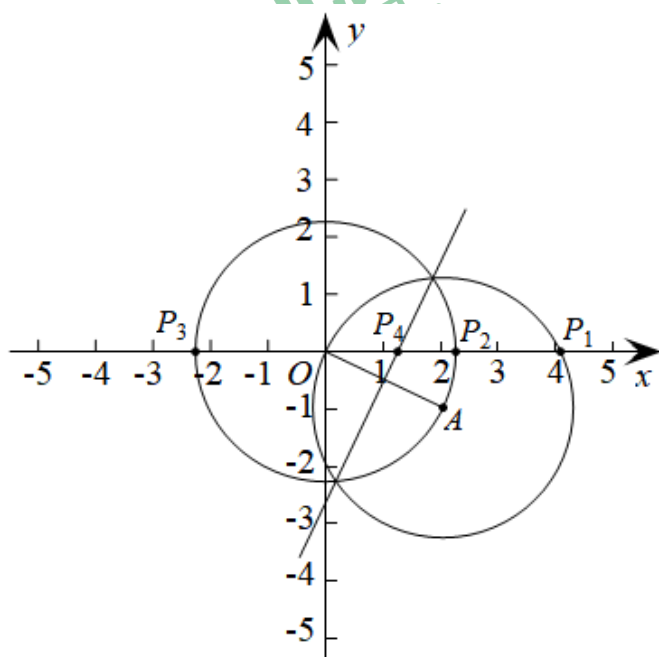
当 $AO = AP$ 时，以点 A 为圆心，以 AO 长为半径作圆，交 x 轴于点 P_1 ，

当 $OA = OP$ 时，以点 O 为圆心，以 AO 长为半径作圆，交 x 轴于点 P_2 ， P_3 ，

当 $PA = PO$ 时，作 OA 的垂直平分线，交 x 轴于点 P_4 ，

综上所述，符合条件的点 P 有 4 个，

故答案为：4.



【点睛】本题考查了等腰三角形的判定，坐标与图形的性质，分三种情况讨论是解题的关键.

三、解答题（本大题共 40 分，23、26 每题 4 分，27 每题 8 分，其它每小题 6 分）

21. 【答案】见解析

【解析】

【分析】根据 SAS 证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，根据全等三角形的性质即可得出结论；

【详解】证明： $\because AD$ 平分 $\angle BAC$

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中



$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAD \\ AD = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD(\text{SAS})$

$\therefore \angle B = \angle C$

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质；熟练运用全等三角形的性质转化角是解题的关键.

22. 【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据条件确定平面直角坐标系即可.

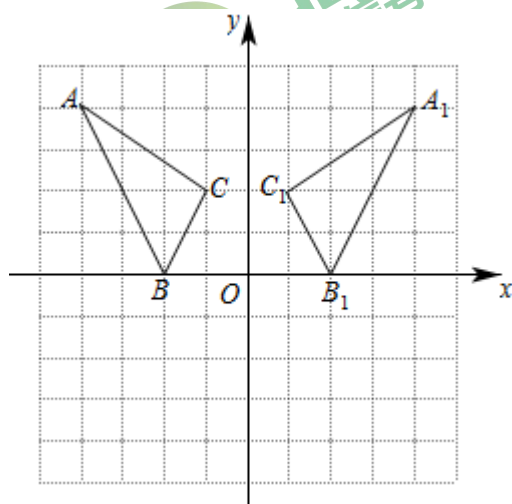
(2) 分别作出 A, B, C 对应点 A_1, B_1, C_1 即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 点 B 关于 y 轴的对称点的坐标为 $(2, 0)$, 点 C 关于 x 轴的对称点的坐标为 $(-1, -2)$,

$\therefore$ 点 B 点的坐标为 $(-2, 0)$, 点 C 的坐标为 $(-1, 2)$,

如图, 平面直角坐标系即为所求作.



【小问 2 详解】

解: 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求作.

【点睛】本题考查作图-轴对称变换, 解题的关键是熟练掌握基本知识. (1) 关于 x 轴对称的点, 横坐标相同, 纵坐标互为相反数; (2) 关于 y 轴对称的点, 纵坐标相同, 横坐标互为相反数; (3) 关于原点对称的点, 横坐标与纵坐标都互为相反数.

23. 【答案】(1) 见解析 (2) BC ; $AC \perp DB$

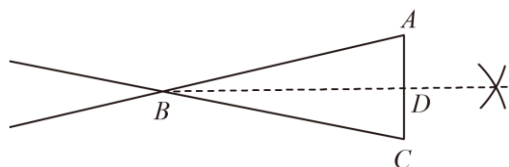
【解析】

【分析】(1) 根据尺规作中垂线的方法作 CA 的中点 D 即可;

(2) 根据等腰三角形三线合一证明即可;

【小问 1 详解】

解: 如图, 点 D 即为所求;



【小问 2 详解】

证明： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $BA=BC$ ，且 D 是 CA 的中点，

$\therefore AC \perp DB$ （等腰三角形三线合一）

$\because$ 直线 DB 表示的方向为东西方向，

$\therefore$ 直线 CA 表示的方向为南北方向；

故答案为： BC ； $AC \perp DB$

【点睛】本题考查了尺规作线段的中点，等腰三角形三线合一的性质；熟练运用等腰三角形三线合一的性质是解题的关键。

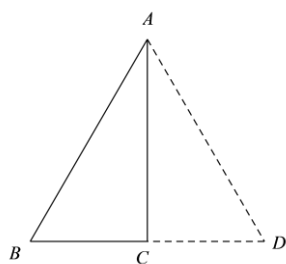
24. 【答案】此命题 真命题. 证明见解析.

【解析】

【分析】延长 BC 至点 D ，使得 $CD=BC$ ，证 AC 是线段 BD 的垂直平分线，再证 $\triangle ABD$ 是等边三角形. 得 $\angle BAD=60^\circ$ ，进一步可得结论.

【详解】此命题是真命题.

证明：延长 BC 至点 D ，使得 $CD=BC$ ，



$\because \angle ACB=90^\circ$ ， $CD=BC$

$\therefore AC$ 是线段 BD 的垂直平分线，

$\therefore AB=AD$.

$\because CB=\frac{1}{2}AB$ ，

$\therefore BD=AB$.

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形.

$\therefore \angle BAD=60^\circ$.

$\because AC \perp BD$

$\therefore \angle BAC=\frac{1}{2}\angle BAD=30^\circ$.

【点睛】考核知识点：等边三角形.利用等边三角形的判定和性质是关键.

25. 【答案】（1）见解析 （2） $\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$ ；证明见解析



【解析】

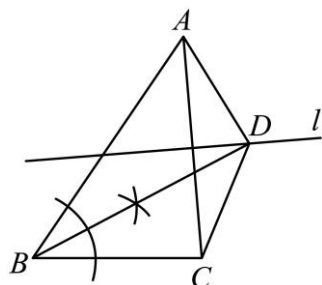
【分析】(1) 根据尺规作角平分线的方法作图即可；

(2) $DM \perp AB$ 交 AB 于点 M ；作 $DN \perp BC$ 交 BC 的延长线于点 N ；构造 $Rt\triangle DMA \cong Rt\triangle DNC(HL)$ ；

可得 $\angle BAD = \angle DCN$ ；进而得出结论；

【小问 1 详解】

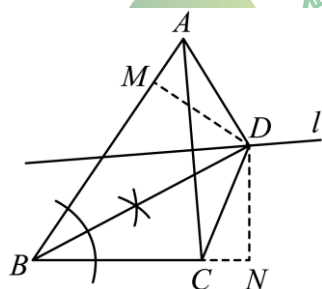
解：作图如下：



【小问 2 详解】

解： $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ ；理由如下：

如图，作 $DM \perp AB$ 交 AB 于点 M ；作 $DN \perp BC$ 交 BC 的延长线于点 N ；



$\because l$ 垂直平分 AC

$\therefore DA = DC$

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$

$\therefore DM = DN$

在 $Rt\triangle DMA$ 和 $Rt\triangle DNC$ 中

$$\begin{cases} DA = DC \\ DM = DN \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle DMA \cong Rt\triangle DNC(HL)$

$\therefore \angle BAD = \angle DCN$

$\because \angle DCN + \angle BCD = 180^\circ$

$\therefore \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$

【点睛】本题考查了尺规作角平分线、中垂线的性质、角平分线的性质；运用角平分线的性质构造全等三角形是解题的关键。

26. 【答案】(1) $(0, \frac{5}{2})$

(2) 175°

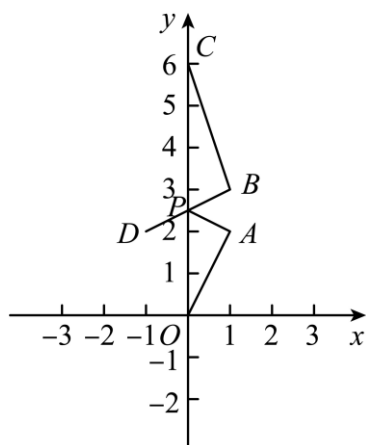
【解析】

【分析】(1) 作点 $A(1, 2)$ 关于 y 轴的对称点 D ，连接 BD ；易得当点 P 为 BD 与 y 轴的交点时， $C_{\triangle OAP} + C_{\triangle CBP}$ 有最小值；由此求出点 P 的坐标即可；

(2) 作点 $B(1, 3)$ 关于 y 轴的对称点 E ，连接 OE 、 AE 、 CE 、 BE ；可得 BE 与 OC 互相垂直平分， $\angle OCB = \angle OCE = \angle EOC$ ；由勾股定理逆定理可得 $\triangle OAE$ 是等腰直角三角形，从而得到 $\angle AOC + \angle OCB = 45^\circ$ ；最后根据三角形的外角定理求解即可；

【小问 1 详解】

解：如图，作点 $A(1, 2)$ 关于 y 轴的对称点 D ，连接 BD ；



则： $D(-1, 2)$

由轴对称的性质可得： $PA = PD$

$$\therefore C_{\triangle OAP} + C_{\triangle CBP} = OA + PA + OP + PB + BC + PC$$

$\therefore$ 当点 P 为 BD 与 y 轴的交点时， $C_{\triangle OAP} + C_{\triangle CBP}$ 有最小值；

$$\text{此时， } C_{\triangle OAP} + C_{\triangle CBP} = OA + PD + OP + PB + BC + PC = OA + BC + OC + BD$$

设直线 BD 的函数表达式为： $y = kx + b$

将 $D(-1, 2)$ ， $B(1, 3)$ 代入得：

$$\begin{cases} -k + b = 2 \\ k + b = 3 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } BD \text{ 的函数表达式为: } y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

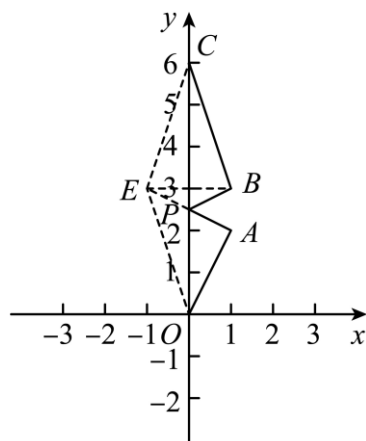
$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = \frac{5}{2}$$

$$\text{故点 } P(0, \frac{5}{2})$$

【小问 2 详解】



解：如图，作点 $B(1,3)$ 关于 y 轴的对称点 E ，连接 OE 、 AE 、 CE 、 BE ；



则 $E(-1,3)$

由 $B(1,3)$ ， $C(0,6)$ ， $O(0,0)$ 可知： BE 与 OC 互相垂直平分；

易得： $\angle OCB = \angle OCE = \angle EOC$

在 $\triangle OAE$ 中，

$$\because OE^2 = (-1)^2 + 3^2 = 10, \quad OA^2 = 1^2 + 2^2 = 5, \quad AE^2 = (1+1)^2 + (2-3)^2 = 5$$

$$\therefore OA = AE, \quad OA^2 + AE^2 = OE^2$$

$\therefore \triangle OAE$ 是等腰直角三角形

$$\therefore \angle AOE = 45^\circ$$

$$\because \angle AOE = \angle AOC + \angle EOC = \angle AOC + \angle OCB$$

$$\therefore \angle AOC + \angle OCB = 45^\circ$$

在 $\triangle PAO$ 和 $\triangle PBC$ 中

$$\angle APC + \angle BPO = \angle APC + \angle OPA + \angle APB = 180^\circ + 40^\circ = 220^\circ$$

$$\therefore \angle OAP + \angle PBC + \angle AOC + \angle OCB = 220^\circ$$

$$\text{即：} \angle OAP + \angle PBC + 45^\circ = 220^\circ$$

$$\therefore \angle OAP + \angle PBC = 175^\circ$$

【点睛】本题考查了轴对称的性质、勾股定理逆定理、平面直角坐标系中点的变换；运用点的坐标构造等腰直角三角形是解题的关键。

27. 【答案】(1) ①是，不是；②见解析；(2) $DC=1$ 或 2 ；(3) $\frac{1}{3}a < PC < \frac{1}{2}a$.

【解析】

【分析】(1) ①根据阅读材料中 $\triangle ABC$ 关于点 P 的等距点和 $\triangle ABC$ 关于点 P 的等距线段的定义判断即可；
②根据题意，点 P 在 $\angle BAC$ 的平分线上，要使相应的等距线段最短，只要过点 P 作 AB 、 AC 的垂线段即可；

(2) 显然点 D 不可能在 AB 边上，分点 D 在等边 $\triangle ABC$ 的边 AC 、 BC 上，画出图形，然后根据等距点的概念和等边三角形的判定与性质求解即可；



(3) 先求出 $\triangle ABC$ 关于点 P 的等距点恰好有3个, 且其中一个是点 C 时的 PC 的长, 进而可得答案.

【详解】解: (1) ① $\because$ 点 P 是 BC 中点, $\therefore PB=PC$, $\therefore$ 点 B 、 C 是 $\triangle ABC$ 关于点 P 的等距点;
 $\because PA \neq PB$, $\therefore$ 线段 PA , PB 不是 $\triangle ABC$ 关于点 P 的等距线段;

故答案为: 是, 不是;

②线段 PM_1 , PM_2 如图3所示:

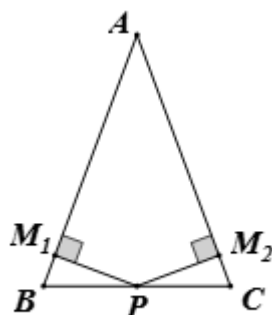


图3

(2) 显然, 点 D 不可能在 AB 边上, 若点 D 在 AC 边上, 如图4所示,

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $\therefore \angle C=60^\circ$,

$\because$ 点 C , D 是 $\triangle ABC$ 关于点 P 的等距点, $\therefore PC=PD$,

$\therefore \triangle PCD$ 是等边三角形, $\therefore CD=PC=1$;

若点 D 在 BC 边上, 如图5所示, $\because$ 点 C , D 是 $\triangle ABC$ 关于点 P 的等距点, $\therefore PC=PD=1$, $\therefore CD=2$;

$\therefore DC=1$ 或 2 ;

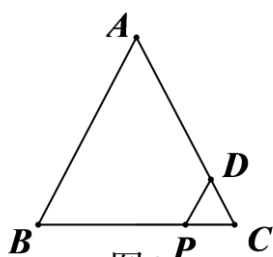


图4

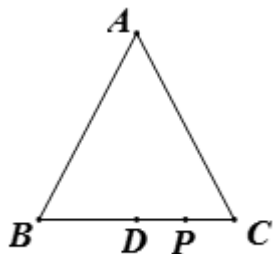


图5

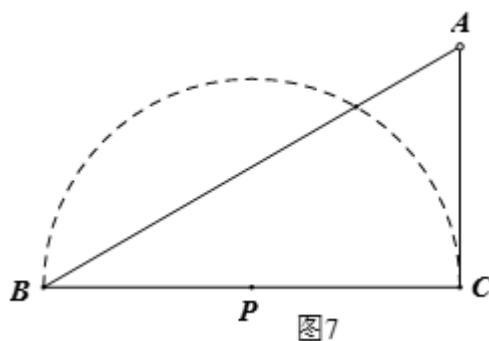
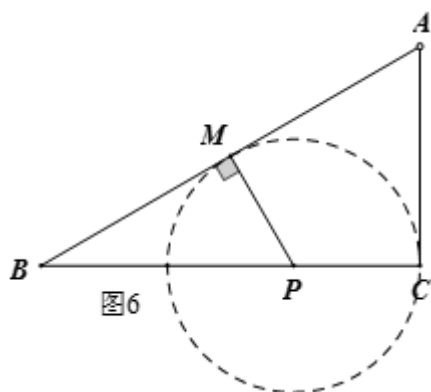
(3) 当 $PM \perp AB$ 且 $PM=PC$ 时, 如图6, 此时 $\triangle ABC$ 关于点 P 的等距点恰好有3个, 且其中一个是点 C ,

$\because \angle B=30^\circ$, $\therefore BP=2PM$, $\therefore BC=3PC=a$, $\therefore PC=\frac{1}{3}a$;

当点 P 为 BC 的中点时, 如图7所示, 此时 $\triangle ABC$ 关于点 P 的等距点恰好有3个, 且其中一个是点 C , $\therefore$

$PC=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}a$;

$\therefore \triangle ABC$ 关于点 P 的等距点恰好有四个, 且其中一个是点 C 时, PC 长的取值范围是: $\frac{1}{3}a < PC < \frac{1}{2}a$.



【点睛】本题是新定义问题，考查了对等距点和等距线段的理解与应用、等腰三角形的性质、等边三角形的判定与性质和 30° 角的直角三角形的性质等知识，正确理解题意、熟练掌握等边三角形和直角三角形的性质是解题关键.