

北京市燕山地区 2023 年初中毕业年级质量监测 (二)

数 学 试 卷

2023 年 5 月

考生
须知

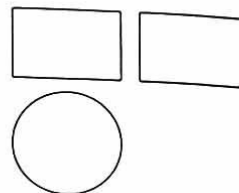
1. 本试卷共 8 页, 共三道大题, 28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上, 选择题、画图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束, 请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题 (共 16 分, 每题 2 分)

第 1 - 8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个。

1. 右图是某几何体的三视图, 该几何体是

- A. 圆柱 B. 圆锥
C. 长方体 D. 三棱柱

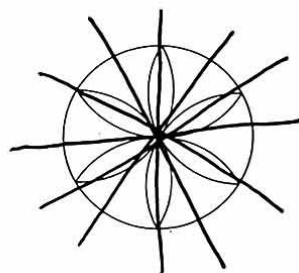


2. 我国自主研发的“北斗系统”在卫星导航、通信、遥感等多项核心技术方面取得了突破, 已经在国民经济和国防建设等多个领域得到了广泛的应用。2023 年 2 月, 北斗终端数量在交通运输营运车辆领域超过 8 000 000 台。将 8 000 000 用科学记数法表示应为

- A. 0.8×10^6 B. 8×10^6 C. 8×10^7 D. 80×10^5

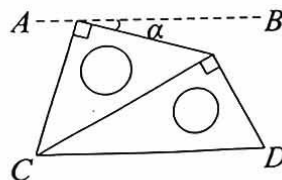
3. 图中的图形为轴对称图形, 该图形的对称轴的条数为

- A. 2 B. 4
C. 6 D. 8

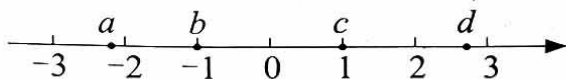


4. 一副三角板如图摆放, 直线 $AB \parallel CD$, 则 $\angle \alpha$ 的度数是

- A. 15° B. 30°
C. 45° D. 75°



5. 实数 a, b, c, d 在数轴上的对应点的位置如图所示, 下列结论中正确的是



- A. $|a| < |b|$ B. $ac > 0$ C. $b + c > 0$ D. $d - a > 0$

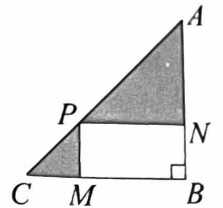
6. 一个不透明的袋子中装有红、黄小球各两个，除颜色外四个小球无其他差别，从中随机同时摸出两个球，那么两个球的颜色相同的概率是

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

7. 如果 $a - b = 1$ ，那么代数式 $(\frac{b^2}{a} - a) \cdot \frac{2a}{a+b}$ 的值为

- A. 2 B. 1 C. -1 D. -2

8. 某小区有一块绿地如图中等腰直角 $\triangle ABC$ 所示，计划在绿地上建造一个矩形的休闲书吧 $PMBN$ ，其中点 P, M, N 分别在边 AC, BC, AB 上. 记 $PM = x$ m, $PN = y$ m, 图中阴影部分的面积为 S m^2 . 当 x 在一定范围内变化时, y 和 S 都随 x 的变化而变化, 则 y 与 x , S 与 x 满足的函数关系分别是



- A. 一次函数关系, 二次函数关系 B. 一次函数关系, 反比例函数关系
C. 二次函数关系, 一次函数关系 D. 反比例函数关系, 二次函数关系

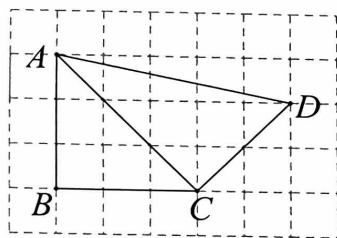
二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 若代数式 $\frac{1}{x-3}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

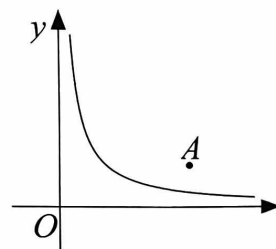
10. 分解因式: $a^3 - 4a^2 + 4a =$ _____.

11. 方程组 $\begin{cases} 2x - y = 4, \\ x - 2y = -1 \end{cases}$ 的解为_____.

12. 如图所示的网格是正方形网格, 点 A, B, C, D 均在格点上, 则 $S_{\triangle ABC}$ _____ $S_{\triangle ACD}$ (填 “>”, “<” 或 “=”).



(第 12 题)



(第 13 题)

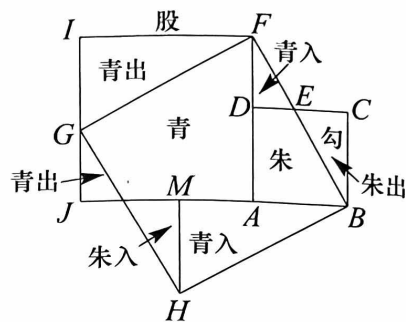
13. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限的图象如图所示, 已知点 A 的坐标为 $(3, 1)$, 写出一个满足条件的 k 的值_____.

14. 校运动会前夕, 要选 60 名身高基本相同的女生组成表演方队, 现从全校 200 名女生中随机抽取 40 人, 了解了她们的身高情况, 数据如下:

身高 /cm	145-150	150-155	155-160	160-165	165-170	170-175
人数 / 人	2	6	10	16	4	2

根据以上数据, 估计入选表演方队的女生身高范围为_____cm.

15. 魏晋时期, 数学家刘徽利用如图所示的“青朱出入图”证明了勾股定理, 其中四边形 $ABCD$, $AFIJ$ 和 $BFGH$ 都是正方形. 如果图中 $\triangle BCE$ 与 $\triangle FDE$ 的面积比为 $\frac{16}{9}$, 那么 $\tan \angle GFI$ 的值为_____.



16. 一个 17 人的旅游团到一家酒店住宿, 酒店的客房只有双人标准间和三人间, 住宿价格是双人标准间每间每晚 100 元, 三人间每间每晚 130 元. 住宿要求男士只能与男士同住, 女士只能与女士同住.
- (1) 若该旅游团一晚的住宿费用为 750 元, 则他们租住了_____间三人间;
- (2) 若该旅游团中共有 7 名男士, 则租住一晚的住宿费用最少为_____元.

三、解答题 (共 68 分, 第 17 - 20 题, 每题 5 分, 第 21 - 22 题, 每题 6 分, 第 23 - 24 题, 每题 5 分, 第 25 - 26 题, 每题 6 分, 第 27 - 28 题, 每题 7 分)

解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

17. 计算: $(\pi - 3)^0 - 2 \cos 45^\circ + |-\sqrt{2}| + \sqrt{18}$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 1+x > 5-3x, \\ x < \frac{x+6}{3}. \end{cases}$$

19. 下面是小东设计的“作三角形一边上的高”的尺规作图过程.

已知: $\triangle ABC$.

求作: 边 BC 上的高 AD .

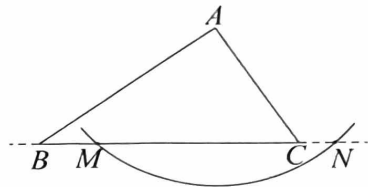
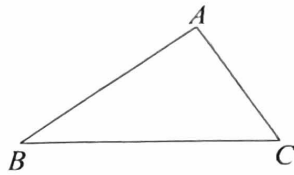
作法: 如图 1,

①以点 A 为圆心, 适当长为半径画弧, 交直线 BC 于点 M, N ;

②分别以点 M, N 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧, 两弧相交于点 P (不同于点 A);

③作直线 AP 交 BC 于点 D .

所以线段 AD 就是所求作的 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高.



(图 1)

根据小东设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明: 连接 AM, AN, PM, PN .

$\because AM = \underline{\hspace{2cm}}, PM = \underline{\hspace{2cm}},$

$\therefore AP$ 是线段 MN 的垂直平分线 ($\underline{\hspace{2cm}}$) (填推理的依据),

$\therefore AD \perp BC$ 于点 D ,

即线段 AD 为 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高.

20. 关于 x 的方程 $x^2 + 4x + m + 2 = 0$ 有两个不相等的实数根.

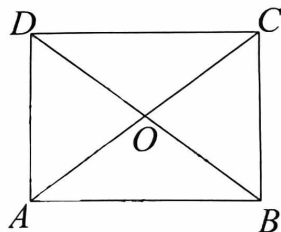
(1) 求 m 的取值范围;

(2) 若 m 为正整数, 求此时方程的根.

21. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 交于点 $O, AO = BO$.

(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是矩形;

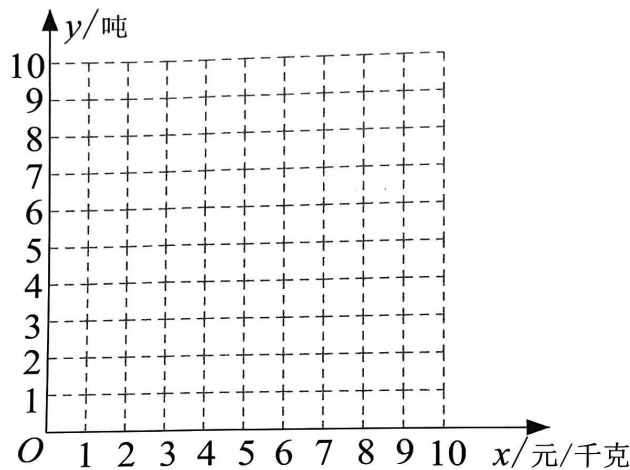
(2) 若 $AD = 3, AB = 4, \angle ADB$ 的角平分线 DE 交 AB 于点 E , 求 AE 的长.



22. 某蔬菜批发基地为指导 2023 年的番茄销售, 对历年的市场行情和供求情况进行了调查统计, 得到番茄的售价 x (单位: 元/千克) 与相应需求量 y_1 (单位: 吨) 以及供给量 y_2 (单位: 吨) 的几组数据:

售价 x /元/千克	...	2	3	4	5	6	...
需求量 y_1 /吨	...	9.5	8.875	8	6.875	5.5	...
供给量 y_2 /吨	...	1	2	3	4	5	...

- (1) 根据表中数据, 供给量 y_2 与售价 x 之间满足_____函数关系 (填“一次”、“二次”或“反比例”), 它的函数表达式为_____; 需求量 y_1 与售价 x 之间近似满足函数关系 $y_1 = ax^2 + c (a < 0)$, 它的函数表达式为_____.
- (2) 在同一平面直角坐标系中, 画出 (1) 中所确定的函数的图象;



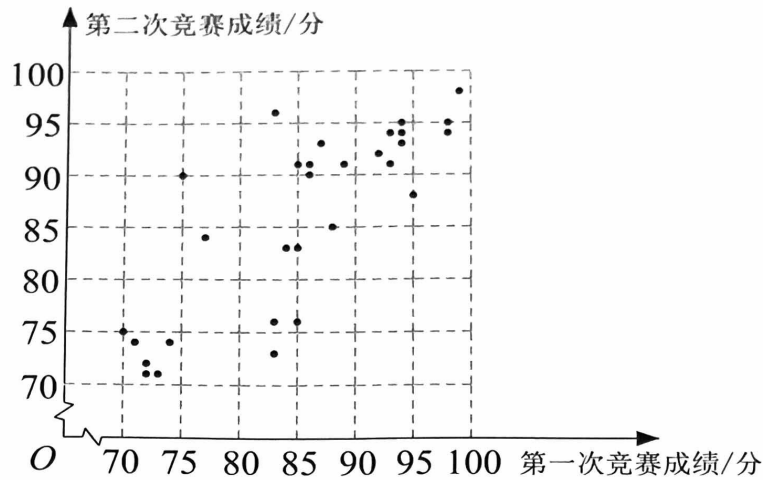
- (3) 结合函数图象, 解决问题: 为使番茄的供需平衡 (即供给量与需求量相等), 售价应定为_____元/千克.

23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = kx + b (k > 0)$ 与反比例函数 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 的图象交于点 $A(1, 6)$ 和点 B .

- (1) 若点 $B(-6, -1)$, 求该一次函数和反比例函数的解析式;
- (2) 当 $x < -3$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 的值大于一次函数 $y = kx + b (k > 0)$ 的值, 直接写出 k 的取值范围.

24. 为了深入学习领会党的二十大精神，某校团委组织了两次“二十大知识竞赛”。从中随机抽取了30名学生两次竞赛成绩(百分制)的数据，并对数据(成绩)进行整理、描述和分析。下面给出了部分信息：

a. 两次竞赛学生成绩情况统计图：



b. 两次竞赛学生的获奖情况如下：

竞赛 \ 奖项		参与奖	优秀奖	卓越奖
		参与奖	优秀奖	卓越奖
第一次竞赛	人数	8	m	n
	平均分	73	85	95
第二次竞赛	人数	10	4	16
	平均分	74	85	93

(说明：成绩 ≥ 90 ，获卓越奖； $80 \leq$ 成绩 < 90 ，获优秀奖；成绩 < 80 ，获参与奖)

c. 第二次竞赛获卓越奖的学生成绩如下：

90 90 91 91 91 91 92 93 93 94 94 94 95 95 96 98

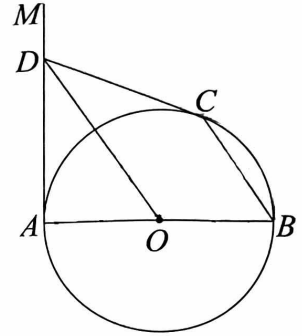
根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 写出表中 m, n 的值；
- (2) 甲同学第一次竞赛成绩是 83 分，第二次竞赛成绩是 96 分，在图中用“○”圈出代表甲同学的点；
- (3) 下列推断合理的是_____。
 - ①第二次竞赛成绩数据的中位数是 90；
 - ②两次竞赛都获得卓越奖的有 10 人；
 - ③第二次竞赛的平均成绩高于第一次竞赛的平均成绩。

25. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, BC 为弦, 射线 AM 与 $\odot O$ 相切于点 A , 过点 O 作 $OD \parallel BC$ 交 AM 于点 D , 连接 DC .

(1) 求证: DC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 过点 B 作 $BE \perp AB$ 交 DC 的延长线于点 E , 连接 AC 交 OD 于点 F . 若 $AB = 12$, $BE = 4$, 求 AF 的长.

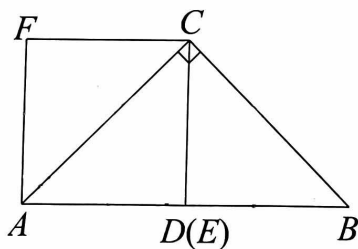


26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 4a^2x (a > 0)$.

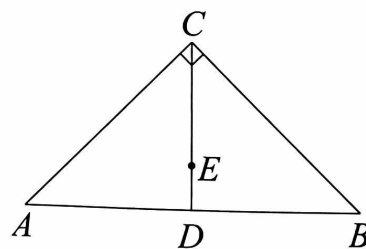
(1) 求抛物线与 x 轴的交点坐标及抛物线的对称轴 (用含 a 的式子表示);

(2) 已知点 $P(a - 1, y_1)$, $Q(a + 5, y_2)$ 在该抛物线上, 若 $y_1 \cdot y_2 < 0$, 求 a 的取值范围.

27. $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 点 D 为边 AB 的中点, 点 E 在线段 CD 上, 连接 AE , 将线段 AE 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到线段 AF , 连接 CF .



(图 1)

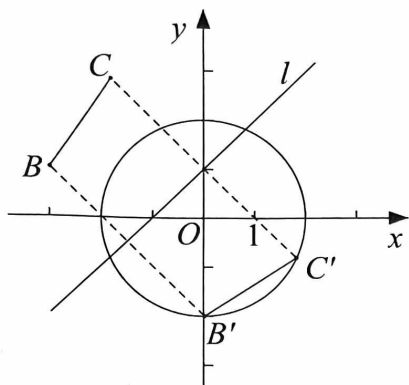


(图 2)

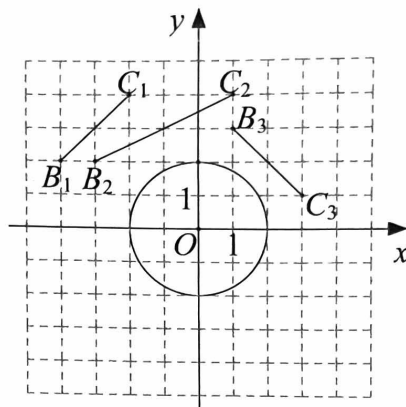
(1) 如图 1, 当点 E 与点 D 重合时, 求证: $CF = AE$;

(2) 当点 E 在线段 CD 上 (与点 C, D 不重合) 时, 依题意补全图 2; 用等式表示线段 CF, ED, AD 之间的数量关系, 并证明.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 2. 对于直线 l 和线段 BC , 给出如下定义: 若将线段 BC 关于直线 l 对称, 可以得到 $\odot O$ 的弦 $B'C'$ (B', C' 分别是 B, C 的对应点), 则称线段 BC 是以直线 l 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”. 例如, 图 1 中线段 BC 是以直线 l 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”.



(图 1)



(图 2)

- (1) 如图 2, 点 $B_1, C_1, B_2, C_2, B_3, C_3$ 的横、纵坐标都是整数.

① 在线段 B_1C_1, B_2C_2, B_3C_3 中, 以直线 $l_1: y = x + 4$ 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”是 _____;

② 在线段 B_1C_1, B_2C_2, B_3C_3 中, 存在以直线 $l_2: y = -x + b$ 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”, 求 b 的值;

- (2) 已知直线 $l_3: y = -\sqrt{3}x + m$ ($m > 0$) 交 x 轴于点 A . 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6, BC = 2$,

若线段 BC 是以直线 l_3 为轴的 $\odot O$ 的“关联线段”, 直接写出 m 的最大值与最小值, 以及相应的 AC 的长.