2023北京北大附中初二（下）期中

数　　学

班级＿＿＿＿＿ 数学教室号＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿ 考号＿＿＿＿＿

考生须知	1．本试卷共6页，26道小题，满分100分，时间90分钟． 2．在试卷和答题卡上准确填写班级、数学教室号、姓名和考号． 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效． 4．在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答． 5．调研结束，请将答题卡交回．

一、选择题（本题共24分，每小题3分）

第1—8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 计算$(\sqrt{2})^2$的结果为（　）

A. 2　　B. 4　　C. $\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

2. 以下列各组数为边长，可以构成直角三角形的是（　）

A. 5，12，13　　B. 1，2，3　　C. 4，4，4　　D. 4，5，6

3. 下列二次根式中，最简二次根式是（　　）

A. $\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{12}$　　C. $\sqrt{\frac{1}{7}}$　　D. $\sqrt{m^2}$

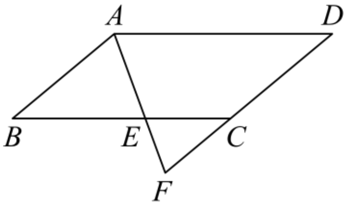
4. 在平面直角坐标系中，点$P(-1,2)$到原点的距离是（　）

A. 1　　B. 2　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{5}$

5. 下列计算正确的是（　）

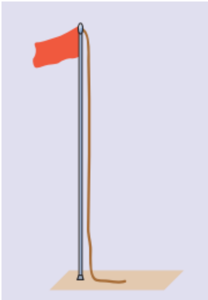
A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{3}-\sqrt{3}=3$　　C. $\sqrt{5}\times\sqrt{2}=\sqrt{10}$　　D. $\sqrt{6}\div\sqrt{3}=2$

6. 如图，已知平行四边形$ABCD$，$\angle BAD$的角平分线交边BC于点E．交DC延长线于点F，如果$\angle F=70°$，那么$\angle B$的度数是（　）



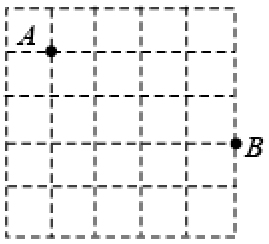
A. 30°　　B. 40°　　C. 50°　　D. 70°

7. 如图，在实践活动课上，小华打算测量学校旗杆的高度，她发现旗杆顶端的绳子垂到地面后还多出1 m，当她把绳子斜拉直，且使绳子的底端刚好接触地面时，测得绳子底端距离旗杆底部5 m，由此可计算出学校旗杆的高度是（　）



A. 8m B. 10m C. 12m D. 15m

8. 如图，A，B 为5×5的正方形网格中的两个格点，称四个顶点都是格点的矩形为格点矩形，在此图中以 A，B 为顶点的格点矩形共可以画出（ ）



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

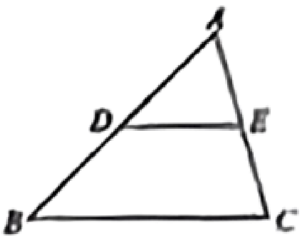
9. 若二次根式$\sqrt{x-1}$在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是______.

10. 在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle A+\angle C=100°$，则$\angle A=$__.

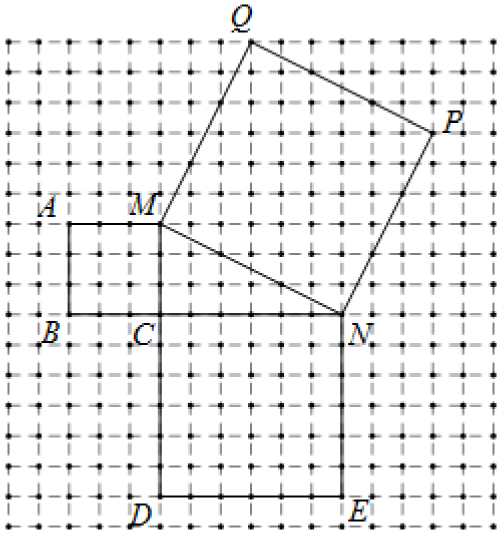
11. 在四边形 $ABCD$ 中，如果 $AB\parallel CD$，请你添加一个条件，使得四边形 $ABCD$ 成为平行四边形，这个条件可以是______.（写出一种情况即可）

12. “如果两个实数相等，那么它们的绝对值相等”的逆命题是：____________________________

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D，E 分别为 AB，AC 边的中点，若 $DE=3$，则 BC 的长为______.

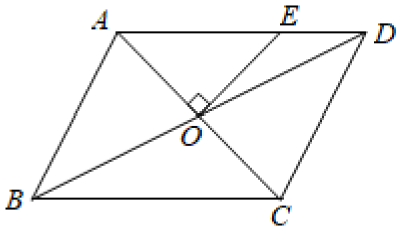


14. 如图所示的正方形网格中，每一个小正方形的面积均为1，正方形 $ABCM$，$CDEN$，$MNPQ$ 的顶点都在格点上，则正方形 $MNPQ$ 的面积为__________.



15. 如图，在▱$ABCD$中，对角线AC、BD相交于点O，过点O作$OE\perp AC$交AD于E，如果

$AE=4, DE=2, DC=2\sqrt{5}$，则AC长为________.



16. 在$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC=1$． 点Q在直线BC上，且$AQ=2$，则线段BQ的长为

__________.

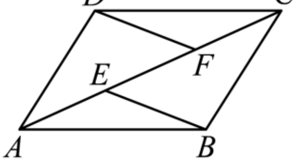
三、解答题（本题共52分，第17题6分，第18—21题每小题4分，第22—24题每小题5分，第25题7分，第26题8分）

17.计算

（1）$\sqrt{24}+\sqrt{3}+\sqrt{18}$；

（2）$\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)+\sqrt{\left(-3\right)^2}$

18. 如图，点E、F是平行四边形$ABCD$的对角线AC上的两点．$AE=CF$．



求证：$DF=BE$．

19. 下面是小明设计的“过直线外一点作已知直线的平行线”的尺规作图过程．

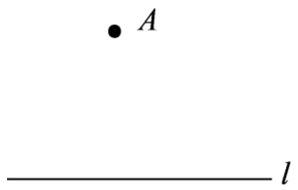


图1

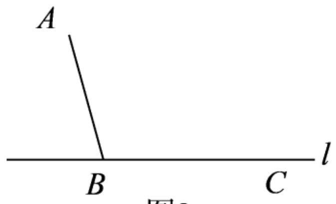


图2

已知：如图 1，直线 l 及直线 l 外一点 A.

求作：直线 AD，使得 $AD// l$.

作法：如图 2，

①在直线 l 上任取两点 B，C，连接 AB；

②分别以点 A，C 为圆心，线段 BC，AB 长为半径画弧，两弧在直线 l 上方相交于点 D；

③作直线 AD.

直线 AD 就是所求作的直线.

根据小明设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：连接 CD.

∵ AB =________，BC =________，

∴ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形（________）（填推理的依据）.

∴ $AD// l$.

20. 在解决问题“已知 $a=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$，求 $2a^2-8a+1$ 的值”时，小明是这样分析与解答的：

$\because a=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{2-\sqrt{3}}{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)}=2-\sqrt{3}$，

$\therefore a-2=-\sqrt{3}$

$\therefore \left(a-2\right)^2=3$，即 $a^2-4a+4=3$

$\therefore a^2-4a=-1$

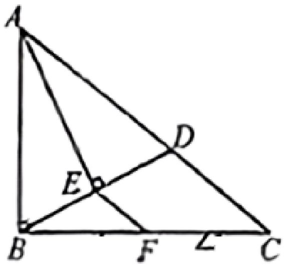
$\therefore 2a^2-8a+1=2\left(a^2-4a\right)+1=2\times\left(-1\right)+1=-1$.

请你根据小明的分析过程，解决如下问题：

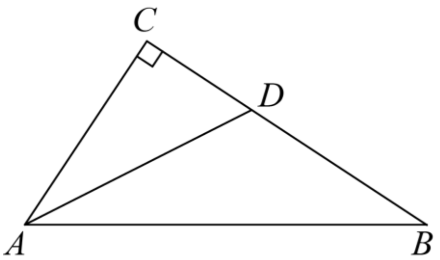
(1)化简：$\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$；

(2)若 $a=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$，求 $3a^2-6a-1$ 的值.

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，在边 AC 上截取 $AD=AB$，连接 BD，过点 A 作 $AE\perp BD$ 于点 E．已知 $AB=6$，$BC=8$，如果 F 是边 BC 的中点，连接 EF，求 EF 的长.



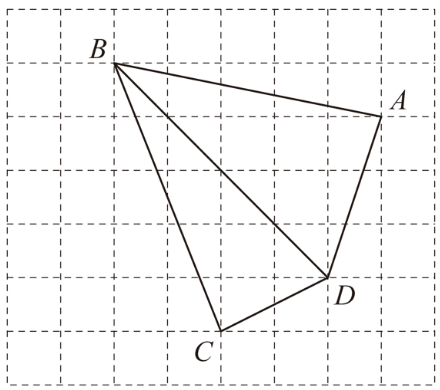
22. 如图，$\text{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，AD 平分 $\angle BAC$，交 BC 于点 D，$BC=4$，$BD=2.5$.



（1）则点 D 到直线 AB 的距离为______.

（2）求线段 AC 的长.

23. 如图，每个小正方形的边长都是 1，A，B，C，D 均在网格的格点上.

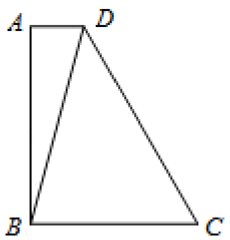


（1）判断 $\angle BCD$ 是否为直角：______.（填写“是”或“不是”）

（2）直接写出四边形 $ABCD$ 的面积为______.

（3）找到格点 E，并画出四边形 $ABED$（一个即可），使得其面积与四边形 $ABCD$ 面积相等.

24. 已知：如图，四边形 $ABCD$ 中，$AD /\!/ BC$，$\angle A=90^\circ$，$BC=2$，$\angle ABD=15^\circ$，$\angle C=60^\circ$.



（1）求 $\angle BDC$ 的度数；

（2）求 CD 的长.

25. 如图，三角形 ABC 中，$AB\perp BC$，$AB=BC=4$，E 为线段 AC 上任意一点，D 是 BC 的中点，连接 DE，作 DF 垂直于 DE 且满足 $DF=DE$（点 F 与点 B 在直线 ED 同侧），连接 EF，直线 EF 交 AB

于点G．

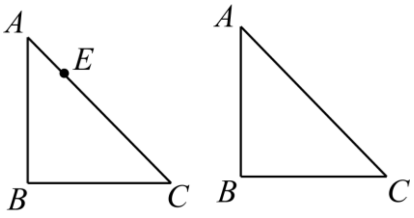


图 1　　　备用图

（1）根据题意补全图 1；若$AE=\sqrt{2}$，则ED的长为______；

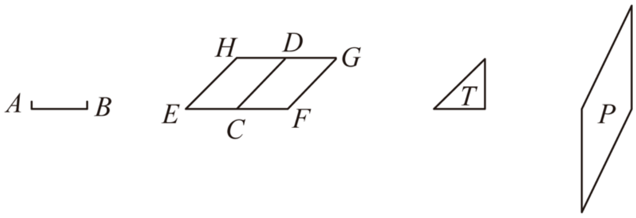
（2）若点G恰好是线段EF的中点，连接BF，证明：$AC=4BF$且$AC\perp BF$．

（3）作点B关于直线DF的对称点Q．连接AQ，DQ，当$AQ+DQ$取最小值时，直接写出此时$\triangle ABQ$的面积.

26. 对平面上的两个图形X，Y，若平移图形X所得的图形X'与Y相交，则称X'为X关于Y的“巡逻平移图形”，称X关于Y的所有巡逻平移图形所组成的整体，为X关于Y的“巡逻区域”，其面积为X关于Y的“巡逻面积”．

示例：如下图，线段DG是线段AB关于线段CD的一个巡逻平移图形；

平行四边形$EFGH$是线段AB关于线段CD的巡逻区域.



注：图中每个小方格都是边长为 1 的正方形.

（1）①请在图中画出线段CD关于线段AB的巡逻区域，其面积为______；

②已知线段m和线段n的长度分别为 1，x，且m关于n的巡逻面积为 1，则x的取值范围是______；

（2）图中三角形区域T关于平行四边形区域P的巡逻面积为______；

注：此处所指的三角形区域，平行四边形区域，以及下文的正方形区域均包含内部的所有点.

（3）①若线段k关于某边长为 1 的正方形区域的巡逻面积为 3，则线段k长度的最小值为______；

②若正方形区域 S 关于某长度为 1 的线段的巡逻面积为 12，则 S 边长的最小值为______.

参考答案

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.【答案】A

【解析】

【分析】直接根据二次根式的性质求解即可.

【详解】解：$\left(\sqrt{2}\right)^2=2$，

故选 A.

【点睛】此题主要考查了二次根式的性质，熟练掌握$\left(\sqrt{a}\right)^2=a(a\geq 0)$是解答此题的关键.

2.【答案】A

【解析】

【分析】根据勾股定理的逆定理、三角形的三边关系逐项判断即可得.

【详解】解：A、$5^2+12^2=169=13^2$，则此项可以构成直角三角形，符合题意；

B、$1+2=3$，则此项不能构成三角形，不符合题意；

C、$4^2+4^2\neq 4^2$，则此项不可以构成直角三角形，不符合题意；

D、$4^2+5^2=41\neq 6^2$，则此项不可以构成直角三角形，不符合题意；

故选：A.

【点睛】本题考查了勾股定理的逆定理、三角形的三边关系，熟练掌握勾股定理的逆定理是解题关键.

3.【答案】A

【解析】

【分析】检查最简二次根式的两个条件是否同时满足，同时满足的就是最简二次根式，否则就不是.

【详解】A、被开方数不含分母；被开方数不含能开得尽方的因数或因式是最简二次根式，故 A 符合题意；

B、$\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times 3}=2\sqrt{3}$，被开方数含能开得尽方的因数或因式，不是最简二次根式，故 B 不符合题意；

C、$\sqrt{\frac{1}{7}}=\sqrt{\frac{7}{7^2}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$，被开方数含分母，不是最简二次根式，故 C 不符合题意；

D、$\sqrt{m^2}=|m|$，被开方数含能开得尽方的因数或因式，不是最简二次根式，故 D 不符合题意；

故选 A.

【点睛】本题考查最简二次根式的定义，最简二次根式必须满足两个条件：被开方数不含分母；被开方数不含能开得尽方的因数或因式.

4.【答案】D

【解析】

【分析】直接利用勾股定理求解即可.

【详解】解：在平面直角坐标系中，点$P\left(-1,2\right)$到原点的距离是

$$\sqrt{\left(-1-0\right)^2+\left(2-0\right)^2}=\sqrt{5},$$

故选 D

【点睛】本题考查的是勾股定理的应用，掌握“由两点的坐标求解两点之间的距离”是解本题的关键.

5.【答案】C

【解析】

【分析】根据二次根式的加减乘除法法则逐项判断即可得.

【详解】解：A、$\sqrt{2}$与$\sqrt{3}$不是同类二次根式，不可合并，则此项错误，不符合题意；

B、$2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$，则此项错误，不符合题意；

C、$\sqrt{5}\times\sqrt{2}=\sqrt{10}$，则此项正确，符合题意；

D、$\sqrt{6}\div\sqrt{3}=\sqrt{2}$，则此项错误，不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了二次根式的加减乘除法，熟练掌握运算法则是解题关键.

6.【答案】B

【解析】

【分析】先根据平行四边形的性质可得$AB \parallel CD, AD \parallel BC$，再根据平行线的性质可得$\angle BAF=\angle F=70^\circ$，然后根据角平分线的定义可得$\angle BAD=2\angle BAF=140^\circ$，最后根据平行线的性质即可得.

【详解】解：∵四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AB \mathbin{/\mkern-5mu/} CD, AD \mathbin{/\mkern-5mu/} BC$，

$\therefore \angle BAF=\angle F=70^\circ$，

$\because AF$是$\angle BAD$的角平分线，

$\therefore \angle BAD=2\angle BAF=140^\circ$，

又$\because AD \parallel BC$，

$\therefore \angle B=180^\circ-\angle BAD=40^\circ$，

故选：B.

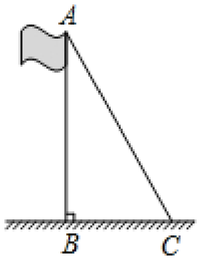
【点睛】本题考查了平行四边形的性质、平行线的性质等知识点，熟练掌握平行四边形的性质是解题关键.

7.【答案】C

【解析】

【分析】由题可知，旗杆，绳子与地面构成直角三角形，根据题中数据，用勾股定理即可解答.

【详解】解：设旗杆的长度为xm，则绳子的长度为：（x+1）m，如图，



在 $Rt\triangle ABC$ 中，由勾股定理得：$x^2+5^2=(x+1)^2$，

解得：$x=12$，

∴旗杆的高度为 12m．

故选：C．

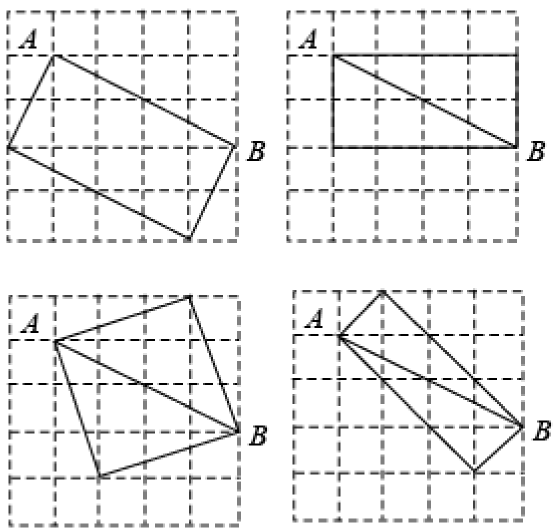
【点睛】本题考查的是勾股定理的应用，根据题意得出直角三角形是解答此题的关键．

8.【答案】D

【解析】

【分析】根据网格特点、矩形的判定画出相应的图形即可得．

【详解】解：共可以画出以下 4 个格点矩形：



故选：D．

【点睛】本题考查了矩形与网格问题，熟练掌握矩形的判定是解题关键．

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9.【答案】$x\geq 1$

【解析】

【分析】根据二次根式的被开方数是非负数即可得．

【详解】解：由题意得：$x-1\geq 0$，

解得 $x\geq 1$，

故答案为：$x\geq 1$．

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，熟练掌握二次根式的被开方数是非负数是解题关键．

10.【答案】50°．

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质即可求解.

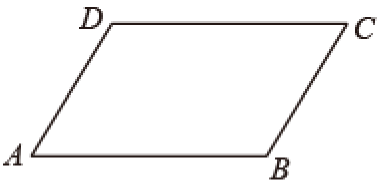
【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$\angle A=\angle C$，

∵$\angle A+\angle C=100°$，

∴$\angle A=50°$，

故答案为：50°.



【点睛】本题主要考查了平行四边形的性质，解题的关键在于能够熟练掌握平行四边形的性质.

11.【答案】$AD\parallel BC$（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据平行四边形的判定即可得.

【详解】解：根据两组对边分别平行的四边形是平行四边形可知，这个条件可以是 $AD\parallel BC$，

故答案为：$AD\parallel BC$（答案不唯一）.

【点睛】本题考查了平行四边形的判定，熟练掌握平行四边形的判定是解题关键.

12.【答案】如果两个实数的绝对值相等，那么这两个实数相等

【解析】

【分析】把一个命题的条件和结论互换就得到它的逆命题.

【详解】解：命题“如果两个实数相等，那么它们的绝对值相等”的题设是“如果两个实数相等”，结论是“那么它们的绝对值相等”，

故其逆命题是“如果两个实数的绝对值相等，那么这两个实数相等”.

故答案为：如果两个实数的绝对值相等，那么这两个实数相等.

13.【答案】6

【解析】

【分析】直接根据三角形中位线定理即可得.

【详解】解：∵在 $\triangle ABC$ 中，D，E 分别为 AB，AC 边的中点，且 $DE=3$，

$\therefore BC=2DE=6$

故答案为：6.

【点睛】本题考查了三角形中位线定理，熟练掌握三角形中位线定理是解题关键.

14.【答案】45

【解析】

【分析】根据勾股定理即可得到结论.

【详解】解：∵CM=3，CN=6，∠MCN=90°，

$\therefore MN^2=CM^2+CN^2=3^2+6^2=45$，

∴正方形 MNPQ 的面积$=MN^2=45$，

故答案为：45．

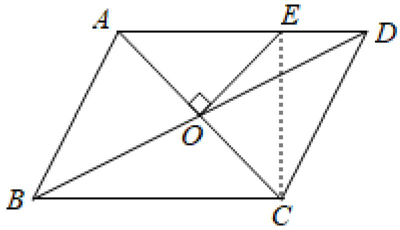
【点睛】本题考查了勾股定理，熟练掌握勾股定理是解题的关键．

15.【答案】$4\sqrt{2}$

【解析】

【分析】连接 *CE*，根据平行四边形的性质可得 *AO*=*CO*，*CD*=*AB*=$2\sqrt{5}$，然后判断出 *OE* 垂直平分 *AC*，再根据线段垂直平分线上的点到两端点的距离相等可得 *CE*=*AE*=4，利用勾股定理的逆定理得到∠*CED*=90°，得到△*AEC* 是等腰直角三角形，根据勾股定理即可求得结论．

【详解】解：连接 EC，如图



∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AO=OC$，

$\because OE\perp AC$，

$\therefore OE$ 是线段 AC 的垂直平分线，

$\therefore EC=AE=4$，

在$\triangle DEC$中，

$\because EC^2+ED^2=4^2+2^2=20$，

$DC^2=(2\sqrt{5})^2=20$

$\therefore EC^2+ED^2=DC^2$，

$\therefore \angle DEC=90°$，

$\therefore \angle AEC=90°$

$\therefore AC^2=AE^2+EC^2=4^2+4^2=32$，

$\therefore AC=4\sqrt{2}$（舍负）．

【点睛】本题主要考查了平行四边形的性质，线段垂直平分线的性质，勾股定理及逆定理，正确作出辅助线证得∠*CED*=90°是解决问题的关键．

16.【答案】$\sqrt{3}+1$或$\sqrt{3}-1$

【解析】

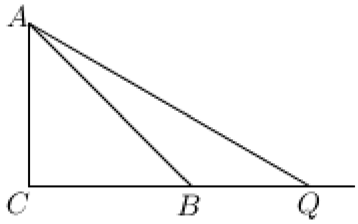
【分析】分当 *Q* 在射线 *CB* 上和当 *Q* 在射线 *BC* 上两种情况利用勾股定理求解即可．

【详解】解：如图所示，当 *Q* 在射线 *CB* 上时，

∵$AC=BC=1$，$AQ=2$，$\angle ACB=90°$，

∴$CQ=\sqrt{AQ^2-AC^2}=\sqrt{3}$，

∴$BQ=CQ-CB=\sqrt{3}-1$；



如图所示，当 Q 在射线 BC 上时，

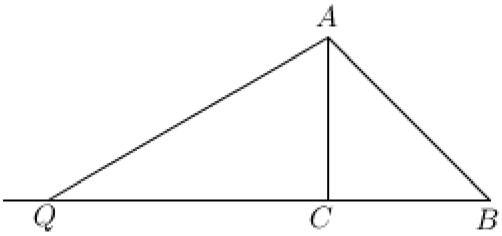
∵$AC=BC=1$，$AQ=2$，$\angle ACB=90°$，

∴$\angle ACQ=90°$，

∴$CQ=\sqrt{AQ^2-AC^2}=\sqrt{3}$，

∴$BQ=CQ+CB=\sqrt{3}+1$，

故答案为：$\sqrt{3}+1$或$\sqrt{3}-1$.



【点睛】本题主要考查了勾股定理，解题的关键在于能够理解 Q 的位置有两个.

三、解答题（本题共 52 分，第 17 题 6 分，第 18—21 题每小题 4 分，第 22—24 题每小题 5 分，第 25 题 7 分，第 26 题 8 分）

17. 【答案】（1）$2\sqrt{6}+\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

（2）6

【解析】

【分析】（1）先化简各式，再合并同类二次根式；

（2）先化简各式，再进行加减运算.

【小问 1 详解】

解：原式$=2\sqrt{6}+\sqrt{3}+3\sqrt{2}$；

【小问 2 详解】

原式$=5-2+3$

$=6$.

【点睛】本题考查二次根式的性质，二次根式的运算．熟练掌握二次根式的性质，正确的计算，是解题的

关键.

18.【答案】证明见解析

【解析】

【分析】先根据平行四边形的性质可得 $AB // CD$，$CD = AB$，根据平行线的性质可得 $\angle DCF = \angle BAE$，再根据三角形全等的判定可得 $\triangle CDF \cong \triangle ABE$，然后根据全等三角形的性质即可得证.

【详解】证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB // CD$，$CD = AB$，

$\therefore \angle DCF = \angle BAE$，

在 $\triangle CDF$ 和 $\triangle ABE$ 中，$\begin{cases} CD = AB \\ \angle DCF = \angle BAE \\ CF = AE \end{cases}$，

$\therefore \triangle CDF \cong \triangle ABE(\text{SAS})$，

$\therefore DF = BE$.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质、三角形全等的判定与性质等知识点，熟练掌握平行四边形的性质是解题关键.

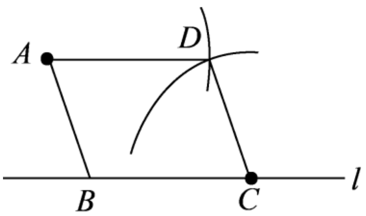
19.【答案】(1）见解析；(2）DC，AD，两组对边分别相等的四边形是平行四边形

【解析】

【分析】(1）根据作法画出图形即可；

（2）根据“两组对边分别相等的四边形是平行四边形”进行证明即可.

【详解】(1）如图所示，



（2）证明：连接 CD.

∵ $AB = \underline{CD}$，$BC = \underline{AD}$，

∴ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形（<u>两组对边分别相等的四边形是平行四边形</u>）（填推理的依据）.

∴ $AD // l$.

故答案为：DC，AD，两组对边分别相等的四边形是平行四边形.

【点睛】本题考查了作图-复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．也考查了平行四边形的判定.

20.【答案】(1）$\sqrt{5}+\sqrt{3}$；(2）2.

【解析】

【分析】（1）根据分母有理化的方法可以解答本题；

（2）根据题目中的例子可以灵活变形解答本题．

【详解】解：（1）$\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$，

$=\dfrac{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}$，

$=\dfrac{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{2}$，

$=\sqrt{5}+\sqrt{3}.$

（2）$\because a=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}=\sqrt{2}+1.$

$\therefore a-1=\sqrt{2},$

$\therefore a^{2}-2a+1=2,$

$\therefore a^{2}-2a=1$

$\therefore 3a^{2}-6a=3,$

$\therefore 3a^{2}-6a-1=2.$

【点睛】二次根式的化简求值，熟练掌握分母有理化的方法是解题的关键．

21.【答案】2

【解析】

【分析】先利用勾股定理可得 $AC=10$，从而可得 $CD=4$，再根据等腰三角形的三线合一可得点 E 是 BD 的中点，然后根据三角形中位线定理即可得．

【详解】解：$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90^{\circ}$，$AB=6$，$BC=8$，

$\therefore AC=\sqrt{AB^{2}+BC^{2}}=10$，

$\because AD=AB$，

$\therefore CD=AC-AD=AC-AB=4$，

又 $\because AD=AB$，$AE\perp BD$，

$\therefore$ 点 E 是 BD 的中点，

$\because F$ 是边 BC 的中点，

$\therefore EF=\dfrac{1}{2}CD=2$．

【点睛】本题考查了勾股定理、等腰三角形的三线合一、三角形中位线定理，熟练掌握三角形中位线定理是解题关键．

22.【答案】（1）1.5

（2）4

【解析】

【分析】（1）过点 D 作 $DE\perp AB$ 于点 E，根据角平分线的性质，即可求解；

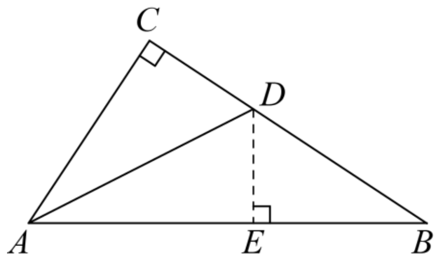
（2）首先利用勾股定理，即可求得 BE 的长，再利用相似三角形的判定与性质，即可求解.

【小问 1 详解】

解：$\because BC=4$，$BD=2.5$，

$\therefore CD=BC-BD=4-2.5=1.5$，

过点 D 作 $DE\perp AB$ 于点 E，



$\because$ Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，

$\therefore DC\perp AC$

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$，

$\therefore DE=DC=1.5$，

$\therefore D$ 到直线 AB 的距离为1.5，

故答案为：1.5；

【小问 2 详解】

解：在 Rt$\triangle BDE$ 中，$BE=\sqrt{BD^2-DE^2}=\sqrt{2.5^2-1.5^2}=2$，

$\because \angle C=\angle DEB=90°$，$\angle B=\angle B$，

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle DBE$，

$\therefore \dfrac{AC}{DE}=\dfrac{BC}{BE}$，

$\therefore AC=\dfrac{BC\cdot DE}{BE}=\dfrac{4\times1.5}{2}=3$.

【点睛】本题考查了角平分线的性质，勾股定理，相似三角形的判定与性质，熟练掌握和运用相似三角形的判定与性质是解决本题的关键.

23.【答案】（1）不是　（2）14

（3）见解析（答案不唯一）

【解析】

【分析】（1）先利用勾股定理分别求出 BC^2,CD^2,BD^2 的长，再利用勾股定理的逆定理进行判断即可得；

（2）利用分割法求解即可得；

（3）先利用平行四边形的性质找到格点 E，再利用等高模型画出图形即可.

【小问 1 详解】

解：$\because BC^2=2^2+5^2=29$，

$CD^2=1^2+2^2=5$，

$BD^2=4^2+4^2=32$，

$\therefore BC^2+CD^2\neq BD^2$，

$\therefore \angle BCD$ 不是直角，

故答案为：不是．

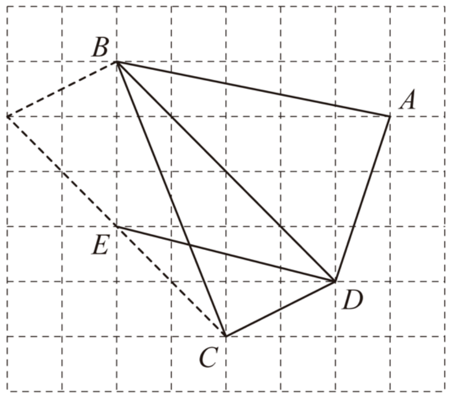
【小问 2 详解】

解：四边形 $ABCD$ 的面积为 $5\times5-\frac{1}{2}\times2\times5-\frac{1}{2}\times2\times1-1\times1-\frac{1}{2}\times1\times3-\frac{1}{2}\times1\times5=14$，

故答案为：14．

【小问 3 详解】

解：如图，点 E 和四边形 $ABED$ 即为所求．



【点睛】本题考查了勾股定理与网格问题、勾股定理的逆定理、平行四边形的性质，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于常考题型．

24.【答案】（1）45°　（2）$\sqrt{3}+1$

【解析】

【分析】（1）由 $AD∥BC$，$\angle A=90°$，$\angle C=60°$，可求得 $\angle ABC$ 与 $\angle ADC$ 的度数，然后在 $Rt\triangle ABD$ 中，利用直角三角形的性质，求得 $\angle ADB$ 的度数，继而求得 $\angle BDC$ 的度数；

（2）过点 B 作 $BE\perp CD$ 于点 E，在 $Rt\triangle BCE$ 中，由 $BC=2$，$\angle C=60°$，得 $\angle EBC=30°$，

由此 $CE=\frac{1}{2}BC=1$，由勾股定理可求得 $BE=\sqrt{3}$，由等角对等边得 $DE=BE=\sqrt{3}$，即可求得 CD 的值．

【小问 1 详解】

解：$\because AD∥BC$，$\angle A=90°$，$\angle C=60°$，

$\therefore \angle ABC=90°$，$\angle ADC=180°-\angle C=120°$．

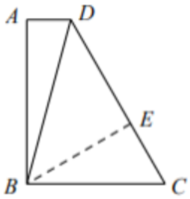
在 $Rt\triangle ABD$ 中，$\because \angle A=90°$，$\angle ABD=15°$，

$\therefore \angle ADB=75°$，

∴$\angle BDC=\angle ADC-\angle ADB=45°$；

【小问 2 详解】

解：过点 B 作 $BE\perp CD$ 于点 E，



在 $Rt\triangle BCE$ 中，∵$BC=2$，$\angle C=60°$，

∴$\angle EBC=30°$，

∴$CE=\dfrac{1}{2}BC=1$，$BE=\sqrt{BC^2-CE^2}=\sqrt{3}$，

∵$\angle BDC=45°$，

∴$DE=BE=\sqrt{3}$，

∴$CD=DE+CE=\sqrt{3}+1$.

【点睛】此题考查了直角梯形的性质、直角三角形的性质以及勾股定理等知识，正确的作出辅助线构造直角三角形是解题的关键.

25.【答案】（1）$\sqrt{10}$

（2）见解析　（3）$\dfrac{20-4\sqrt{5}}{5}$

【解析】

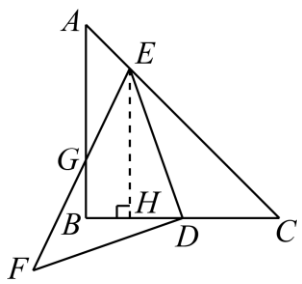
【分析】（1）过点 E 作 $EH\perp BC$ 于点 H，先后求得 $AC=4\sqrt{2}$，$CE=3\sqrt{2}$，$CH=EH=3$，$HD=1$，在 $\mathrm{Rt}\triangle DHE$ 中，利用勾股定理即可求解；

（2）过点 E 作 $EM\parallel BF$ 交 AB 于点 M，过点 D 作 $ND\perp BC$ 交 AC 于点 N，推出 $\triangle CDN$ 是等腰直角三角形，得到点 N 是线段 AC 的中点，证明 $\triangle BFD\cong\triangle NED(\mathrm{SAS})$，得到 $NE=BF$，$\angle 3=\angle 4$，再证明 $\triangle EMG\cong\triangle FBG(\mathrm{ASA})$，$ME=BF$，$ME=NE$，推出 $\triangle AEM$ 是等腰直角三角形，据此即可证明结论；

（3）由于 $DQ=DB=DC$，则点 Q 的运动轨迹是以 D 为圆心，BC 为直径的圆，则当 A、Q、D 三点共线时，$AQ+DQ$ 的值最小，求得 $\dfrac{AQ}{AD}=\dfrac{2\sqrt{5}-2}{2\sqrt{5}}=\dfrac{5-\sqrt{5}}{5}$，$S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{2}AB\times BD=4$，利用等高的两个三角形的面积关系即可求解.

【小问 1 详解】

解：过点 E 作 $EH\perp BC$ 于点 H，则 $\angle CHE=90°$，



三角形 ABC 中， $AB\perp BC$ ， $AB=BC=4$，

∴ $AC=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$，

∵ D 是 BC 的中点，

∴ $CD=BD=\frac{1}{2}BC=2$，

∵ $AE=\sqrt{2}$，

∴ $CE=AC-AE=3\sqrt{2}$，

∵ $\angle C=45°$，

∴ $\triangle CHE$ 是等腰直角三角形，

∴ $CH=EH=\frac{\sqrt{2}}{2}CE=3$，

∴ $HD=CH-CD=1$，

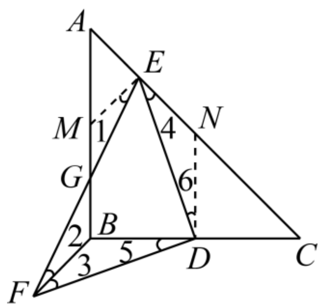
在 $\mathrm{Rt}\triangle DHE$ 中，

由勾股定理得， $ED=\sqrt{EH^2+HD^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$；

故答案为： $\sqrt{10}$；

【小问 2 详解】

证明：过点 E 作 $EM\ /\!/\ BF$ 交 AB 于点 M，过点 D 作 $ND\perp BC$ 交 AC 于点 N，



∴ $\triangle CDN$ 是等腰直角三角形，

∴ $CD=ND=\frac{1}{2}BC=2$，

∴ $CN=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}=\frac{1}{2}AC$，即点 N 是线段 AC 的中点，

∵ $BD=CD$，

$\therefore BD = ND$，

$\because \angle 5 + \angle BDE = 90° = \angle 6 + \angle BDE$，

$\therefore \angle 5 = \angle 6$，

在$\triangle BFD$和$\triangle NED$中，$\begin{cases} BD = ND \\ \angle 5 = \angle 6 \\ DF = DE \end{cases}$，

$\therefore \triangle BFD \cong \triangle NED(\mathrm{SAS})$，

$\therefore NE = BF$，$\angle 3 = \angle 4$，

$\because$点G是线段EF的中点，

$\therefore GE = GF$，

$\because EM \parallel BF$，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$，

在$\triangle BFD$和$\triangle NED$中，$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ GE = GF \\ \angle MGE = \angle BGF \end{cases}$，

$\therefore \triangle EMG \cong \triangle FBG(\mathrm{ASA})$，

$\therefore ME = BF$，

$\therefore ME = NE$，

$\because \angle 2 + \angle 3 = 45°$，

$\therefore \angle 1 + \angle 4 = 45°$，

$\therefore \angle MEN = \angle 1 + \angle 4 + \angle FED = 90°$，

$\therefore \angle AEM = 90°$，即$ME \perp AC$，

$\therefore FB \perp AC$；

$\because \angle A = 45°$，

$\therefore \triangle AEM$是等腰直角三角形，

$\therefore AE = ME = BF = EN = \frac{1}{2}AN = \frac{1}{4}AC$，

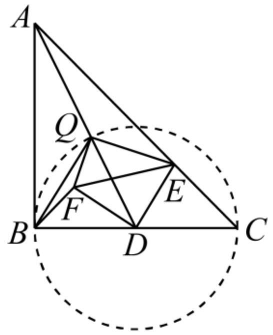
即$AC = 4BF$且$AC \perp BF$；

【小问3详解】

解：由题意得$DQ = DB = DC$，

$\therefore$点Q的运动轨迹是以D为圆心，BC为直径的圆，

$\therefore$当A、Q、D三点共线时，$AQ + DQ$的值最小，如图，



$\because AB=4$，$BD=2$，

$\therefore AD=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，$AQ=AD-QD=2\sqrt{5}-2$，$S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{2}AB\times BD=4$，

$\therefore \dfrac{AQ}{AD}=\dfrac{2\sqrt{5}-2}{2\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}=\dfrac{5-\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore \dfrac{S_{\triangle ABQ}}{S_{\triangle ABD}}=\dfrac{AQ}{AD}=\dfrac{5-\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore \triangle ABQ$ 的面积为 $\dfrac{1}{2}\times AB\times QK=\dfrac{20-4\sqrt{5}}{5}$．

【点睛】本题考查了等腰直角三角形的判定和性质，勾股定理，全等三角形的判定和性质，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件．

26.【答案】(1) ①画图见解析，8；② $x\geq\dfrac{1}{2}$

(2) 50

(3) ① $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；② $\sqrt{2}$

【解析】

【分析】(1) ①先根据题意画出对应的图形，然后利用网格求出面积即可；②先画出线段 m 关于线段 n 的巡逻区域，过点 G 作 $GM\perp EF$ 交 EF 延长线于 M，由 m 关于 n 的巡逻面积为 1，求出 $GM=\dfrac{1}{2}$，由此即可得到答案；

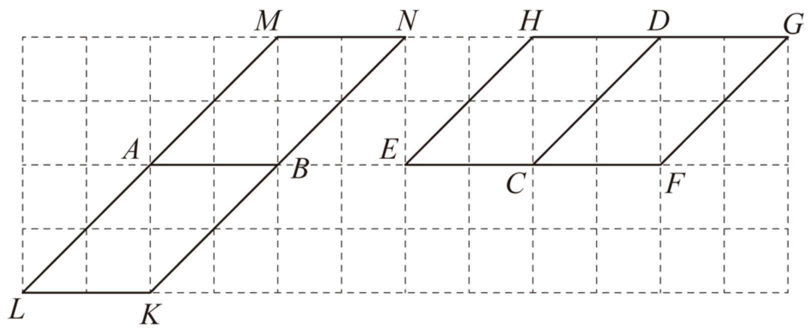
(2) 如解析图，先画出三角形区域 T 关于平行四边形区域 P 的巡逻区域，然后利用网格求出面积即可；

(3) ①如图所示，$ABCD$ 是边长为 1 的正方形，则由平行四边形 $ADEF$，$ABGF$，$BCHK$，$CDHT$ 和正方形 $ABCD$ 组成的区域即为线段 k 关于正方形 $ABCD$ 区域的巡逻区域，其中 $AF=BG=BK=CH=DT=DE$，过点 A 作 $AN\perp FG$ 于 N，过点 K 作 $KM\perp BC$ 于 M，证明 $\triangle ANF\cong\triangle BMK$，得到 $FN=MK$，设 $FN=MK=a$，$AN=b$，由线段 k 关于正方形 $ABCD$ 区域的巡逻面积为 3，推出 $a+b=1$，再由勾股定理得到 $AF^2=2\left(a-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{1}{2}$，则 $AF\geq\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，即可求出线段

k 长度的最小值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$；②如图所示，线段 $AB=1$，则由平行四边形 $ABCD$，$ABEF$，$EFMN$，$CDKL$ 和正方形 $BHGD$，$BHNE$，$ACLQ$，$AQPF$ 组成的区域即为区域 S 关于线段 AB 的巡逻区域，过点 C 作 $CT\perp DK$ 于 T，$CW\perp BD$ 于 W，证明四边形 $TCWD$ 是矩形，则 $TC=DW$，设 $TC=DW=m$，$CW=n$，正方形区域 S 的边长为 x，由正方形区域S关于线段 AB 的巡逻面积为 12，推出 $m+n=\frac{6-2x^2}{x}$，由勾股定理得 $m^2+n^2=1$，再证明 $m+n\le\sqrt{2}$，得到 $\frac{6-2x^2}{x}\le\sqrt{2}$ 进而求出 $x\ge\sqrt{2}$ 或 $x\le-\frac{3}{\sqrt{2}}$（舍去），则S边长的最小值为 $\sqrt{2}$．

【小问 1 详解】

解：①如图所示，平行四边形 $MNKL$ 即为线段 CD 关于线段 AB 的巡逻区域，其面积为 $2\times4=8$；



②如图所示，设 $AB=1$，$CD=x$，则平行四边形 $EFGH$ 是线段 AB 关于线段 CD 的巡逻区域，即平行四边形 $EFGH$ 是线段 m 关于线段 n 的巡逻区域，

$\therefore EF=2AB=2$，

过点 G 作 $GM\perp EF$ 交 EF 延长线于 M，

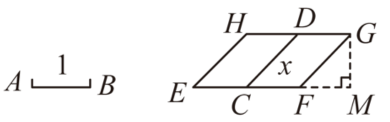
$\because m$ 关于 n 的巡逻面积为 1，

$\therefore EF\cdot GM=1$，

$\therefore GM=\frac{1}{2}$，

$\therefore CD_{最小}=GM=\frac{1}{2}$，

$\therefore x\ge\frac{1}{2}$；

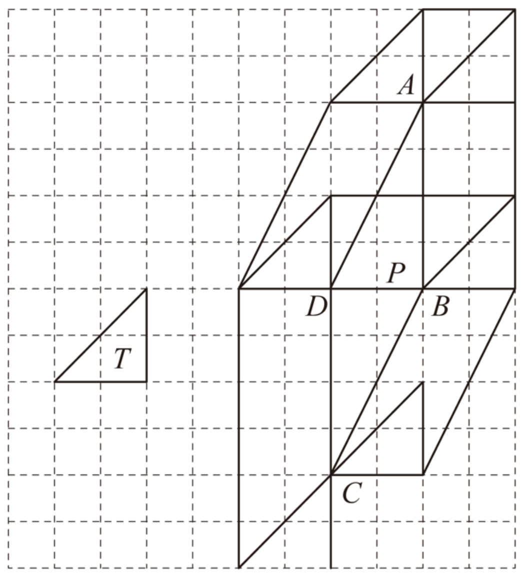


【小问 2 详解】

解：如图所示，即为三角形区域 T 关于平行四边形区域 P 的巡逻区域，

$\therefore$三角形区域 T 关于平行四边形区域 P 的巡逻面积为

$6\times2+4\times2+2\times2+4\times2+4\times2+4\times2+2\times2\times\frac{1}{2}=50$；



【小问 3 详解】

解：①如图所示，$ABCD$ 是边长为 1 的正方形，则由平行四边形 $ADEF$，$ABGF$，$BCHK$，$CDHT$ 和正方形 $ABCD$ 组成的区域即为线段 k 关于正方形 $ABCD$ 区域的巡逻区域，其中

$AF=BG=BK=CH=DT=DE$，

过点 A 作 $AN\perp FG$ 于 N，过点 K 作 $KM\perp BC$ 于 M，

$\therefore\angle ANF=\angle BMK=90°$，

$\because\angle ABC+\angle ABG+\angle CBK=180°$，$\angle ABC=90°$，

$\therefore\angle ABG+\angle CBK=90°=\angle NFA+\angle NAF$，

又$\because\angle NFA=\angle ABG$，

$\therefore\angle NAF=\angle MBK$，

$\therefore\triangle ANF\cong\triangle BMK(\text{AAS})$，

$\therefore FN=MK$，

设 $FN=MK=a$，$AN=b$，

$\because$线段 k 关于正方形 $ABCD$ 区域的巡逻面积为 3，

$\therefore$平行四边形 $ADEF$，$ABGF$，$BCHK$，$CDHT$ 和正方形 $ABCD$ 组成的区域的面积为 3，

$\therefore 2AB\cdot AN+2BC\cdot KM+AB^2=3$，

$\therefore 2a+2b+1=3$，

$\therefore a+b=1$，

在 $\text{Rt}\triangle ANF$ 中，由勾股定理得 $AF^2=AN^2+FN^2$，

$\therefore AF^2=a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$，

$=1-2a(1-a)$

$=2a^2-2a+1$

$=2\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$,

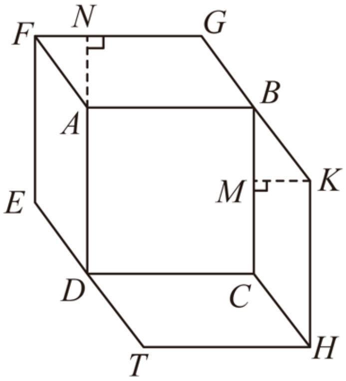
$\because \left(a-\frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$,

$\therefore 2\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}$,

$\therefore AF^2 \geq \frac{1}{2}$,

$\therefore AF \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$,

∴线段 k 长度的最小值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$；



②如图所示，线段 $AB=1$，则由平行四边形 $ABCD$，$ABEF$，$EFMN$，$CDKL$ 和正方形 $BHGD$，$BHNE$，$ACLQ$，$AQPF$ 组成的区域即为区域 S 关于线段 AB 的巡逻区域，

过点 C 作 $CT\perp DK$ 于 T，$CW\perp BD$ 于 W，

$\therefore \angle CTD=\angle CWD=TCW=90^\circ$，

∴四边形 $TCWD$ 是矩形，

$\therefore TC=DW$，

设 $TC=DW=m$，$CW=n$，正方形区域 S 的边长为 x，

∵正方形区域S关于线段 AB 的巡逻面积为12，

∴平行四边形 $ABCD$，$ABEF$，$EFMN$，$CDKL$ 和正方形 $BHGD$，$BHNE$，$ACLQ$，$AQPF$ 组成的区域的面积为12，

$\therefore 4BD^2+2AC\cdot BD+2AC\cdot CT=12$，

$\therefore 4x^2+2mx+2nx=12$，

$\therefore m+n=\frac{6-2x^2}{x}$，

在Rt△CWD 中，由勾股定理得 $CD^2=DW^2+CW^2$，

$\therefore m^2+n^2=1$，

$\because (m-n)^2=m^2-2mn+n^2\geq 0$，

$\therefore m^2+n^2\geq 2mn$，

$\therefore 2m^2+2n^2\geq m^2+2mn+n^2$，

$\therefore 2m^2+2n^2\geq (m+n)^2$，

$\therefore m^2+n^2\geq \frac{(m+n)^2}{2}$，

$\therefore \frac{(m+n)^2}{2}\leq 1$，即$(m+n)^2\leq 2$，

$\because m$、n都是非负数，

$\therefore m+n\leq \sqrt{2}$，

$\therefore \frac{6-2x^2}{x}\leq \sqrt{2}$，

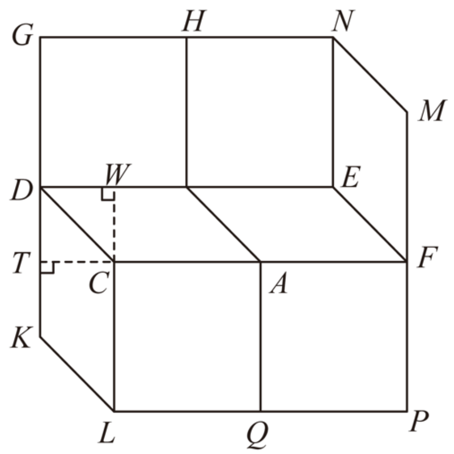
$\therefore 6-2x^2\leq \sqrt{2}x$，即$2x^2+\sqrt{2}x-6\geq 0$，

$\therefore (\sqrt{2}x-2)(\sqrt{2}x+3)\geq 0$，

$\therefore$由乘法的性质可得$\begin{cases}\sqrt{2}x-2\geq 0\\ \sqrt{2}x+3\geq 0\end{cases}$或$\begin{cases}\sqrt{2}x-2\leq 0\\ \sqrt{2}x+3\leq 0\end{cases}$，

$\therefore x\geq \sqrt{2}$或$x\leq -\frac{3}{\sqrt{2}}$（舍去），

$\therefore$ S边长的最小值为$\sqrt{2}$．



【点睛】本题主要考查了正方形的性质，平行四边形的性质，勾股定理，完全平方公式的变形求值，矩形的性质与判断，全等三角形的性质与判定等等，正确画出对应的巡逻区域示意图是解题的关键．